

卒業論文

ブルウィップ効果 セルオートマトン

Similarity and Event Detection by Behavior Pattern Analysis from
Environment Recognition Life Log

富山県立大学 電子・情報工学科
1515051 横井 稜
指導教員 奥原 浩之 教授
平成31年2月日

目 次

図一覧

図一覧

表一覽

表一覽

記号一覧

以下に本論文において用いられる用語と記号の対応表を示す。

用語	記号
クラスター	X, Y
クラスター内の重心とサンプルとの距離の2乗和	$L(X), L(Y)$
クラスターの重心とクラスター内の各サンプルとの距離の2乗和	$L(X \cup Y)$
入力データベクトル	x
出力層のニューロンの番号	i
参照ベクトル	m_i
勝者ニューロン	c
勝者ニューロンとの距離によりガウス関数で減衰する係数	h_{ci}
i 番目のニューロンの出力層上での位置	r_i
勝者ニューロンの出力層上での位置	r_c
学習回数	t
学習率係数	$\alpha(t)$
学習半径	$\sigma^2(t)$

第1章 序論

1.1 本研究の背景

現代

1.2 本研究の目的

本研究

1.3 本論文の概要

本論文は次のように構成される。

第1章：本章 第1章では、本研究の概要と目的について説明した。

第2章 第2章では、

第3章 第3章では、

第4章 第4章では、

第5章 第5章では、

第6章 第6章では、

第2章 サプライチェーンにおけるブル ウィップ効果

2.1 小売業におけるブルウィップ効果

顧客一小売業一卸売業のような2段階のサプライチェーンにおけるブルウィップ効果の定量化について述べる。小売業の発注方法は、翌期の需要量を予測して、翌期の始めには必要な在庫量が確保できるように、事前に発注しておき、補充する。想定している発注業務の流れを図1に示す。 t は、期を表す。 D_t は、 t 期における需要量を表す。 y_t は、 t 期における目標在庫量を表す。 u_{t+1} は、 $t+1$ 期における需要予測値を表す。 σ_{t+1} は、 $t+1$ 期における需要予測誤差の標準偏差の推定量を表す。 z は、安全在庫係数であり、欠品率の許容範囲を規定する係数である。 q_t は、 t 期における発注量であり、 t 期の期末に、 t 期の需要量 D_t 、当期と翌期の目標在庫量レベルとの差によって決まる。すなわち、

$$q_t = y_{t+1} - y_t + D_t \quad (2.1)$$

である。なお、式(1)の発注量が負になった場合は返品を表す。その場合の返品費用は0であると仮定する。ただし、現実では発注量が負になることはほぼありえないため、返品費用0という仮定はモデルの結果に影響は与えないと思われる。ブルウィップ効果Bは、需要の分散に対する発注量(発注者の需要量)の分散の比で表す。

$$B = \frac{Var[q_t]}{Var[D_t]} \quad (2.2)$$

t 期、 $t+1$ 期における目標在庫量から、発注量 q_t を求める。目標在庫量は、

$$\begin{aligned} y_{t+1} &= u_{t+1} + z\sigma_{t+1} \\ y_t &= u_t + z\sigma_t \end{aligned} \quad (2.3)$$

であることから、(1)式に代入して、発注量は

$$q_t = u_{t+1} + z\sigma_{t+1} - (u_t + z\sigma_t) + D_t \quad (2.4)$$

D_t と u_t をどのようにモデル化するかにより様々なバリエーションがある。先行研究[4,5]では、 D_t の挙動については、平均を表すパラメータ d 、前期の需要量との相関を表す

パラメータ ρ 、ならびに t 期における需要予測値の誤差（ブレ）を表す ε_t を用いて以下のように自己回帰型の式により規定されると考える。

$$\begin{aligned} D_t &= d + \rho D_{t-1} + \varepsilon_t \\ E[\varepsilon_t] &= 0, \forall t \\ Var[\varepsilon_t] &= \sigma_t^2, \forall t \\ E[\varepsilon_t \varepsilon_{t+j}] &= 0, \forall t, \forall j > 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

また、 u_t は t 期の需要予測値であり、過去の需要の履歴をもとに算出する。次期の需要量を予測する方法として移動平均法と指数平滑法を挙げている。ここでは移動平均法について詳述する。 p 期の移動平均法を用いた場合は、 t 期の需要予測値は、

$$u_t = \frac{\sum_{j=1}^p D_{t-j}}{p} \quad (2.6)$$

となる。ここで、予測の対象としているのは、季節変動、トレンド、周期変動、プロモーション活動（マーケティング要因）による変動を取り除いた基本要因である。実際に予測を行う場合には、上記の諸要因を考慮して行う必要がある。

上記の記号を用いて 移動平均法を用いた場合のブルウェイップ効果を求める [4,5]。なお、 L は、リードタイムであり、 t 期の期末に発注された商品は $t+L$ 期の期首に到着するものと仮定する。また、 q_t は、 L 期間の需要予測値、 B は L 期間の需要予測値の誤差の標準偏差の推定量とする。まず、発注量 (q_t) はつぎのように示すことができる。

$$B = \frac{Var[q_t]}{Var[D_t]} \geq 1 + \left(\frac{2L}{p} + \frac{2L^2}{p^2} \right) (1 - \rho^p) \quad (2.7)$$

である。(7) 式よりブルウェイップ効果は、リードタイム L 、移動平均における過去のデータの採取数 p 、前期の需要量との相関を表すパラメータに影響を受けることがわかる。

