

卒業論文

サプライチェーンにおける ブルウィップ効果への需要予測の影響と ASEPによる表現

Influence of Demand Forecasting on Bullwhip Effect and
Representation by ASEP in Supply Chain

富山県立大学 電子・情報工学科

1515051 横井 稜

指導教員 奥原 浩之 教授

平成31年2月12日

目次

図一覧	ii
表一覧	iii
記号一覧	v
第1章 はじめに	1
§ 1.1 本研究の背景	1
§ 1.2 本研究の目的	2
§ 1.3 本論文の概要	2
第2章 サプライチェーンにおけるブルウィップ効果	3
§ 2.1 小売業におけるブルウィップ効果	3
§ 2.2 内示生産システムについて	6
§ 2.3 内示生産システムにおけるブルウィップ効果	7
第3章 渋滞学とブルウィップ効果の関係	14
§ 3.1 バーガース方程式の基本図と衝撃波	14
§ 3.2 超離散法に ASEP への変換	17
§ 3.3 セルオートマトンによるブルウィップ効果の把握	20
第4章 数値実験ならびに考察	23
第5章 おわりに	28
謝辞	30
参考文献	32

図一覧

2.1	小売業における発注業務の流れ	4
2.2	サプライチェーンの例	5
2.3	ブルウィップ効果の例	5
2.4	内示生産システムの例	6
2.5	内示生産システムの取引の流れ	6
2.6	週次内示の場合の内示情報	8
2.7	月次内示の場合の内示情報	10
3.1	流量と密度の基本図の例	15
3.2	渋滞による衝撃波の例	15
3.3	Burgers 方程式の超離散化の流れ	16
3.4	Rule184 の動作例	18
3.5	ASEP	19
3.6	ASEP の $p=0.5$, 粒子数=1 の場合	19
3.7	目標在庫とリードタイム	22
3.8	目標在庫とリードタイムの原点对称	22
3.9	目標在庫とリードタイムの軸変換後	22
4.1	Excel 版シミュレーター	24
4.2	平均在庫	25
4.3	追加搬入量合計	25
4.4	判定○の数	25
4.5	搬入回数	25
4.6	在庫切れ回数	26
4.7	ブルウィップ効果	26
4.8	移動平均におけるブルウィップ効果	26

表一覧

2.1	週次内示の場合の発注の式	9
2.2	月次内示の場合の発注の式	11
2.3	ブルウィップ効果の類似効果	13
3.1	Burgers 方程式における変数	16
3.2	Rule184 のルール	18
3.3	ASEP の流量の式及び三重点の座標	20

記号一覧

以下に本論文において用いられる用語と記号の対応表を示す.

用語	記号
期	t
t 期における需要量	D_t
t 期における目標在庫量	y_t
t 期における需要予測値	u_t
t 期における需要予測誤差の標準偏差の推定量	σ_t
安全在庫係数	z
t 期における発注量	q_t
ブルウィップ効果	B
発注量 q_t の分散	$\text{Var}[q_t]$
需要量 D_t の分散	$\text{Var}[D_t]$
平均を表すパラメータ	d
前期の需要量との相関を表すパラメータ	ρ
t 期における需要予測値の誤差	ε_t
リードタイム	L
移動平均における過去のデータの採取数	w
t 期における週次内示	\widehat{D}_t
t 期における週次内示と需要量のブレの標準偏差の推定量	$\widehat{\sigma}_t$
t 期における週次内示と需要量のブレ	γ_t
t 期における週次内示と需要量のブレの分散	M
t 期における月次内示	\overline{D}_t
t 期における月次内示と週次内示のブレ	δ_t
t 期における月次内示と週次内示のブレの分散	N
関数	$f(x, c), g(x, c)$
空間を表す変数	x, j
時間を表す変数	c
拡散定数	κ
空間格子の間隔	Δx
時間格子の間隔	Δc

用語	記号
差分化に用いる変数変換	v_j^c
パラメータ	ξ
超離散化に用いる変数変換	F_j^c, U_j^c
定数	W
セルオートマトンの関数	$G(P, Q, R)$
セルオートマトンの引数	P, Q, R
ASEP の移動確率	p
開放系 ASEP の流入確率	α
開放系 ASEP の流出確率	β
目標在庫の変数変換	X, Y
変数表示の省略	ϕ, ψ
基準搬入量	H_t
追加搬入量	V_t
安全在庫目標	Z_t
繰越在庫	S_t
緊急発注量	K_t
充足量	J_t
平均在庫	C_t
充足率	r_t

はじめに

§ 1.1 本研究の背景

近年、モノを作る世界では、消費量が減少したことから大量に生産することにリスクが生じ始め、また社会が、天然資源の枯渇問題及び地球環境への負荷の低減のために、持続可能な循環型社会を目指していることから、サプライチェーンマネジメント (Supply Chain Management:SCM) が注目されている [1]. サプライチェーンとは、原材料・部品の調達から、配送までの製品の全体的な流れを一つの連続したシステムとして捉えることである [2].

そのサプライチェーンを良くする一つの考え方がSCMであり、藤野によると、「不確定性の高い市場変化にサプライチェーン全体をアジル（機敏）に対応させ、ダイナミックに最適化を図ること」である [3]. つまり、誰かが一つのサプライチェーンを管理してより良いモノの流れを作ることである. しかし、SCMには顧客との関わり方やリスク管理、コストなど様々な課題がある. 例えば、顧客の必要としているものの把握が遅れ、その会社の中だけで閉じたサプライチェーンになっている等である [4].

その課題の一つとして、取引する人の心的要因やサプライチェーンの上流から下流への情報伝達の遅れなどの様々な要因が重なり合って、サプライチェーンの下位に行くほど需要量のばらつきが増大する課題がある. その現象をブルウィップ効果といい、変動に対応するために下位のサプライヤーほど余剰在庫が発生する傾向にあり、問題となっている. [5] [6] [7]. ブルウィップ効果については、小売業や内示生産システムなどを対象に、その発生要因と解決方法についていくつかの研究が進められてきた [6] [8] [9]. また、ブルウィップ効果を増加・減少させる要因は多く挙げられているが、一部のみを要因としているため、要因ごとの影響度合いを明確にする必要がある [6] [10] [11] [12] [13].

交通流について物理学を用いて解明しようと試みる研究がある [14]. 人が運転する車は、機械で制御されておらず、自分で考え行動するため、渋滞が発生する. したがって、サプライチェーンにおいても、企業意思決定者や物品を配送する人が自分で考え行動するため、モノの渋滞が発生すると考えられる. また、その車の渋滞をセルオートマトン (Cellular Automaton:CA) でモデル化した研究がある [15]. その研究と組み合わせることで、新たな低減方法が見つかると考えられる.

§ 1.2 本研究の目的

本研究では、サプライチェーンにおける無駄な在庫を無くすことを大きな目的として考え、ブルウィップ効果について調査する。まず、先行研究において、どのようなブルウィップ効果についての知見が得られているか調査する。

D.H.Taylor は、英国における自動車産業のブルウィップ効果を試算している。完成車メーカーの需要量とそれに関わる部品サプライヤーの生産量の週単位のデータから、ブルウィップ効果を求めている [16]。そして、ブルウィップ効果が起こる原因は、種々な局面における意思決定の仕方にあるとしている。しかし、この研究では、直接データからブルウィップ効果を算出しているので、何が要因でブルウィップ効果が発生しているか分からない。

そこで、第一の目的として、サプライチェーンにおけるブルウィップ効果の発生要因について調査し、要因ごとのブルウィップ効果への影響度合いを明確にすることを挙げる。ブルウィップ効果の発生要因を特定するには、実際にサプライチェーンを構築し、様々な条件下で取引をし、そこから得られるデータを元に検証するのが一番である。しかし、今回はそのような大規模なことは不可能なので、実際の商品の取引を模したシミュレーターを作成することで要因を探る。

この目的を達成するために、Excel を用いて需要量や生産量、安全在庫目標などのデータを入力するとブルウィップ効果を出力するシミュレーターを開発する。そして、リードタイムや情報の伝達速度などの条件を追加し、その条件を組み合わせでシミュレーションをし、その結果を踏まえて考察する。

また、ブルウィップ効果を他の視点から見て無駄な在庫の低減方法を探ることによって、今までは見つけられなかった新たな法則性を発見することができのかもしれない。そこで、まず渋滞学という分野からブルウィップ効果の低減方法を探す。つまり、ブルウィップ効果をモノの渋滞として捉えるのである。モノの渋滞として捉えられるかはブルウィップ効果の特徴量の CA を用いた新しいモデルを提案することで確認する。

§ 1.3 本論文の概要

本論文は次のように構成される。

第1章 本研究の概要と目的について説明した。

第2章 小売業における注文システムおよび内示生産システムにおけるブルウィップ効果の先行研究について説明する。

第3章 基本的な渋滞学の説明をし、ブルウィップ効果との関係性及びブルウィップ効果の特徴量を ASEP を用いてモデル化する方法を述べる。

第4章 様々なパターンにおけるブルウィップ効果をシミュレーションした上でブルウィップ効果の要因について考察を述べる。

第5章 まとめと今後の課題を述べる。

サプライチェーンにおけるブルウィップ効果

§ 2.1 小売業におけるブルウィップ効果

顧客—小売業—卸売業のような小売業を含んだ2段階のサプライチェーンにおけるブルウィップ効果の定量化について述べる [6]. 小売業の発注方法は, 小売業の発注者が翌期の需要量を予測して, 翌期の始めには必要な在庫量が確保できるように, 事前に発注しておき, 補充する. 想定している発注業務の流れを図 2.1 に示す.

t は, 期を表し, 1 期ごとに取りが行われる. D_t は, t 期における需要量を表す. y_t は, t 期における目標在庫量を表す. u_{t+1} は, $t+1$ 期における需要予測値を表す. σ_{t+1} は, $t+1$ 期における需要予測誤差の標準偏差の推定量を表す. z は, 安全在庫係数であり, 欠品率の許容範囲を規定する係数である. q_t は, t 期における発注量であり, t 期の期末に, t 期の需要量 D_t , 当期と翌期の目標在庫量レベルとの差によって決まる. すなわち,

$$q_t = y_{t+1} - y_t + D_t \quad (2.1)$$

である. なお, 式 (2.1) の発注量が負になった場合は返品を表す. その場合の返品費用は 0 であると仮定する. ただし, 現実では発注量が負になることはほぼありえないため, 返品費用 0 という仮定はモデルの結果に影響は与えないと思われる.

ブルウィップ効果は, 図 2.2 のようなサプライチェーンにおいて発生し, 図 2.3 のように発注する時に下流からの需要量を安全に満たすために多めに製品を作ることで上流に行くほど需要量にばらつきが生じることである [5]. ブルウィップ効果 B は, 需要の分散に対する発注量 (発注者の需要量) の分散の比で表す.

$$B = \frac{\text{Var}[q_t]}{\text{Var}[D_t]}. \quad (2.2)$$

t 期, $t+1$ 期における目標在庫量から, 発注量 q_t を求める. 目標在庫量は,

$$\begin{aligned} y_{t+1} &= u_{t+1} + z\sigma_{t+1}, \\ y_t &= u_t + z\sigma_t \end{aligned} \quad (2.3)$$

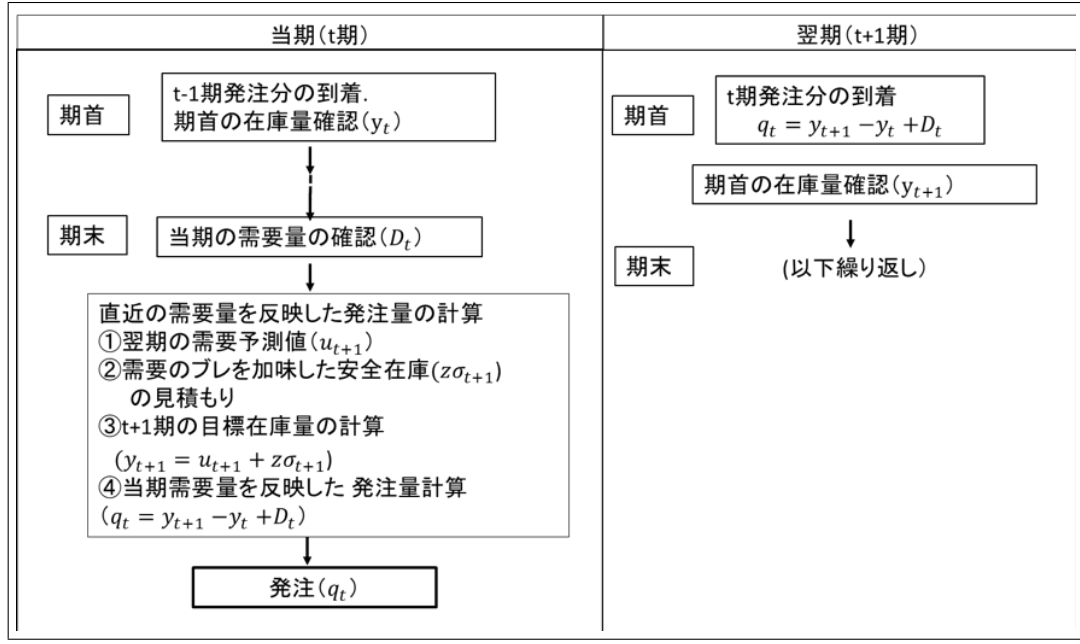


図 2.1: 小売業における発注業務の流れ

であることから、式 (2.1) に代入して、発注量は

$$q_t = u_{t+1} + z\sigma_{t+1} - (u_t + z\sigma_t) + D_t. \quad (2.4)$$

D_t と u_t をどのようにモデル化するかにより様々なバリエーションがある。先行研究では、 D_t の挙動については、平均を表すパラメータ d 、前期の需要量との相関を表すパラメータ ρ 、ならびに t 期における需要予測値の誤差（ブレ）を表す ε_t を用いて以下のように自己回帰型の式により規定されると考える。

$$D_t = d + \rho D_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (2.5)$$

$$E[\varepsilon_t] = 0, \quad \forall t, \quad (2.6)$$

$$Var[\varepsilon_t] = \sigma_t^2, \quad \forall t, \quad (2.7)$$

$$E[\varepsilon_t \varepsilon_{t+j}] = 0, \quad \forall t, \quad \forall j > 0. \quad (2.8)$$

また、 u_t は t 期の需要予測値であり、過去の需要の履歴をもとに算出する。次期の需要量を予測する方法として移動平均法と指数平滑法を挙げている。ここでは移動平均法について詳述する。 w 期の移動平均法を用いた場合は、 t 期の需要予測値は、

$$u_t = \frac{\sum_{j=1}^w D_{t-j}}{w} \quad (2.9)$$

となる。ここで、予測の対象としているのは、季節変動、トレンド、周期変動、プロモーション活動（マーケティング要因）による変動を取り除いた基本要因である。実際に予測を行う場合には、上記の諸要因を考慮して行う必要がある。

上記の記号を用いて、移動平均法を用いた場合のブルウィップ効果を求める。 L は、リードタイムであり、 t 期の期末に発注された商品は $t + L$ 期の期首に到着するものと仮定する

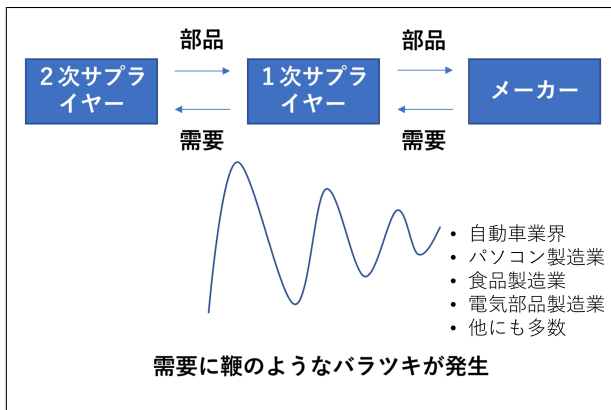


図 2.2: サプライチェーンの例

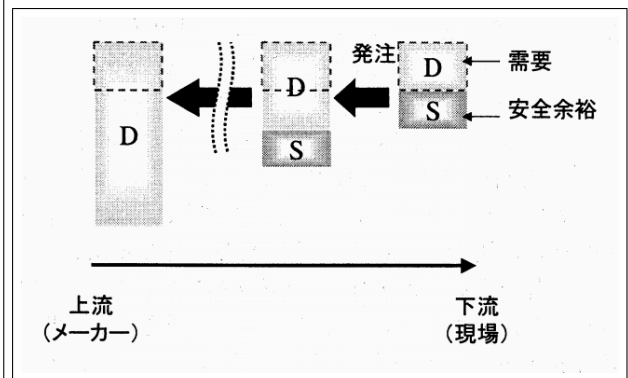


図 2.3: ブルウィップ効果の例

と、ブルウィップ効果は、

$$B = \frac{\text{Var}[q_t]}{\text{Var}[D_t]} \geq 1 + \left(\frac{2L}{w} + \frac{2L^2}{w^2} \right) (1 - \rho^w) \quad (2.10)$$

である。式 (2.10) よりブルウィップ効果は、リードタイム L 、移動平均における過去のデータの採取数 w 、前期の需要量との相関を表すパラメータに影響を受けることがわかる。

先行研究における小売業のブルウィップ効果の式の導出の前提には、次の3つの前提条件がある。

小売業のブルウィップ効果の前提条件

1. 需要 D_t の動特性を明示的に記述できるとし、それは自己回帰型であるとの仮定を置いている。
2. 平均を表すパラメータ d を正か0の一定数であるとしている。 $\rho = 0$ のときは、 $D_t = d + \varepsilon_t$ となり、需要 D_t の平均は、期ごとに变化せず、一定値をとると限定している。
3. t 期の需要予測値 u_t は過去の需要の履歴をもとに算出するとし、その方法は移動平均法を用いている。過去のデータを使う需要予測手法により効果が大きく依存していることがわかる。また、 $w = 1$ の時は、 $u_t = D_{t-1}$ となり、1期前の需要量実績をそのまま使っている。

しかし、内示生産システムにおいては、小売業のブルウィップ効果の導出に用いた前提条件を満たさない次のような性質がある。

内示生産システムの特性

1. 需要量 D_t の動特性が明示的に記述できない。かつ、自己回帰型であるとは言えない。
2. 需要量は期ごとに变化する。
3. 内示を需要予測値として採用できる可能性があるなどである。

これらのことから、小売業のブルウィップ効果は、内示生産システムを採用している業界や内示生産とは称していないが、事前の予約情報を提示している取引システムを行っている業界には当てはまらない。