先行研究における小売業のブルウェイップ効果の式の導出の前提としては、1 需要 D_t の動特性を明示的に記述できるとし、それは自己回帰型であるとの仮定を置いている。2 平均を表すパラメータ d を正か 0 の一定数であるとしている。のときは、となり、需要 D_t の平均は、期ごとに変化せず、一定値をとると限定している。3 t 期の需要予測値 u_t は過去の需要の履歴をもとに算出するとし、その方法は移動平均法を用いている。過去のデータを使う需要予測手法により効果が大きく依存していることがわかる。また、 $p=1$ の時は、となり、1 期前の需要量実績をそのまま使っている。

内示生産システムにおいては、1 需要 D_t の動特性が明示的に記述できない。かつ、自己回帰型であるとは言えない。2 需要量は期ごとに変化する。3 内示を需要予測値として採用できる可能性があるなどである。これらのことから、小売業のブルウェイップ効果は、内示生産システムを採用している自動車業界や内示生産とは称していないが、事前の予約情報を提示している取引システムを行っている業界には当てはまらない。

2.2 内示生産システムについて

自動車産業における取引システムは、完成車メーカーから 1 次サプライヤーへ、事前に「内示」と呼ばれる確定注文情報の参考値が提示され、最終的に確定注文（納入指示）が提

示される。1次サプライヤーは、一般的に、事前の内示情報により生産準備あるいは開始しておき、確定注文(納入指示)に従って、最終的な製造を行い、完成車メーカーに納品する。

	M0				M1				M2				M3			
	W1	W2	W3	W4	W1	W2	W3	W4	W1	W2	W3	W4	W1	W2	W3	W4
月次内示	▽ 金								日別/週別/月別(～M4) ※直近は日量、期間によって週量、月量となる							
週次内示	▽ 金	▽ 金			■				日別/週別(～M2) ※直近は日量、期間によって週量となる							
納入指示(日)	▽ 金	■	3日前先1日確定													
	▽ 金	■	3日前先1日確定													

図1 オプションの権利行使構造を表す

完成車メーカーからは、毎週金曜日に、月次内示と週次内示の2種類の内示配信がある(図3参照)。当月(M0)の第3週目(W3)の金曜日には、月次内示として、翌月(M1)は日別に、翌々月(M2)は週別に、翌々々月(M3)以降は月別に、一定の先まで提示される。週次内示としては、翌々週(M1-W1)の1週間分、日別に提示される。当月(M0)の第3週目(W3)以外の金曜日、例えば、M0-W4には、月次内示として、翌月(M1)は日別に、翌々月(M2)は週別に配信される。それ以降の内示提示はない。週次内示としては、翌々週(W2)の1週間分、日別に提示される。確定注文(納入指示)は、日ごとに3日先の1日分の注文の納入指示がある。内示は、生産対象週・日に近づくにつれ、月次内示から週次内示に置き換えられる。最終的には、確定注文情報に基づいて、サプライヤーは、欠品することなく納品しなければならない。

このように、内示情報は、1次サプライヤーの積み上げる予想値ではなく、完成車メーカーの生産計画にリンクした発注部門から提示される部品番号別の生産数量予定値である。そのために、内示の数量は1次サプライヤーにとって、自社の積み上げの予想値より確度は高い需要予測値と思われるが、納入指示は大いにぶれる。なお、内示は一般的には、先に行くほど確度が落ちる。それでも、1次サプライヤーは、内示情報をベースに生産計画を作成し、必要な部品を2次サプライヤーに発注することになる。また、週次内示に比べて、月次内示のブレの方が大きい。

1次サプライヤーの発注は、一般的に自社の生産計画(購入する部品の消費予定ともいえる)、生産トラブル、ブレ及び生産能力制限などに対する余裕代としての安全在庫保有、2次サプライヤーへの発注政策等に基づき行われる。ブルウェイップ効果を考えるときには、効果に影響を与える需要量、発注量の変動に対する基本的な項目に着目する。生産能力制限、発注政策などのように短期的には変動しないものは一旦除き、需要予測値のブレと安全在庫保有を考える。発注の基本的骨子は、発注するに際して、期ごとに必要とする在庫(目標在庫量という)が確実に保有できていること、すなわち期首には、目標在庫量が確保できているように確実に発注が行われていることであり、小売業と同等である。具体的には、当期(t期)の発注においては、翌期(t+1期)の目標在庫量($y_{(t+1)}$)が確保されるように、

当期 (t 期) の目標在庫量 (y_t) との差を調整し、当期 (t 期) に使った量 (需要量) を補充して、発注量 (q_t) を決めることがある。

また、翌期 (t + 1 期) の目標在庫量 $y(t+1)$ は、翌期 (t + 1 期) の需要予測値 $u(t+1)$ と需要予測値からのブレに対応する安全在庫 $z(t+1)$ の和として見積もる。すなわち、である。

2.3 内示生産システムにおけるブルウィップ効果

小売業と自動車産業の大きな違いとして需要予測値の把握の仕方が挙げられ、小売業の需要予測が主に過去の需要量をもとに需要予測値を算出するに対して、自動車産業では、内示生産システムを採用しており、完成車メーカーから受け取る内示が貴重な情報である[6]。部品サプライヤーが受け取る内示情報と発注の考え方（週次内示を使う場合）を図5に示す。