	M0				M1				M2				M3			
	W1	W2	W3	W4	W1	W2	W3	W4	W1	W2	W3	W4	W1	W2	W3	W4
月次内示			▽ 金	▽ 金		日別/週別/月別(～M4) <small>※直近は日量、期間によって適量、月量となる</small>										
週次内示			▽ 金	▽ 金												
納入指示(日)			▽ 金	■	3日前先1日確定											
			▽ 金	■	3日前先1日確定											

図 2.4: 内示生産システムの例

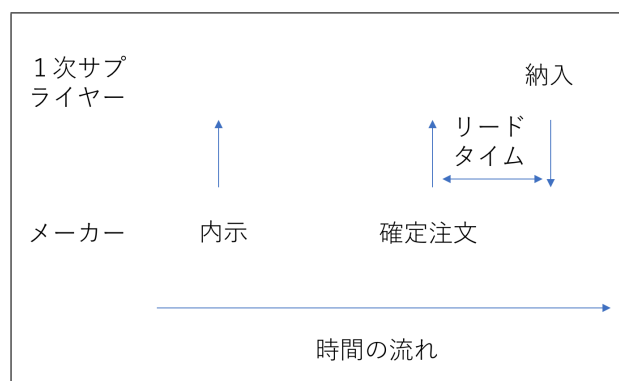


図 2.5: 内示生産システムの取引の流れ

§ 2.2 内示生産システムについて

内示生産システムを扱う業界や事前の予約情報を提示している取引システムを行っている業界は、日本の自動車産業、パソコン製造業、食品製造業など多くあるが、ここでは、自動車産業を例として紹介する。自動車産業における取引システムを図 2.4 に示す。一般的には、内示生産システムでは図 2.5 のような流れで取引する。完成車メーカーから 1 次サプライヤーへ、事前に「内示」と呼ばれる確定注文情報の参考値が提示され、最終的に確定注文（納入指示）が提示される。1 次サプライヤーは、一般的に、事前の内示情報により生産準備あるいは開始しておき、確定注文（納入指示）に従って、最終的な製造を行い、完成車メーカーに納品する。

完成車メーカーからは、毎週金曜日に、月次内示と週次内示の 2 種類の内示配信がある（図 2.4 参照）。当月（M0）の第 3 週目（W3）の金曜日には、月次内示として、翌月（M1）は日別に、翌々月（M2）は週別に、翌々々月（M3）以降は月別に、一定の先まで提示される。週次内示としては、翌々週（M1-W1）の 1 週間分、日別に提示される。当月（M0）の第 3 週目（W3）以外の金曜日、例えば、M0-W4 には、月次内示として、翌月（M1）は日別に、翌々月（M2）は週別に配信される。それ以降の内示提示はない。

週次内示としては、翌々週（W2）の1週間分、日別に提示される。確定注文（納入指示）は、日ごとに、3日先の1日分の注文の納入指示がある。内示は、生産対象週・日に近づくにつれ、月次内示から週次内示に置き換えられる。最終的には、確定注文情報に基づいて、サプライヤーは、欠品することなく納品しなければならない。

このように、内示情報は、1次サプライヤーの積み上げる予想値ではなく、完成車メーカーの生産計画にリンクした発注部門から提示される部品番号別の生産数量予定値である。そのために、内示の数量は1次サプライヤーにとって、自社の積み上げの予想値より確度が高い需要予測値と思われるが、納入指示は大いにぶれる。なお、内示は一般的には、先に行くほど確度が落ちる。それでも、1次サプライヤーは、内示情報をベースに生産計画を作成し、必要な部品を2次サプライヤーに発注することになる。また、週次内示に比べて、月次内示のブレの方が大きい。

1次サプライヤーの発注は、一般的に自社の生産計画（購入する部品の消費予定ともいえる）、生産トラブル、ブレ及び生産能力制限などに対する余裕代としての安全在庫保有、2次サプライヤーへの発注政策等に基づき行われる。ブルウィップ効果を考えるときには、効果に影響を与える需要量、発注量の変動に対する基本的な項目に着目する。生産能力制限、発注政策などのように短期的には変動しないものは一旦除き、需要予測値のブレと安全在庫保有を考える。

発注の基本的骨子は、発注するに際して、期ごとに必要とする在庫（目標在庫量という）が確実に保有できていること、すなわち期首には、目標在庫量が確保できているように確実に発注が行われていることであり、小売業と同等である。具体的には、当期（ t 期）の発注においては、翌期（ $t+1$ 期）の目標在庫量（ y_{t+1} ）が確保されるように、当期（ t 期）の目標在庫量（ y_t ）との差を調整し、当期（ t 期）に使った量（需要量）を補充して、発注量（ q_t ）を決めることである。

$$q_t = y_{t+1} - y_t + D_t. \quad (2.11)$$

また、翌期（ $t+1$ 期）の目標在庫量 y_{t+1} は、翌期（ $t+1$ 期）の需要予測値 u_{t+1} と需要予測値からのブレに対応する安全在庫 z_{t+1} の和として見積もる。すなわち、

$$y_{t+1} = u_{t+1} + z_{t+1} \quad (2.12)$$

である。

§ 2.3 内示生産システムにおけるブルウィップ効果

小売業と自動車産業の大きな違いとして需要予測値の把握の仕方が挙げられ、小売業の需要予測が主に過去の需要量をもとに需要予測値を算出するに対して、自動車産業では、内示生産システムを採用しており、完成車メーカーから受け取る内示が貴重な情報である [17]。部品サプライヤーが受け取る内示情報と発注の考え方（週次内示を使う場合）を図 2.6 に示す。

サプライヤーは、各週の金曜日、例えば図 2.6 の 1W 金曜日に、配信日（△印）から見て、翌々週（3W）の「週次内示」（1週間分の内示情報）を受け取る。そして、翌週（2W）

1W				2W				3W				4W					
水	木	金	月	火	水	木	金	月	火	水	木	金	月	火	水	木	金
		△		▲	●	●	●	◎	◎	◎	◎	◎					
		配		発				週次内示									
		信		注													
		日		日													
							△		▲	●	●	●	◎	◎	◎	◎	◎

図 2.6: 週次内示の場合の内示情報

の火曜日以降に、2W に確実に使用される確定分を反映して発注を行う。(先 3 日間はずでに確定注文が届いているので、2W 全体の確定量は明らかになっている)。発注された部品は、翌々週 (3W) の月曜日までに納品される (図 2.6 参照)。発注計画は翌々週の 1 週間分を週ごとに繰り返されてたてる場合であると考え、そのために、1 週間分を 1 期と考える。したがって、この場合は納入リードタイムが 1 期と想定していることになる。週次内示にブレがない限り、翌々週の確定注文 (部品サプライヤーが完成車メーカーへ納める納品数) は内示数量でいいはずであるから、これが需要予測値として尤もらしいと考えられる。

しかし、実際は、内示にはブレがあるために、また、生産・輸送のトラブルなどによるブレに対するために、目標在庫量には安全在庫も確保しておかなければならない。表 2.1 に週次内示の場合の発注式を示す。 $\hat{\sigma}_{t+1}$ を $t+1$ 期における週次内示と確定注文のブレの標準偏差の推定量、 z は安全在庫係数とし、これらを使って安全在庫量は、

$$z\hat{\sigma}_{t+1} \quad (2.13)$$

と見積もればよい。

また、需要予測値として週次内示を用いるので、 \hat{D}_{t+1} を $t+1$ 期の週次内示であるとすると、目標在庫量は、

$$y_{t+1} = u_{t+1} + z\hat{\sigma}_{t+1} \quad (2.14)$$

$$= \hat{D}_{t+1} + z\hat{\sigma}_{t+1}, \quad (2.15)$$

$$y_t = u_t + z\hat{\sigma}_t \quad (2.16)$$

$$= \hat{D}_t + z\hat{\sigma}_t \quad (2.17)$$

である。

$t+1$ 期の需要予測値に週次内示を用いる場合の t 期における発注量の式は、

$$q_t = y_{t+1} - y_t + D_t, \quad (2.18)$$

$$y_{t+1} = \hat{D}_{t+1} + z\hat{\sigma}_{t+1}, \quad (2.19)$$

$$y_t = \hat{D}_t + z\hat{\sigma}_t \quad (2.20)$$

より、

$$q_t = D_t + (\hat{D}_{t+1} - \hat{D}_t) + (z\hat{\sigma}_{t+1} - z\hat{\sigma}_t) \quad (2.21)$$

表 2.1: 週次内示の場合の発注の式

	t期	t+1期
t期発注分の到着 (納品)		$q_t = y_{t+1} - y_t + D_t$
目標在庫量	y_t	y_{t+1}
需要予測値 (内示)	\hat{D}_t	\hat{D}_{t+1}
実現値 (確定注文)	D_t	
Dtを反映した 発注量計算(t期末)	$q_t = y_{t+1} - y_t + D_t$ ここで、 $y_{t+1} = \hat{D}_{t+1} + z\hat{\sigma}_{t+1}$ $y_t = \hat{D}_t + z\hat{\sigma}_t$	
発注(t期末)	q_t	

である。

ブルウィップ効果の式の導出の事前の検討として、目標在庫量に変化がない場合を考察する。目標在庫量に変化がない場合は、

$$y_{t+1} - y_t = 0 \quad (2.22)$$

より、

$$q_t = D_t \quad (2.23)$$

となる。この場合のブルウィップ効果 B は、

$$B = \frac{\text{Var}[q_t]}{\text{Var}[D_t]} = \frac{\text{Var}[D_t]}{\text{Var}[D_t]} = 1 \quad (2.24)$$

となり、ブルウィップ効果は発生しない。実際は、内示が期別に変動したり、安全在庫量目標が変化したりすることから、目標在庫量は、期別に変化すると考える方が妥当である。今後は、

$$y_{t+1} \neq y_t, \forall t \quad (2.25)$$

とする。

自動車産業においては、需要予測値として内示情報があり、内示自体が時間により変動することから、小売業で仮定したような平均を表すパラメータ d を含む自己回帰型の需要の動特性は当てはまらない。

週次内示と確定注文の間のブレの表現を考える。確定注文は、週次内示と同じになる頻度は高いが、ブレも生じる。ブレは、週次内示に対して増加・減少の両方向に変動し、比較的左右対称であることから、週次内示を平均とする左右対称型の確率分布に近似できると

1W			2W			3W			4W			翌月1W						
水	木	金	月	火	水	木	金	月	火	水	木	金	月	火	水	木	金	
		△		▲	●	●	●	◎	◎	◎	◎	◎	○	○	○	○	○	
		配		発									月次内示					
		信		注														
		日		日														
						△		▲	●	●	●	◎	◎	◎	◎	◎	◎	

図 2.7: 月次内示の場合の内示情報

考えられる。なお、内示配信において初めは内示数量を意図的に小さくし、実績では大きくなる傾向にあるという考え方もあるが、ここでは、前者とする。ブルウィップ効果の解析という観点からは、差異はない。このことから、週次内示と確定注文のブレを γ_t とすると、

$$D_t = \hat{D}_t + \gamma_t \quad (2.26)$$

となり、ここで、

$$\text{Var}[D_t] = \text{Var}[\gamma_t], \quad (2.27)$$

$$\text{Var}[\gamma_t] = (\sigma_t)^2 \equiv M \quad (2.28)$$

とすると、ブルウィップ効果 B は、

$$\begin{aligned}
B &= \frac{\text{Var}[q_t]}{\text{Var}[D_t]} \\
&= \frac{\text{Var}[\gamma_t] + z^2 \text{Var}[(\hat{\sigma}_{t+1} - \hat{\sigma}_t)]}{\text{Var}[\gamma_t]} \\
&= \frac{M + z^2 \text{Var}[(\hat{\sigma}_{t+1} - \hat{\sigma}_t)]}{M} \quad (2.29)
\end{aligned}$$

となる。

現実的には、週次内示と確定注文のブレの標準偏差の推定量は、時期によって異なったり、発注者の思惑により変化することが一般的である。すなわち、次の2つの条件がある。

週次内示と確定注文のブレの標準偏差の推定量の条件

1. $\hat{\sigma}_t$ は、常に $\hat{\sigma}_{t+1}$ と等しくなるということはない。
2. $(\hat{\sigma}_{t+1} - \hat{\sigma}_t)$ が一定であることもない。

したがって、

$$\text{Var}[(\hat{\sigma}_{t+1} - \hat{\sigma}_t)] > 0 \quad (2.30)$$

であるから、ブルウィップ効果は 1 より大きくなる。また、在庫の品切れ率を低くするために、安全在庫係数 z を大きくとると、 $z^2 \text{Var}[(\hat{\sigma}_{t+1} - \hat{\sigma}_t)]$ は、ますます大きくなり、ブルウィップ効果も 1 より大きくなる。

表 2.2: 月次内示の場合の発注の式

	t期	t+1期	t+2期
t期発注分の到着 (納品)			q_t
目標在庫量	y_t	y_{t+1}	y_{t+2}
需要予測値 (内示)	\hat{D}_t	\hat{D}_{t+1}	\hat{D}_{t+2}
実現値 (確定注文)	D_t	D_{t+1}	
Dt,Dt+1を反映した 発注量計算(t期 末)	$q_t = y_{t+2} - (y_t - D_t) - (y_{t+1} - D_{t+1})$ ここで、 $y_{t+2} = \bar{D}_{t+2} + z\bar{\sigma}_{t+2}$ $y_{t+1} = \hat{D}_{t+1} + z\hat{\sigma}_{t+1}$ $y_t = \hat{D}_t + z\hat{\sigma}_t$		
発注(t期末)	q_t		

生産計画が翌々週の1週間分をたてるとする場合は、月次内示を使うことになる。これは、納入リードタイムが2期の場合で、例えば、2Wに発注すると、4Wの期首に納品せざるを得ないために、配信日の翌々週の生産計画(4W)を立てる場合である。翌々週の生産計画(4W)を立てる場合には、配信日から翌々週は週次内示が、翌々週は月次内示が提示されているので、これらの内示情報を活用することになる。

図 2.7, 表 2.2 に発注業務と発注式の求め方を示す。 \bar{D}_t は、 t 期の月次内示、 $\hat{\sigma}_t$ は t 期における週次内示と確定注文のブレの標準偏差の推定量、 $\bar{\sigma}_t$ は t 期における週次内示と月次内示のブレの標準偏差の推定量を表している。 t 期、 $t+1$ 期、 $t+2$ 期にまたがる在庫推移は、

$$(y_t - D_t) + (y_{t+1} - D_{t+1}) + q_t = y_{t+2} \quad (2.31)$$

より、 $t+2$ 期の需要予測に月次内示を用いる場合の発注量 q_t を求めると、

$$q_t = y_{t+2} - (y_t - D_t) - (y_{t+1} - D_{t+1}), \quad (2.32)$$

ここで、

$$y_{t+2} = \bar{D}_{t+2} + z\bar{\sigma}_{t+2} \quad (2.33)$$

$$y_{t+1} = \hat{D}_{t+1} + z\hat{\sigma}_{t+1} \quad (2.34)$$

$$y_t = \hat{D}_t + z\hat{\sigma}_t \quad (2.35)$$

すると、

$$q_t = D_t + D_{t+1} + (\bar{D}_{t+2} - \hat{D}_{t+1} - \hat{D}_t) + (z\bar{\sigma}_{t+2} - z\hat{\sigma}_{t+1} - z\hat{\sigma}_t) \quad (2.36)$$

となる。

次に、月次内示によるブルウィップ効果の式の導出をする。月次内示は、1期後には、変化して週次内示に代わる。このことから、月次内示と週次内示の間のブレを δ_t とすると、

$$\overline{D}_t = \widehat{D}_t + \delta_t \quad (2.37)$$

となる。式 (2.36) は、式 (2.26) と式 (2.37) より、

$$\begin{aligned} q_t &= \widehat{D}_t + \gamma_t + \widehat{D}_{t+1} + \gamma_{t+1} + (\widehat{D}_{t+2} + \delta_{t+2} - \widehat{D}_{t+1} - \widehat{D}_t) + z(\overline{\sigma}_{t+2} - \widehat{\sigma}_{t+1} - \widehat{\sigma}_t) \\ &= \gamma_t + \gamma_{t+1} + (\widehat{D}_{t+2} + \delta_{t+2}) + z(\overline{\sigma}_{t+2} - \widehat{\sigma}_{t+1} - \widehat{\sigma}_t) \end{aligned} \quad (2.38)$$

となる。以上から月次内示におけるブルウィップ効果は、

$$\begin{aligned} B &= \frac{\text{Var}[q_t]}{\text{Var}[D_t]} \\ &= \frac{2\text{Var}[\gamma_t] + \text{Var}[\delta_{t+2}] + z^2\text{Var}[(\overline{\sigma}_{t+2} - \widehat{\sigma}_{t+1} - \widehat{\sigma}_t)]}{\text{Var}[\gamma_t]} \\ &= \frac{2M + N + z^2\text{Var}[(\overline{\sigma}_{t+2} - \widehat{\sigma}_{t+1} - \widehat{\sigma}_t)]}{M}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

現実的には、週次内示と確定注文のブレの標準偏差の推定量は、時期により異なったり、発注者の思惑により変化することが一般的である。すなわち、 $(\overline{\sigma}_{t+2} - \widehat{\sigma}_{t+1} - \widehat{\sigma}_t)$ が一定であることもない。したがって、

$$\text{Var}[(\overline{\sigma}_{t+2} - \widehat{\sigma}_{t+1} - \widehat{\sigma}_t)] > 0 \quad (2.40)$$

である。また安全在庫係数 z を大きくとると、 $z^2\text{Var}[(\overline{\sigma}_{t+2} - \widehat{\sigma}_{t+1} - \widehat{\sigma}_t)]$ は、ますます大きくなり、ブルウィップ効果も大きくなる。

また、ブルウィップ効果に類似した効果は、表 2.3 におけるシステムでも発生していると考えられる [18]。例えば、自動車運転では、車が列になって走っている時、ある車がブレーキをかけると、そこから後ろの車がブレーキをかける必要がある。そのブレーキ量を需要として捉えると後ろの車ほどブレーキ量がばらつくと考えられる。