1W		2W				3W				4W							
水	木	金	月	火	水	木	金	月	火	水	木	金	月	火	水	木	金
△			▲	●	●	●	○	○	○	○	○	○					
配 信			發 注														
日			日														
					△			▲	●	●	●	○	○	○	○	○	○

図1 オプションの権利行使構造を表す

サプライヤーは、各週の金曜日、例えば図5の1W 金曜日に、配信日 (△印) から見て、翌々週 (3W) の「週次内示」(1週間分の内示情報) を受け取る。そして、翌週 (2W) の火曜日以降に、2W に確実に使用される確定分を反映して発注を行う。(先3日間はすでに確定注文が届いているので、2W 全体の確定量は明らかになっている)。発注された部品は、翌々週 (3W) の月曜日までに納品される(図5参照)。発注計画は翌々週の1週間分を週ごとに繰り返されてたてる場合であると考え、そのために、1週間分を1期と考える。したがって、この場合は納入リードタイムが1期と想定していることになる。週次内示にブレがない限り、翌々週の確定注文(部品サプライヤーが完成車メーカーへ納める納品数)は内示数量でいいはずであるから、これが需要予測値として尤もらしいと考えられる。

(2) 需要のブレに対する安全在庫 実際は、内示にはブレがあるために、また、生産・輸送のトラブルなどによるブレに対するために、目標在庫量には安全在庫も確保しておかなければならない。を $t + 1$ 期における週次内示と確定注文のブレの標準偏差の推定量、 z は安全在庫係数とし、これらを使って安全在庫量は、

と見積もればよい。

(3) 目標在庫量は $t + 1$ 期の週次内示であるとすると、目標在庫量はである [4,5,6]。

4) 発注式 $t + 1$ 期の需要予測値に週次内示を用いる場合の t 期における発注量の式は、

より、

$$q_t = D_t + (\hat{D}_{t+1} - \hat{D}_t) + (z\hat{\sigma}_{t+1} - z\hat{\sigma}_t) \quad (2.8)$$

である。

5) ブルウィップ効果の式の導出1目標在庫量に変化がない場合事前の検討として、目標在庫量に変化がない場合を考察する。目標在庫量に変化がない場合は、

となる。この場合のブルウィップ効果Bは、

となり、ブルウィップ効果は発生しない。 実際は、内示が期別に変動したり、安全在庫量目標が変化したりすることから、目標在庫量は、期別に変化すると考える方が妥当である。今後は、

とする

2 需要の動特性 自動車産業においては、需要予測値として内示情報があり、内示自体が時間により変動することから、小売業で仮定したような平均を表すパラメータ d を含む自己回帰型の需要の動特性は当てはまらない。週次内示と確定注文の間のブレの表現を考える。確定注文は、週次内示と同じになる頻度は高いが、ブレも生じる。ブレは、週次内示に対して増加・減少の両方向に変動し、比較的左右対称であることから、週次内示を平均とする左右対称型の確率分布に近似できると考えられる [6]。なお、内示配信において初めは内示数量を意図的に小さくし、実績ではおおきくなる傾向にある(すなわち、)という考え方もあるが、ここでは、前者とする。ブルウィップ効果の解析という観点からは、差異はない。このことから、週次内示と確定注文のブレをとすると、

$$D_t = \hat{D}_t + \varepsilon_t \quad (2.9)$$

となり、Bは

$$\begin{aligned} B &= \frac{Var[q_t]}{Var[D_t]} \\ &= \frac{Var[\varepsilon_t] + z^2 Var[(\hat{\sigma}_{t+1} - \hat{\sigma}_t)]}{Var[\varepsilon_t]} \\ &= \frac{M + z^2 Var[(\hat{\sigma}_{t+1} - \hat{\sigma}_t)]}{M} \end{aligned} \quad (2.10)$$

現実的には、週次内示と確定注文のブレの標準偏差の推定量は、時期によって異なったり、発注者の思惑により変化することが一般的である。すなわち、1は、常にと等しくなるということはない。2が一定であることもない。したがって、

であるから、ブルウィップ効果は1より大となる。また、在庫の品切れ率を低くするために、安全在庫係数を大きくとると、は、ますます大きくなり、ブルウィップ効果も1よりますます大となる。

1) 発注方法生産計画が翌々週の1週間分をたてるとする場合は、月次内示を使うことになる。これは、納入リードタイムが2期の場合で、例えば、2Wに発注すると、4Wの期

首に納品せざるを得ないために、配信日の翌々々週の生産計画（4W）を立てる場合である。翌々々週の生産計画（4W）を立てる場合には、配信日から翌々週は週次内示が、翌々々週は月次内示が提示されているので、これらの内示情報を活用することになる。

2) 発注式 表2に発注業務と発注式の求め方を示す。

	t期	t+1期	t+2期
t期発注分の到着 (納品)			q_t
目標在庫量	y_t	y_{t+1}	y_{t+2}
需要予測値 (内示)	\hat{D}_t	\hat{D}_{t+1}	\bar{D}_{t+2}
実現値 (確定注文)	D_t	D_{t+1}	
D _t ,D _{t+1} を反映した 発注量計算(t期 末)	$q_t = y_{t+2} - (y_t - D_t) - (y_{t+1} - D_{t+1})$ ここで、 $y_{t+2} = \bar{D}_{t+2} + z\bar{\sigma}_{t+2}$ $y_{t+1} = \hat{D}_{t+1} + z\hat{\sigma}_{t+1}$ $y_t = \hat{D}_t + z\hat{\sigma}_t$		
発注(t期末)	q_t		