表 2.3: ブルウィップ効果の類似効果

番号	システム名	ストック	注文残	排出率	供給率	注文率	典型的な行動・挙動
				単位時間当たりの	単位時間当たりの	単位時間当たりの	
1	在庫管理	在庫	商品の発注残 (図8では、注文残)	顧客への出荷 (図8では、排出率)	供給者からの入荷 (図8では、供給率)	商品の発注 (図8では、注文率)	ビジネスの循環
2	資本投資	資本設備	建設中の設備	減価償却	建設完工	新規契約	建設工事の循環
3	機器・装置	機器・装置	注文中の機器・装置	減価償却	機器・装置の納品	新規機器・装置の注文	ビジネスの循環
4	人的資源	従業員	欠員と訓練中の従業員	レイオフと退職	雇用	欠員の発生	ビジネスの循環
5	資金繰り	現金残高	審理中の融資申し込み	支出	借り入れ	融資申し込み	キャッシュフローの循環
6	マーケティング	基盤顧客数	見込み顧客数	競合社への離脱	新規顧客の獲得	新規顧客との接触	顧客基盤の好況と不況
7	養豚業	養豚数	若豚と懷妊豚	屠殺	成育	交配	養豚の循環
8	農産物	在庫	農場の作物	消費	収穫	植え付け	農産物の循環
9	商業用不動産	建物数	開発中の建物	減価償却	開発完了	開発	不動産の好況と不況
10	電熱器による調理	ポットの温度	レンジのコイルの熱	空中への放散	コイルからポットへの伝播	レンジの火力の設定	煮過ぎた夕食
11	自動車運転	後ろの車との距離	車の運動量	後ろの車の速度	速度	加減速のペダル操作	交通渋滞
12	シャワー (*)	水温	パイプの中の水温	排水	シャワーヘッドからの流出	蛇口の設定	燃烧そして凍結
13	人のエネルギー水準	血糖	消化管における砂糖類	新陳代謝	消化	食糧消費	エネルギー水準の循環
14	付き合い酒	血液中のアルコール	胃中のアルコール	アルコール性代謝	胃から血液への拡散	飲酒	酩酊

渋滞学とブルウィップ効果の関係

§ 3.1 バーガース方程式の基本図と衝撃波

車の渋滞を扱う学問として、流体力学から派生した渋滞学という学問がある [19]. 渋滞学は車や人, アリや体内の分子モーターなど世の中の様々な自己駆動粒子の「流れ」を, 数学や物理を中心とする理論を用いて統一的に扱う学問として世に広まってきた [20].

渋滞学では数多くの数理モデルが利用されるが, その中でも現在最もよく用いられているのは CA である. CA は, あるルールに従って, オセロの白と黒がランダムに入れ替わっていくような動きをする時間・空間・状態量が離散なモデルである. コンピュータによる計算誤差がないためシミュレーションと非常に相性がよく, いろいろなルールを導入することにより複雑な現象を再現することもできる.

また最小限のルールに絞ったシンプルなモデルでも, 車の渋滞クラスターが後方に進む現象や, 狭い出口に人が殺到して出口が詰まってしまうアーチ現象などを定性的にシミュレーションすることが可能であり, 現象の本質を見抜くのに非常に有効である. 一方, 現実への直接的な応用, 特に定量的な設計などを行う場合などは, 離散時間・離散空間なモデルのために困難を生じることもある.

交通工学の分野で, 交通量と密度との関係を示す図は, 一般には $q-k$ 相関図と呼ばれており, 交通容量の推定や, 交通流の制御などの領域で非常に有用なものであり, 道路の特性を表現する基本的なものとして基本図と呼ばれている. 基本図の例を図 3.1 に示す. それぞれの図を用いることにより, 密度が異なる場所が接しているとき, その境界が動く速さが分かる. その密度が急変する所が交通流における衝撃波とする (図 3.2 参照). その, 衝撃波を求める式の一つに Burgers 方程式がある.

Burgers 方程式は, 物質の広がり方を表す方程式である拡散方程式を Cole-Hopf 変換と呼ばれる変数変換によって変換することで導かれる. まず, $f(x, c)$ に関する拡散方程式は, 拡散係数 κ として, 次式で表される [21].

$$f_c = \kappa f_{xx}, \quad (3.1)$$

ここで, 添え字の c, x はそれぞれの変数に関する偏導関数を表し, 添え字の個数が微分の

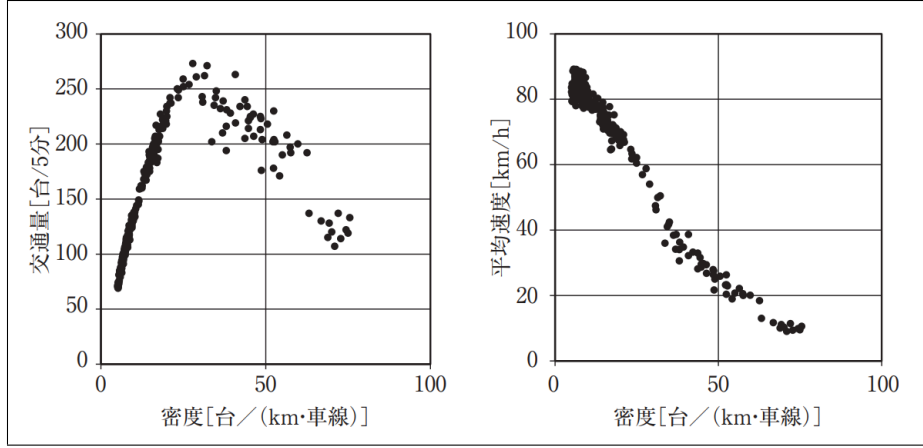


図 3.1: 流量と密度の基本図の例

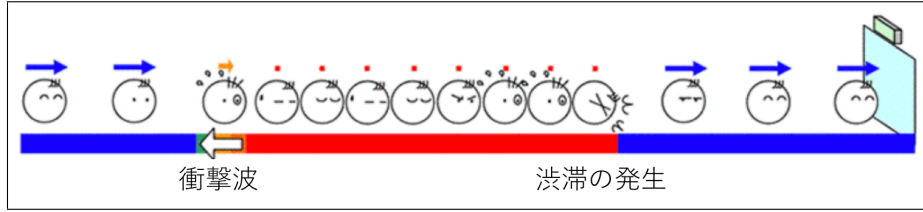


図 3.2: 渋滞による衝撃波の例

階数を表す. 次に, 拡散方程式に規格化を行い, $\kappa = 1$ とすれば, 一次元拡散方程式である,

$$f_c = f_{xx} \quad (3.2)$$

が得られる. 次に, Cole-Hopf 変換による $f(x, c)$ から $g(x, c)$ への変数変換を,

$$g = (\log f)x = \frac{f_x}{f} \quad (3.3)$$

で表す. 式 (3.2) と式 (3.3) から g が満たすべき偏微分方程式が導かれる. 式 (3.3) の両辺を c で微分して, その右辺に式 (3.2) を代入すると,

$$\begin{aligned} g_c &= \frac{f_{xc}}{f} - \frac{f_x f_c}{f^2} \\ &= \frac{f_{xxx}}{f} - \frac{f_x f_{xx}}{f^2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

となる. さらに, x で微分すると,

$$g_x = \frac{f_{xx}}{f} - \frac{f_x^2}{f^2} \quad (3.5)$$

となる. さらに, x で微分すると,

$$g_{xx} = \frac{f_{xxx}}{f} - 3 \frac{f_x f_{xx}}{f^2} + 2 \frac{f_x^3}{f^3} \quad (3.6)$$

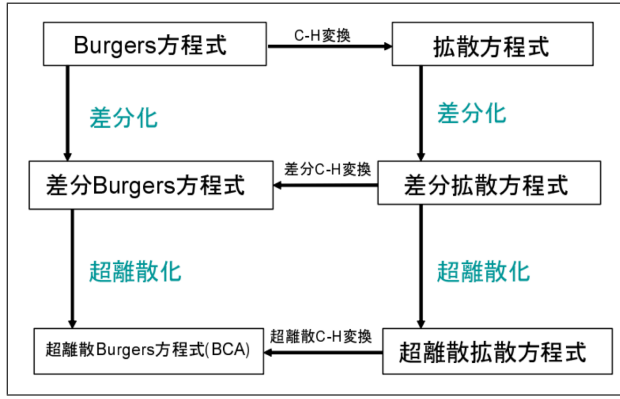


表 3.1: Burgers 方程式における変数

	独立変数	従属変数
Burgers方程式	連続	連続
差分Burgers方程式	離散	連続
超離散Burgers方程式	離散	離散

図 3.3: Burgers 方程式の超離散化の流れ

となる。

したがって、式 (3.2) から式 (3.6) より、

$$g_c = 2gg_x + g_{xx} \quad (3.7)$$

となる。この式 (3.6) は、Burgers 方程式である。この式は、流体の一次元衝撃波の運動を記述するモデルとしてよく知られている。この値を、コンピュータで扱いたい。しかし、コンピュータで扱うには変数の値が連続になっているので難しい。そこで、変数の値を離散にすることを考える (図 3.3, 表 3.1 参照)。

次に、拡散方程式を差分化することによって、独立変数を離散化することを考える。まず、 $\Delta c, \Delta x$ をそれぞれの時間格子、空間格子の間隔とし、次のように、中心差分をとって拡散方程式の差分化を考える。

$$\frac{f_j^{c+1} - f_j^c}{\Delta c} = \frac{f_{j+1}^c - 2f_j^c + f_{j-1}^c}{\Delta x^2}. \quad (3.8)$$

簡単のため、差分の安定性条件から $\Delta c/(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}$ として、上式を整理すると、

$$f_j^{c+1} = \frac{1}{2}(f_{j+1}^c + f_{j-1}^c) \quad (3.9)$$

となる。次に、Cole-Hopf 変換の差分化を

$$g_j^c = \frac{(\log f_{j+1}^c - \log f_j^c)}{\Delta x} \quad (3.10)$$

とする。式の形を見やすくするため、 g_j^c から v_j^c への変数変換 $v_j^c = e^{\Delta x g_j^c}$ を式 (3.10) に行なうと、

$$v_j^c = \frac{f_{j+1}^c}{f_j^c} \quad (3.11)$$

となる. ここで式 (3.11) を用いて, v_j^c に関する時間発展方程式を導く.

$$v_j^{c+1} = \frac{f_{j+1}^{c+1}}{f_j^{c+1}} \quad (3.12)$$

$$= \frac{f_{j+2}^c + f_j^c}{f_{j+1}^c + f_{j-1}^c} \quad (3.13)$$

$$= \frac{f_{j+1}^c}{f_j^c} \frac{f_{j+2}^c/f_{j+1}^c + f_j^c/f_{j+1}^c}{f_{j+1}^c/f_j^c + f_{j-1}^c/f_j^c}, \quad (3.14)$$

$$v_j^{c+1} = v_j^c \frac{v_{j+1}^c + 1/v_j^c}{v_{j+1}^c/v_{j-1}^c}. \quad (3.15)$$

式 (3.15) が差分 Burgers 方程式である. このままでは, 従属関数が連続なので離散にする必要がある.

§ 3.2 超離散法に ASEP への変換

流体モデルの基本である Burgers 方程式がバーガーズセルオートマトン (Burgers Cellular Automaton:BCA) に変換できる「超離散化」という手法がある [22]. 超離散化とは, 従属変数を連続な値から離散な値に変換することである. 前節で差分 Burgers 方程式が得られたので, この節では超離散化を行い, 超離散 Burgers 方程式を導く. 極限に関する次のような公式がある.

$$\lim_{\xi \rightarrow +0} \xi \log(e^{A_1/\xi} + e^{A_2/\xi} + \cdots + e^{A_n/\xi}) = \max(A_1, A_2, \cdots, A_n). \quad (3.16)$$

まず, ξ をパラメータとして, f_j^c, v_j^c から F_j^c, U_j^c への変数変換

$$f_j^c = 2^{-c} e^{F_j^c/\xi}, \quad (3.17)$$

$$v_j^c = \frac{e^{U_j^c - L/2}}{\xi} \quad (3.18)$$

を考える. v から U への変数変換で用いた W は定数である. この変数変換を施すと, 式 (3.9), 式 (3.11), 式 (3.15) は, 順に以下ようになる.

$$F_j^{c+1} = \xi \log(e^{F_{j+1}^c/\xi} + e^{F_{j-1}^c/\xi}), \quad (3.19)$$

$$U_j^c = F_{j+1}^c - F_j^c + \frac{W}{2}, \quad (3.20)$$

$$U_j^{c+1} = U_j^c + \xi \log(e^{(U_{j+1}^c - W/2)/\xi} + e^{-(U_j^c - W/2)/\xi}) \\ - \xi \log(e^{(U_j^c - W/2)/\xi} + e^{-(U_{j-1}^c - W/2)/\xi}) \quad (3.21)$$

となり, それぞれに極限に関する公式である式 (3.16) を用いると,

$$F_j^{c+1} = \max(F_{j+1}^c, F_{j-1}^c), \quad (3.22)$$

$$U_j^c = F_{j+1}^c - F_j^c + \frac{W}{2}, \quad (3.23)$$

$$U_j^{c+1} = U_j^c + \min(U_{j-1}^c, W - U_j^c) - \min(U_j^c, W - U_{j+1}^c) \quad (3.24)$$

表 3.2: Rule184 のルール

$P Q R$	111	110	101	100	011	010	001	000
$G(P, Q, R)$	1	0	1	1	1	0	0	0
for rule number	128	64	32	16	8	4	2	1

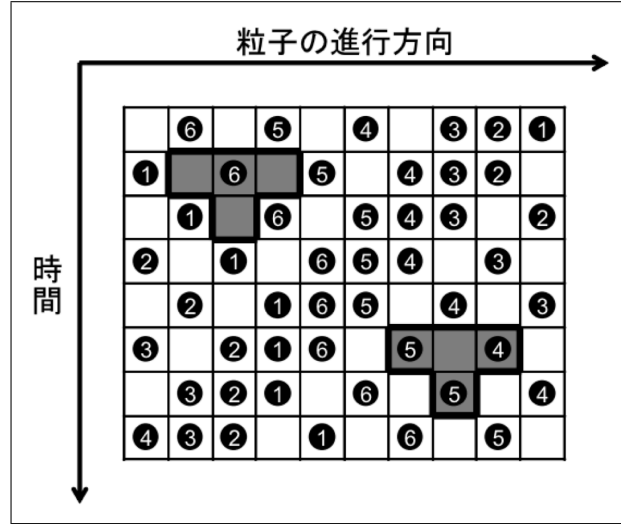


図 3.4: Rule184 の動作例

となる．この式 (3.24) が超離散 Burgers 方程式である．

ここで，一度，1次元 CA を式を用いて説明する [23]．空間格子 j と整数時刻 c を独立変数， U を従属変数とする．また，空間格子 j ，整数時刻 c における U の値を U_j^c と書くことにする．このとき，例えば，

$$U_j^{c+1} = U_{j+1}^c U_j^c (1 - U_{j-1}^c) \quad (3.25)$$

という時間発展方程式を考えると，初期の U の値がすべて 0 か 1 だけならば，右辺は常に 0 か 1 の値しか取らないので，この時間発展系は CA を構成するといえる．一般的に，以下の形を満たすものを考える．

$$U_j^{c+1} = G(U_{j-1}^c, U_j^c, U_{j+1}^c). \quad (3.26)$$

ただし，今は状態変数 U の値は 0 か 1 のどちらかであり，関数 $G(P, Q, R)$ も 3 つの引数に応じて 0 か 1 の値しか取らないものとする．つまり，時刻 c での値が 0 か 1 の時に，次の時刻 $c+1$ での値が 0 か 1 で閉じられていている場合，この形にあてはまる CA 全体を Elementary CA (ECA) と呼ぶ．さらに ECA は有限個しかないとわかる．なぜなら，3 つの引数 P, Q, R はすべて 0 か 1 の値しか取らないので，その (P, Q, R) の組み合わせは 2^3 個であり，それぞれの (P, Q, R) 値に対して以下の表のように， G の値が 0 になるか 1 になるかを決めてしまえば，それで，一つの ECA が決まってしまうからである．

つまり，ECA は全部で $2^8 = 256$ 種類しかない．表の下段の 0 と 1 の並びによって ECA が一つ決まるので，その並びを 2 進数とみなして各 ECA を区別する番号 (ルール番号) を

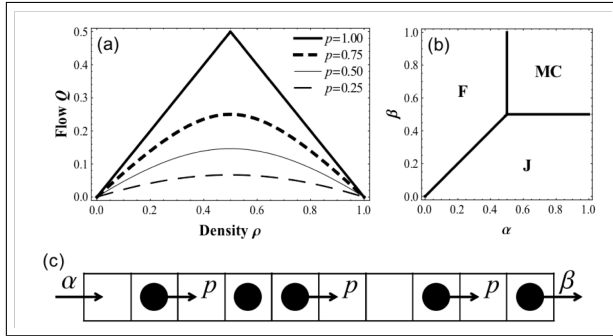


図 3.5: ASEP

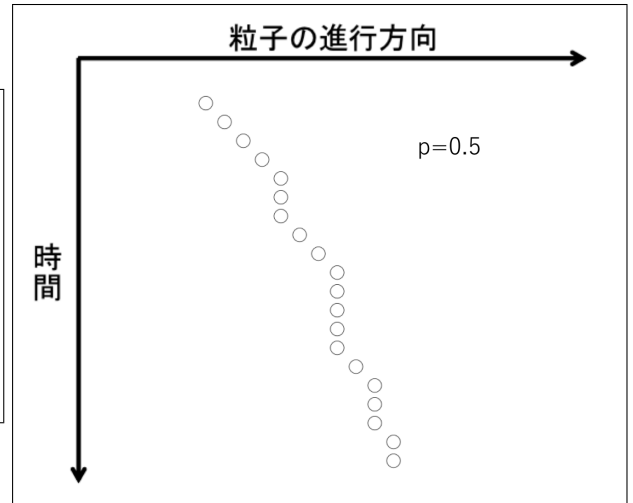


図 3.6: ASEP の $p=0.5$, 粒子数=1 の場合

決めることが出来る．表 3.2 のルール番号は $(10111000)_2 = 128 + 32 + 16 + 8 = 184$ であり，図 3.4 のように動作する．あるサイトに車が存在する状態を 1 とし，存在しない状態を 0 と考えるとこの Rule184 モデルは単純な車の動きを表現していると考えることができる．また，超離散 Burgers 方程式は初期値に制限を与えることで，BCA となる．特に， U を 0,1 のみに制限し， $W = 1$ とすると，Rule184 となる．つまり，モノの渋滞として考えるときは，1 をモノが存在する状態，0 を存在しない状態として考えればよい．結局すべての ECA に $(00000000)_2 = 0$ から $(11111111)_2 = 255$ までの合計 256 個の一意的な番号を付けることが出来る．