図1 オプションの権利行使構造を表す

は、t期の月次内示、はt期における週次内示と確定注文のブレの標準偏差の推定量、はt期における週次内示と月次内示のブレの標準偏差の推定量を表している。

t期、t+1期、t+2期にまたがる在庫推移は、

より、t+2期の需要予測に月次内示を用いる場合の発注量 q_t を求めと、

$$q_t = y_{t+2} - (y_t - D_t) - (y_{t+1} - D_{t+1}) \quad (2.11)$$

ここで

$$\begin{aligned}
 q_t = D_t + D_{t+1} + & (\bar{D}_{t+2} - \hat{D}_{t+1} - \hat{D}_t) \\
 & + (z\bar{\sigma}_{t+2} - z\hat{\sigma}_{t+1} - z\hat{\sigma}_t)
 \end{aligned} \quad (2.12)$$

すると

$$\bar{D}_t = \hat{D}_t + \delta_t \quad (2.13)$$

となる

3) ブルウィップ効果の式の導出 1月次内示のブレの表現 月次内示は、1期後には、変化して週次内示に代わる。このことから、月次内示 (と週次内示 (の間のブレを t とすると、

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{Var[q_t]}{Var[D_t]} \\
 &= \frac{2Var[\varepsilon_t] + Var[\delta_{t+2}] + z^2Var[(\bar{\sigma}_{t+2} - \hat{\sigma}_{t+1} - \hat{\sigma}_t)])}{Var[\varepsilon_t]} \\
 &= \frac{2M + N + z^2Var[(\bar{\sigma}_{t+2} - \hat{\sigma}_{t+1} - \hat{\sigma}_t)])}{M}
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

現実的には、週次内示と確定注文のブレの標準偏差の推定量は、時期により異なったり、発注者の思惑により変化することが一般的である。すなわち、が一定であることもない。したがって、

である。また安全在庫係数 z を大きくとると、は、ますます大きくなり、ブルウィップ効果もますます大となる。

第3章 渋滞学とブルウィップ効果の関係

3.1 バーガース方程式の基本図と衝撃波

渋滞学 [8, 9, 12] は車や人、アリや体内の分子モーターなど世の中の様々な自己駆動粒子の「流れ」を、数学や物理を中心とする理論を用いて統一的に扱う学問として世に広まってきた。渋滞学では数多くの数理モデルが利用されるが、その中でも現在最もよく用いられているのはセルオートマトン (Cellular Automaton, (CA)) [18] だろう。CA は将棋盤上を駒が移動していくような時間・空間・状態量が離散なモデルである。コンピュータによる計算誤差がないためシミュレーションと非常に相性がよく、いろいろなルールを導入することにより複雑な現象を再現することもできる。また最小限のルールに絞ったシンプルなモデルでも、車の渋滞クラスターが後方に進む現象や、狭い出口に人が殺到して出口が詰まってしまうアーチ現象などを定性的にシミュレーションすることが可能であり、現象の本質を見抜くのに非常に有効である。一方、現実への直接的な応用、特に定量的な設計などを行う場合などは、離散時間・離散空間なモデルなために困難を生じることもある。

交通工学の分野で、交通量と密度との関係を示す図は、一般には q - k 相関図と呼ばれており、交通容量の推定や、交通流の制御などの領域で非常に有用なものであり、道路の特性を表現する基本的なものとして基本図 (fundamental diagram) と呼ばれている。

また、バーガース方程式は、物質の広がり方を表す方程式である拡散方程式をコール・ホップ変換と呼ばれる変数変換によって変換することで導かれる。まず、 $f(x, t)$ に関する一次元拡散方程式である次式、

$$f_t = f_{xx} \quad (3.1)$$

を考える。ここで、添え字の t, x はそれぞれの変数に関する偏導関数を表し、添え字の個数が微分の階数を表す。次に、コールホップ変換による $f(x, t)$ から $u(x, t)$ への変数変換を次式、

$$u = (\log f)x = \frac{f_x}{f} \quad (3.2)$$

で表す。3.1 と 3.2 から u が満たすべき偏微分方程式が導かれる。3.2 の両辺を t で微分して、その右辺に 3.1 を代入すると、

$$u_t = \frac{f_{xt}}{f} - \frac{f_x f_t}{f^2} \quad (3.3)$$

$$= \frac{f_{xxx}}{f} - \frac{f_x f_{xx}}{f^2} \quad (3.4)$$

となる。さらに、3.2 を x で微分すると、

$$u_x = \frac{f_{xx}}{f} - \frac{f_x^2}{f^2} \quad (3.5)$$

となる。さらに、3.5 を x で微分すると、

$$u_{xx} = \frac{f_{xxx}}{f} - 3 \frac{f_x f_{xx}}{f^2} + 2 \frac{f_x^3}{f^3} \quad (3.6)$$

となる。

したがって、3.1 式から 3.6 式より、

$$u_t = 2u u_x + u_{xx} \quad (3.7)$$

となる。この 3.7 式はバーガーズ方程式である。この式は、流体の一次元衝撃波の運動を記述するモデルとしてよく知られている。この値を、コンピューターで扱いたい。しかし、コンピューターで扱うには変数の値が連続になっているので難しい。そこで、次に、拡散方程式を差分化することによって、独立変数を離散化することを考える。