ECARule184 に隣接セルへの移動確率 p を導入すると，非対称単純排他過程 (Asymmetric Simple Exclusion Process: ASEP) というモデルになる．つまり，ASEP で $p = 1$ とすると Rule184 になる．ASEP は 1968 年にリボソームのたんぱく質合成機構を表すモデルとして CA とは独立に生まれ，1993 年に Derrida らによって Matrix Products Ansatz という方法で開放系 (後述) の定常状態が厳密に解かれてから，加速度的に研究が進んでいった．ASEP では周期境界条件と開放境界条件のモデルがよく考えられる．

周期境界条件 ASEP (周期系 ASEP) は，右端の粒子が左端に移動するモデルである．粒子の流入，流出がなく系の密度が一定に保たれるため，周期系 ASEP やその拡張モデルの研究では，よく横軸に密度，縦軸に流量をプロットした基本図がシミュレーションや理論計算によって描かれる (図 3.1 参照)．また ASEP では，クラスター近似という近似計算方法でも厳密な場合と同じ流量の式が得られることが分かっている．

図 3.5(a) の左側の密度に対して流量が増加する領域が自由相，減少する領域が渋滞相であり，自由相から渋滞相への相転移が起こる密度は臨界密度と呼ばれている．この図を見ると，車や人の流れをよくするために密度をどのような値にすればよいかが一目で分かるため，渋滞緩和策を考える際に頻繁に用いられている．また， $p = 0.5$ のときの ASEP は図 3.6 のようになる．

開放境界条件 ASEP (開放系 ASEP) では，左端と右端は繋がっておらず，粒子は左端から確率 α で流入し，バルク部分 (図 3.5(c) の両端以外の部分参照) を確率 p で移動していっ

表 3.3: ASEP の流量の式及び三重点の座標

アップデート方法	パラレル	ランダム
流量 (周期系)	$\frac{1 - \sqrt{1 - 4p\rho(1 - \rho)}}{2}$	$p\rho(1 - \rho)$
流量 (開放系, 自由相)	$\alpha \frac{p - \alpha}{p - \alpha^2}$	$\alpha(1 - \alpha/p)$
流量 (開放系, 渋滞相)	$\beta \frac{p - \beta}{p - \beta^2}$	$\beta(1 - \beta/p)$
流量 (開放系, 最大流量相)	$\frac{1 - \sqrt{1 - p}}{2}$	$\frac{p}{4}$
三重点の座標 (開放系)	$(1 - \sqrt{1 - p}, 1 - \sqrt{1 - p})$	$\left(\frac{p}{2}, \frac{p}{2}\right)$

て、確率 β で右端から流出する (図 3.5(c) 参照). ゆえに系の密度が一定に保たれないため、よくパラメータ α, β に対して相図 (図 3.5(b) 参照) が描かれる. 左上の $\beta > \alpha$ の領域が α によって流量をコントロールすることが可能な自由相, 右下の $\alpha > \beta$ の領域が β によって流量をコントロールすることが可能な渋滞相, そして右上の α, β が共に大きい領域がどちらのパラメータが変化しても流量が変化することのない最大流量相である.

各相の流量が流入, 流出どちらで制御できるかは, 表 3.3 に記載された流量の式を見ても確認することができる. また $\alpha = \beta$ の直線上では衝撃波 (密度が不連続に増加する位置) がランダムウォークすることが知られており, 3 本の相転移ラインが交わる三重点の座標は表 3.3 のようになる. この相図からは流入, 流出によって系内の流れがどのような状態になっているかがよく分かるため, 基本図と共に交通流の基礎研究で活用されている.

ここまでの ASEP, 1 時間ステップの間に全ての粒子の移動を同時に考えるパラレルアップデートであった. これ以外によく用いられるアップデート方法として, ステップ毎にセルとセルの間のボンドをランダムに一つ選び, そのボンドを含む二セルのみの状態を更新していくランダムアップデートがあり, 流量の式は表 3.3 のようにパラレルアップデートのものとは異なったものになる.

また ASEP の場合, ランダムアップデートは連続時間を考えた場合と同様で, 確率 p, α, β は全てレートになる. 実は最初に考えられた ASEP は連続時間のモデルであり, 理論解析のやり易さという点からはこちらの方が活発に研究が行われている. この他にも粒子に順序をつけて移動させるなど複数のアップデート方法があり, それらが ASEP のダイナミクスに及ぼす影響が研究されている.

§ 3.3 セルオートマトンによるブルウィップ効果の把握

本研究では, ASEP を用いてブルウィップ効果のモデル化をする. ASEP を用いる理由は, ブルウィップ効果はモノの渋滞によって発生していると考えからである. まず, ASEP を作成するために, ASEP と同じようなブルウィップ効果の特徴量を探す. ASEP の形は二次関数のようになるので, それを満たすものを探すと y_t が二次関数となっている. よって, 目

標在庫量は ASEP に変換できると考える.

[定理] ASEP の移動確率 p の設計法

ASEP の移動確率 p は, 生産管理の安全在庫係数 z , 需要量の予測誤差の標準偏差の推定量 σ_t , 需要予測値 u_t より以下のように与えることができる.

$$p = 1 - \left(1 - \frac{z\sigma_t}{2u_t}\right)^2, \quad (0 < z\sigma_t < 4u_t). \quad (3.27)$$

[証明] まず y_t の式を変形する.

$$\begin{aligned} y_t &= Lu_t + z\sqrt{L}\sigma_t \\ &= u_t \left(L + \frac{z\sigma_t}{u_t} \sqrt{L} \right) \\ &= u_t \left\{ \left(\sqrt{L} + \frac{z\sigma_t}{2u_t} \right)^2 - \left(\frac{z\sigma_t}{2u_t} \right)^2 \right\}, \\ y_t + \frac{z^2\sigma_t^2}{4u_t} &= u_t \left(\sqrt{L} + \frac{z\sigma_t}{2u_t} \right)^2. \end{aligned} \quad (3.28)$$

式(3.28)は, 図3.7のような二次関数となる. 次に, ASEP と同じ形にしたいので, 式(3.28)を原点对称する.

$$\begin{aligned} -y_t + \frac{z^2\sigma_t^2}{4u_t} &= u_t \left(-\sqrt{L} + \frac{z\sigma_t}{2u_t} \right)^2, \\ y_t - \frac{z^2\sigma_t^2}{4u_t} &= -u_t \left(\sqrt{L} - \frac{z\sigma_t}{2u_t} \right)^2. \end{aligned} \quad (3.29)$$

式(3.29)は, 図3.8のようになる. 次に, $X = \sqrt{L}, Y = y_t$ として, 式を簡略化する.

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{z\sigma_t}{2u_t}, \\ \psi &= \frac{z^2\sigma_t^2}{4u_t}, \\ Y - \psi &= -u_t(X - \phi)^2. \end{aligned} \quad (3.30)$$

ASEP における軸の幅と目標在庫とリードタイムの軸の幅を合わせるために, 式(3.31)とする.

$$\begin{aligned} X &\leftarrow 2\phi X, \\ Y &\leftarrow z\sigma_t Y, \\ z\sigma_t Y - \psi &= -u_t(2\phi X - \phi)^2. \end{aligned} \quad (3.31)$$

最終的に, ϕ, ψ を用いずに ASEP に当てはまる式を求めると式3.32となり, 図3.9のようなグラフとなる.

$$\begin{aligned} z\sigma_t Y - \psi &= -4\phi^2 u_t \left(X - \frac{1}{2} \right)^2 \\ &= -\frac{z^2\sigma_t^2}{u_t} \left(X - \frac{1}{2} \right)^2, \\ Y - \frac{z\sigma_t}{4u_t} &= -\frac{z\sigma_t}{u_t} \left(X - \frac{1}{2} \right)^2. \end{aligned} \quad (3.32)$$

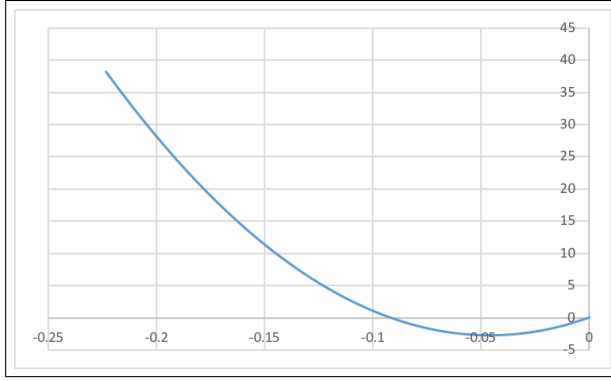


図 3.7: 目標在庫とリードタイム

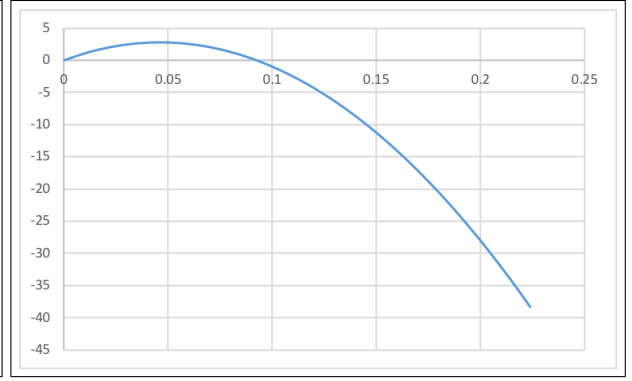


図 3.8: 目標在庫とリードタイムの原点对称

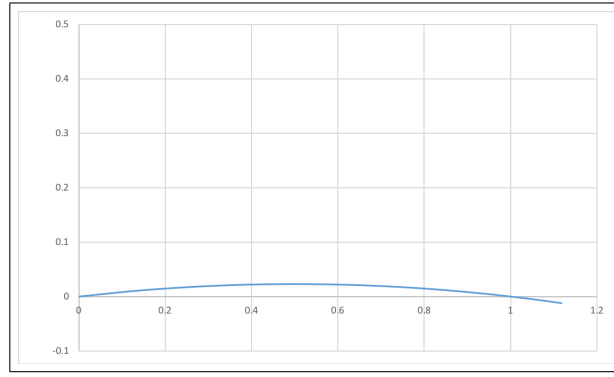


図 3.9: 目標在庫とリードタイムの軸変換後

$X = \frac{1}{2}$ の時, $Y = \frac{z\sigma_t}{4u_t}$ であるから, 表 3.3 の流量 (開放系, 最大流量相) の式より,