まず、 $\Delta t, \Delta x$ をそれぞれの時間格子、空間格子の間隔とし、次のように、中心差分をとつて拡散方程式の差分化を考える。

$$\frac{f_j^{t+1} - f_j^t}{\Delta t} = \frac{f_{j+1}^t - 2f_j^t + f_{j-1}^t}{\Delta x^2} \quad (3.8)$$

簡単のため、差分の安定性条件から $\Delta t / (\Delta x)^2 = \frac{1}{2}$ として、上式を整理すると、

$$f_j^{t+1} = \frac{1}{2}(f_{j+1}^t + f_{j-1}^t) \quad (3.9)$$

となる。次に、Cole-Hopf 変換の差分化を

$$u_j^t = \frac{(\log f_{j+1}^t - \log f_j^t)}{\Delta x} \quad (3.10)$$

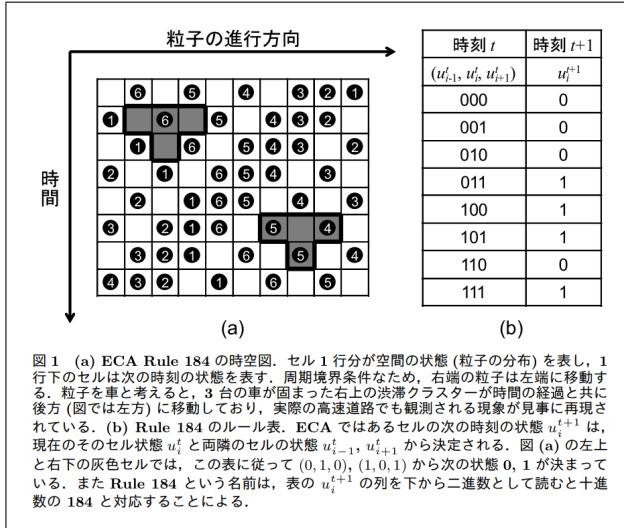


図 1 (a) ECA Rule 184 の時空図。セル 1 行分が空間の状態(粒子の分布)を表し、1 行下のセルは次の時刻の状態を表す。周期境界条件なため、右端の粒子は左端に移動する。粒子を車と考えると、3 台の車が固まつた右上の渋滞クラスターが時間の経過と共に後方(図では左方)に移動しており、実際の高速道路でも観測される現象が見事に再現されている。(b) Rule 184 のルール表。ECA ではあるセルの次の時刻の状態 u_i^{t+1} は、現在のそのセル状態 u_i^t と両隣のセルの状態 u_{i-1}^t, u_{i+1}^t から決定される。図 (a) の左上と右下の灰色セルでは、この表に従って $(0, 1, 0), (1, 0, 1)$ から次の状態 0, 1 が決まっている。また Rule 184 という名前は、表の u_i^{t+1} の列を下から二進数として読むと十進数の 184 と対応することによる。

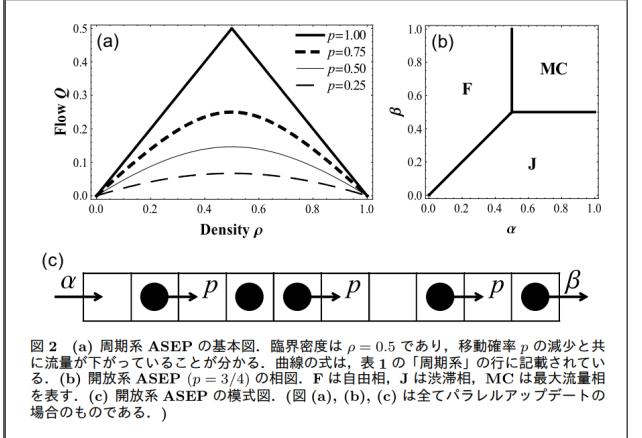


図 2 (a) 周期系 ASEP の基本図。臨界密度は $\rho = 0.5$ であり、移動確率 p の減少と共に流量が下がっていることが分かる。曲線の式は、表 1 の「周期系」の行に記載されている。(b) 開放系 ASEP ($p = 3/4$) の相図。F は自由相、J は渋滞相、MC は最大流量相を表す。(c) 開放系 ASEP の模式図。(図 (a), (b), (c) は全てパラレルアップデートの場合のものである。)

図 3.1: 「坊ちゃん」英語版テキストデータの一部¹²

図 3.2: Stop words の一部¹²

とする。式の形を見やすくするため、 u_j^t から v_j^t への変数変換 $v_j^t = \exp(\Delta x u_j^t)$ を 3.10 に行なうと、

$$v_j^t = \frac{f_{j+1}^t}{f_j^t} \quad (3.11)$$

となる。ここで 3.11 を用いて、 v_j^t に関する時間発展方程式を導く。

$$v_j^{t+1} = \frac{f_{j+1}^{t+1}}{f_j^{t+1}} \quad (3.12)$$

$$= \frac{f_{j+2}^t + f_j^t}{f_{j+1}^t + f_{j-1}^t} \quad (3.13)$$

$$= \frac{f_{j+1}^t f_{j+2}^t / f_{j+1}^t + f_j^t / f_{j+1}^t}{f_j^t f_{j+1}^t / f_j^t + f_{j-1}^t / f_j^t} \quad (3.14)$$

$$v_j^{t+1} = v_j^t \frac{v_{j+1}^t + 1/v_j^t}{v_{j+1}^t / v_{j-1}^t} \quad (3.15)$$

3.15 が差分バーガーズ方程式である。このままでは、従属関数が連続なので離散にする必要がある。

3.2 超離散法に ASEP への変換

近年、流体モデルの基本である Burgers 方程式が Burgers Cellular Automaton に変換できる「超離散化」という手法が発見された

表 1 ASEP の流量の式と開放系の場合の相図の三重点の座標、連続時間の場合の流量の式は、ランダムアップデートの式の確率 p , α , β をレートと考えたものに等しくなる。		
アップデート方法	パラレル	ランダム
流量 (周期系)	$\frac{1 - \sqrt{1 - 4p\rho(1 - \rho)}}{2}$	$p\rho(1 - \rho)$
流量 (開放系、自由相)	$\alpha \frac{p - \alpha}{p - \alpha^2}$	$\alpha(1 - \alpha/p)$
流量 (開放系、渋滞相)	$\beta \frac{p - \beta}{p - \beta^2}$	$\beta(1 - \beta/p)$
流量 (開放系、最大流量相)	$\frac{1 - \sqrt{1 - p}}{2}$	$\frac{p}{4}$
三重点の座標 (開放系)	$(1 - \sqrt{1 - p}, 1 - \sqrt{1 - p})$	$\left(\frac{p}{2}, \frac{p}{2}\right)$

図 3.3: 「坊ちゃん」英語版テキストデータの一部¹²

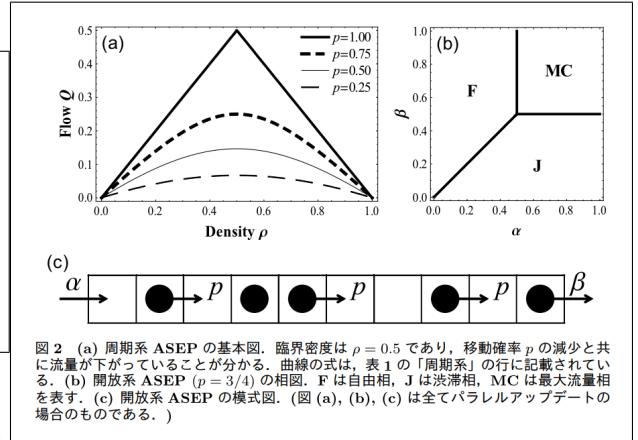


図 3.4: Stop words の一部¹²

前節で差分バーガーズ方程式が得られたので、この節では超離散化を行い、超離散バーガーズ方程式を導く。極限に関する次のような公式がある。

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \varepsilon \log(e^{A_1/\varepsilon} + e^{A_2/\varepsilon} + \dots + e^{A_n/\varepsilon}) = \max(A_1, A_2, \dots, A_n) \quad (3.16)$$

まず ε をパラメータとして、 f_j^t, v_j^t から F_j^t, U_j^t への変数変換

$$f_j^t = 2^{-t} \exp(F_j^t/\varepsilon) \quad (3.17)$$

$$v_j^t = \exp(U_j^t - L/2)/\varepsilon \quad (3.18)$$

を考える。 v から U への変数変換で用いた L は定数である。この変数変換を施すと、3.9, 3.11, 3.15 は、順に以下のようになる。

$$F_j^{t+1} = \varepsilon \log(e^{F_{j+1}^t/\varepsilon} + e^{F_{j-1}^t/\varepsilon}) \quad (3.19)$$

$$U_j^t = F_{j+1}^t - F_j^t + \frac{L}{2} \quad (3.20)$$

$$U_j^{t+1} = U_j^t + \varepsilon \log(e^{(U_{j+1}^t - L/2)/\varepsilon} + e^{-(U_j^t - L/2)/\varepsilon}) \quad (3.21)$$

$$- \varepsilon \log(e^{(U_j^t - L/2)/\varepsilon} + e^{-(U_{j-1}^t - L/2)/\varepsilon}) \quad (3.22)$$

2 基本的なセルオートマトンモデル 2. 1 Elementary Cellular Automaton Rule 184 CA は Wolfram が生み出した時間・空間・状態量が離散のモデルであり [18]、離散空間の一つ一つのセルの次の時刻の状態は、現在の時刻の自分とその近傍セルの状態から決まる。セルの状態が 0, 1 の二通りで、自分とその両隣のセルの状態から次の時刻の状態が決まる (図 1 (a)) のような一次元 CA は、Elementary CA (ECA) と呼ばれ、状態遷移ルールに 0-255 番までの 256 通りの名前が付けられている。ここで「1」を粒子がいる状態「0」を粒子がない状態と考えると、Rule 184 のルール表 (図 1 (b)) を適用した CA は、自分の前のセ

ルが空いていれば前進し、前のセルに他の粒子がいれば進めない、という排除体積をもつ(大きさのある)粒子の流れを表すモデルになる。このECA Rule 184こそが、渋滞学の最も基本的なモデルであり、わずかこれだけのルールで渋滞クラスターが後方へ移動するという現実の現象を再現してしまうのである。Rule 184は単純であるだけでなく、流体力学の基本的な方程式：バーガース方程式 (Burgers Equation) から超離散法 [5] によって導出することもできる。この関係により、Rule 184は適当なルールによる単なるおもちゃやモデルではなく、流体力学と密接に関わりのある基本的で重要なモデルと考えることができる。

2. 2 非対称単純排他過程 Asymmetric Simple Exclusion Process ECA Rule 184に隣接セルへの移動確率 p を導入すると、非対称単純排他過程 (Asymmetric Simple Exclusion Process (ASEP)) というモデルになる。(つまり、ASEPで $p = 1$ とすると ECA Rule 184 になる。) ASEP は 1968 年にリボソームのたんぱく質合成機構を表すモデル [6] として CA とは独立に生まれ、1993 年に Derrida らによって Matrix Products Ansatz [3] という方法で開放系(後述)の定常状態が厳密に解かれてから、加速度的に研究が進んでいった。ASEP では周期境界条件と開放境界条件のモデルがよく考えられる。周期境界条件 ASEP(周期系 ASEP) は、右端の粒子が左端に移動するモデルである。粒子の流入、流出がなく系の密度が一定に保たれるため、周期系 ASEP やその拡張モデルの研究では、よく横軸に密度、縦軸に流量をプロットした基本図(図 2 (a)) がシミュレーションや理論計算によって描かれる。また ASEP では、クラスター近似という近似計算方法でも厳密な場合と同じ流量の式(表 1)が得られることが分かっている。図 2 (a) 左側の密度に対して流量が増加する領域が自由相 (Free-Flow Phase)，減少する領域が渋滞相 (Jam Phase) であり、自由相から渋滞相への相転移が起こる密度は臨界密度と呼ばれている。この図を見ると、車や人の流れをよくするために密度をどのような値にすればよいかが一目で分かるため、渋滞緩和策を考える際に頻繁に用いられている。開放境界条件 ASEP(開放系 ASEP) では、左端と右端は繋がっておらず、粒子は左端から確率 α で流入し、バルク部分(図 2 (c) の両端以外の部分)を確率 p で移動していって、確率 β で右端から流出する(図 2 (c))。ゆえに系の密度が一定に保たれないため、よくパラメータ α, β に対して相図(図 2 (b))が描かれる。左上の $\beta < \alpha$ の領域が α によって流量をコントロールすることが可能な自由相、右下の $\alpha < \beta$ の領域が β によって流量をコントロールすることが可能な渋滞相、そして右上の α, β が共に大きい領域がどちらのパラメータが変化しても流量が変化することのない最大流量相 (Maximum-Current Phase) である。各相の流量が流入、流出どちらで制御できるかは、表 1 に記載された流量の式を見ても確認することができる。また $\alpha = \beta$ の直線上では衝撃波(密度が不連続に増加する位置)がランダムウォークすることが知られており、3 本の相転移ラインが交わる三重点の座標は表 1 のようになる。この相図からは流入、流出によって系内の流れがどのような状態になっているかがよく分かるため、基本図と共に交通流の基礎研究で活用されている。ここまで ASEP は、1 時間ステップの間に全ての粒子の移動を同時に考えるパラレルアップデートであった。これ以外によく用いられるアップデート方法として、ステップ毎にセルとセルの間のボンドをランダムに一つ選び、そのボンドを含む二セルのみの状態を更新していくランダムアップデートがあり、流量の式は表 1 のようにパラレルアップデートのものとは異なったものになる。また ASEP の場合、ランダムアップデートは連続時間を考えた場合と同様になる。(ただし確率 p, α, β は全てレートになる。) 実は最初に考えられた ASEP は連続時間のモデルであり、理論解析の

やり易さという点からはこちらの方が活発に研究が行われている。この他にも粒子に順序をつけて移動させるなど複数のアップデート方法があり、それらが ASEP のダイナミクスに及ぼす影響が研究されている。

3.3 セルオートマトンによるブルウィップ効果の把握

セルオートマトン (Cellular Automaton,CA) とは、独立変数 (空間や時間) と従属変数 (状態変数) がすべて離散的で、さらに状態変数の値域が有限集合になっているような時間発展系のことを言う。(8.9 節) [15], [41], [42], [43], [44] 7.1 セルオートマトン法とはこれまで我々は、自然科学や工学、社会科学におけるさまざま現象を微分方程式などの数式を用いて表し、解析してきた。しかし、これでも解析しきれない現象に複雑現象というものがある。具体的には、生き物の模様や流れの模様・地球規模の気象変化・原油流出による海洋汚染・森林火災・免疫や脳の機能・人の非難行動・景気や経済構造の変動など多くの現象があり、交通流問題もそのうちの一つである。複雑系の現象には、あまりに多くの現象が複合していて記述しようとすると、微分方程式の数がとても多くなり、解くことが極めて困難になる。そこで、この複雑現象を解明する有効な方法として、セルオートマトン (Cellular Automaton/CA) 法を紹介する。たとえば、生き物ならその模様はセル (細胞) 間の局所的な相互作用によって形成されると考え、空間を格子 (セル/サイトとも言う) で敷き詰め、隣のサイトとの相互作用のある規則の下で繰り返すことで生き物の複雑なパターンや振る舞いを再現させようというものである。CA 法は J.Neumann が自己増殖する機械を研究し行き詰っていた時に、S.Ulam から均一なセルを敷き詰めたセル空間で行なえばよいとの示唆を受けて、1950 年代の初めに考案された。1970 年代には生き物の組織形成モデルとして用いられていたが、それほどの応用性は無かった。しかし、1984 年に S.Wolfram が CA 理論と微分方程式系の対応を明らかにし、CA の体系を確立する事により、A.Turing や B.P.Belousov が研究した生き物のパターン形成などに適用されるようになった。さらに、1986 年には CA 法から格子ガスオートマトン法が開発され、CA 法は流体解析にも適用され始める。最近ではコンピュータの性能の向上や普及により、様々な物理・化学現象や、社会・経済現象に用いられている。[44]

7.3.1 次元セルオートマトン空間格子 j と整数時刻 t を独立変数、 U を従属変数とする。また、サイト j 、時刻 t における U の値を $U_{t,j}$ と書くこととする。このとき、たとえば、 $U_{t+1,j} = U_{t,j+1}U_{t,j}(1 - U_{t,j} - 1)$ という時間発展方程式を考えると、初期の U の値がすべて 0 か 1 だけならば、右辺は常に 0 か 1 の値しか取らないので、この時間発展系は CA を構成するといえる。一般的に、以下の形を満たすものを考える。 $U_{t+1,j} = f(U_{t,j-1}, U_{t,j}, U_{t,j+1})$ (7.3.1) ただし、今は状態変数 U の値は 0 か 1 のどちらかであり、関数 $f(x, y, z)$ も 3 つの引数に応じて 0 か 1 の値しか取らないものとする。つまり、時刻 t での値が 0 か 1 の時に、次の時刻 $t+1$ での値が 0 か 1 で閉じられている場合、この形にあてはまる CA 全体を Elementary CA (ECA) と呼ぶ。さらに ECA は有限個しかないことがわかる。なぜなら、3 つの引数 x, y, z はすべて 0 か 1 の値しか取らないので、その (x, y, z) の組み合わせは 23 個であり、それぞれの (x, y, z) 値に対して以下の表のように、 f の値が 0 になるか 1 になるかを決めてしまえば、それで、一つの ECA が決まってしまうからである。

つまり、ECA は全部で $2^8 = 256$ 種類しかない。表の下段の 0 と 1 の並びによって ECA

x y z	111	110	101	100	011	010	001	000
f(x,y,z)	1	0	1	1	1	0	0	0
for rule number	128	64	32	16	8	4	2	1

図 3.5: 「坊ちゃん」英語版テキストデータの一部¹²

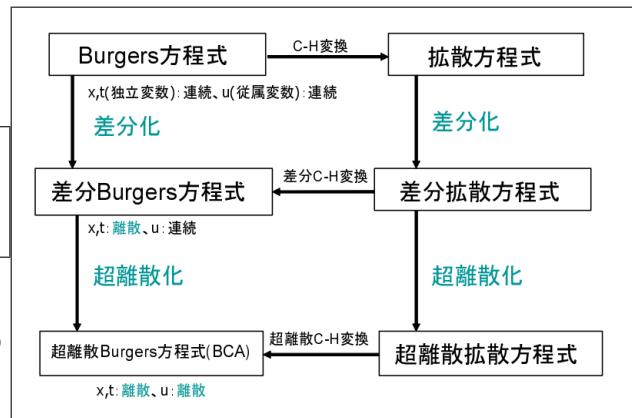


図 3.6: Stop words の一部¹²

が一つ決まるので、その並びを 2 進数とみなして各 ECA を区別する番号 (ルール番号) を決めることが出来る。上の表のルール番号は $(10111000)_2 = 128 + 32 + 16 + 8 = 184$ である。あるサイトに車が存在する状態を ”1” とし、存在しない状態を ”0” と考えるとこの rule-184CA モデルは単純な車の動きを表現していると考えることができる。これが後の rule-184CA モデル (11.1 節) でも述べるが、交通流で用いられる CA の基礎となっている。結局すべての ECA に $(00000000)_2 = 0$ から $(11111111)_2 = 255$ までの合計 256 個の一意的な番号を付けることが出来る。

第4章 ASEPによるブルウィップ効果のモデル化

4.1 周期系のモデル

本研究では、ASEPを用いてブルウィップ効果のモデル化をする。ASEPを用いる理由は、ブルウィップ効果は何かの渋滞によって発生していると考えるからである。本節では、1段階のサプライチェーンについてのブルウィップ効果のモデルを提案する。まず、目標在庫量を周期系ASEPを用いて求める。その後、目標在庫量から発注量を求めて、ブルウィップ効果を求める。

4.2 サプライチェーン対応の開放系のモデル

前節では、1段階のサプライチェーンについてのブルウィップ効果のモデルを提案したが、本節では、サプライチェーンに対応した場合のブルウィップ効果のモデルを提案する。

第5章 数値実験ならびに考察

5.1 従来モデルによるブルウイップ効果

シミュレーターを作成して、ブルウイップ効果などがどのように変化するか取得する。シミュレーターとしては、excelで作成した。

5.2 提案モデルによるブルウイップ効果

次に、4章で提案したASEPによるモデルでブルウイップ効果を求める。

第6章 結論ならびに今後の課題

本研究の目的は、ブルウイップ効果について、シミュレーションを用いて、どのような要因があるのか見つけること及び従来のモデルと提案したASEPを用いたモデルを比較し、精度を確かめることである。

結論として、

今後の課題として、ブルウイップ効果の要因がどのように影響しているかを考慮した統一的なモデルを作成することである。

謝辞

本研究を遂行するにあたり、多大なご指導と終始懇切丁寧なご鞭撻を賜った富山県立大学電子・情報工学科の奥原浩之教授に深甚な謝意を表します。最後になりましたが、多大な協力をして頂いた研究室の同輩諸氏に感謝致します。

2019年2月

横井 稜

付録

A. 1 ライフログデータ取得アプリケーションのソースコード

あ