$$Y = \frac{z\sigma_t}{4u_t} = \frac{1 - \sqrt{1-p}}{2} \quad (3.33)$$

から移動確率 p を求める式は,

$$\begin{aligned} \frac{z\sigma_t}{4u_t} &= \frac{1 - \sqrt{1-p}}{2}, \\ \sqrt{1-p} &= 1 - \frac{z\sigma_t}{2u_t}, \\ 1-p &= \left(1 - \frac{z\sigma_t}{2u_t}\right)^2, \\ p &= 1 - \left(1 - \frac{z\sigma_t}{2u_t}\right)^2, \quad (0 < z\sigma_t < 4u_t) \end{aligned} \quad (3.34)$$

となる. □

数値実験ならびに考察

本研究では、シミュレーターを作成して、ブルウィップ効果などがどのように変化するか取得する。シミュレーターとしては、Excelで作成した。まず、Excelのシミュレーターの例を図4.1に示す。

図4.1を元にシミュレーターの各行について説明する。内示 \hat{D}_t は、需要予測値を表す。基準搬入量 H_t は、確実に生産する数量を表す。つまり、内示が的確なものならば需要予測値と基準搬入量は等しいが、そうでない（需要量と内示に差が出る）ならば、余剰在庫を出さないために、内示より低く設定する。

追加搬入量 V_t は、前日の緊急発注量と同値である($V_t = K_{t-1}$)。搬入量合計は、発注量 q_t であり、基準搬入量及び追加搬入量の合計を表し、 $q_t = H_t + V_t$ である。工場使用量は、メーカーが必要としている部品の数のことである。つまり、需要量 D_t を表す。安全在庫目標 Z_t は、自由に決めることができ、今回は、 z を安全在庫係数として、 $z(D_t + D_{t+1} + \dots + D_{t+29}) \div 30$ とする。

繰越在庫 S_t は、翌日に繰り越される在庫であり、自由に初期値を決めることができる。今回は、初期値を1600とする。また $S_t = S_{t-1} + B_t - D_t$ である。緊急発注量 K_t は、繰越在庫が安全在庫目標の半分以下の場合に値が入り、 $K_t = Z_t - S_t$ である。判定は、安全在庫目標を達成できているかを表し以下のように記号で表示する。

判定の基準

1. 繰越在庫が安全在庫目標以上ならば○を表示
2. 繰越在庫が安全在庫目標の1/2以上ならば□を表示
3. 繰越在庫が安全在庫目標の1/2未満ならば×を表示
4. 繰越在庫が0未満ならば××を表示(在庫切れ)

充足量 J_t は、当日の工場使用量へ充当できる部品の数量を表す。 $J_t = D_t + S_t (S_t < 0)$, $J_t = D_t (S_t \geq 0)$ である。

次に、結果のパラメータについて説明する。○, □, ×及び××は、それぞれ判定の回数を表す。平均在庫 C_t は、繰越在庫の平均値を表す。よって、 $C_t = \sum_{i=1}^{1000} S_t$ である。搬入回

内示 σ	1162 安目 150									
	80		1M							
		初期	1 月	2 火	3 水	4 木	5 金	6 月	7 火	8 水
①	内示	-	1162	1162	1162	1162	1162	1162	1162	1162
②	基準搬入量	-	922	922	922	922	922	922	922	922
	追加搬入量	-	0	1797	0	0	0	1044	0	0
	搬入量合計	-	922	2719	922	922	922	1966	922	922
③	工場使用量	-	1190	1095	1210	1152	1210	1287	1344	1344
④	安全在庫目標	-	1709	1738	1750	1773	1774	1772	1766	1766
⑤	繰越在庫	180	-88	1536	1248	1018	730	1409	987	5
⑥	緊急発注量	-	1797	0	0	0	1044	0	0	11
⑦	判定	-	× ×	□	□	□	×	□	□	×
⑧	充足量	-	1102	1095	1210	1152	1210	1287	1344	1344

○	□	×	×	×	平均在庫	搬入回数	追加搬入量合計	在庫切れ回数	充足率
156	634	210	0	0	1272	210	230097	0	100%

	平均	標準偏差		BULLWHIP効果
工場使用量	1167.54	310.09		1.51
追加搬入量	246.79	468.32		

図 4.1: Excel 版シミュレーター

数は、緊急発注の回数である。追加搬入量合計は、1000 日分の追加搬入量を合計したものである。在庫切れ回数は、繰越在庫が 0 未満となった回数である。充足率 r_t は、充足量合計と工場使用量合計の商に 100 をかけたものである。よって、 $r_t = 100 \times \sum_{t=1}^{1000} J_t / \sum_{t=1}^{1000} D_t [\%]$ である。

次に、ブルウィップ効果の要因を考える。12 個がブルウィップ効果の要因として考えられる。

ブルウィップ効果の要因

1. 発注から納入までのリードタイム: リードタイムを追加することで実装
2. 緊急発注量のバッチ単位の注文方式: 1000 個単位に変更することで実装
3. サプライヤーの生産計画手法:
4. 意思決定者のオーバーアクション:
5. 複数の要因を考慮した発注方式: それぞれの要因の組み合わせにより実装
6. 週単位計画から日単位計画: 週に発注できる日数を指定することで実装
7. 製造ロットによる上流と下流のマッチングの難しさ:
8. サプライヤー間の情報共有:
9. 価格割引:
10. 内示変動のときのトレンドやばらつきの変動:
11. 安全在庫目標の決め方:
12. 緊急注文タイミングのアルゴリズム:

リードタイムは、発注から納入までかかる日数を表す。つまり、サプライヤー側は先に生産しておく必要があることが要因となる。バッチ単位の注文とは、部品を 1 個ずつ注文するのではなくて、1000 個ずつなど複数個ずつ注文することを指す。サプライヤーの生産計画手法は、サプライヤーの設備能力や製品品質のばらつき等による供給不足時の対応を指す。オーバーアクションは、通常時に連続で供給不足に陥った時などに、多めに注文す

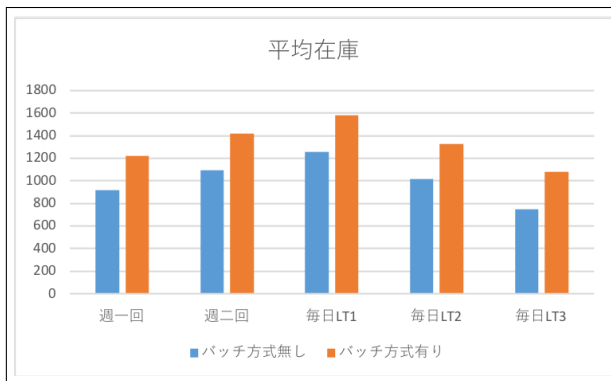


図 4.2: 平均在庫

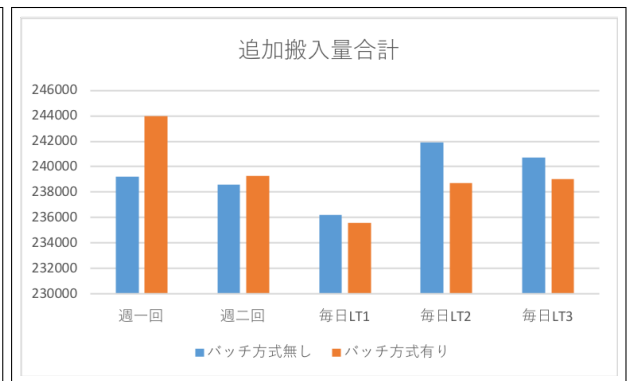


図 4.3: 追加搬入量合計

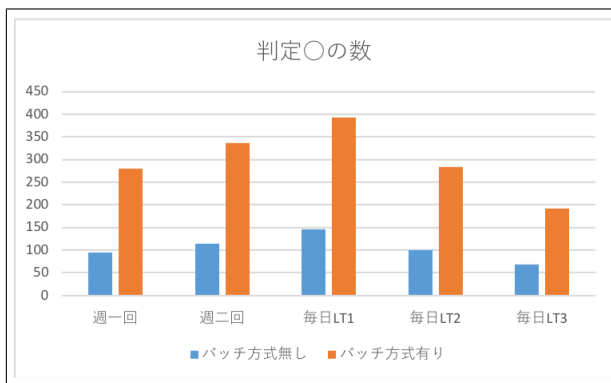


図 4.4: 判定○の数

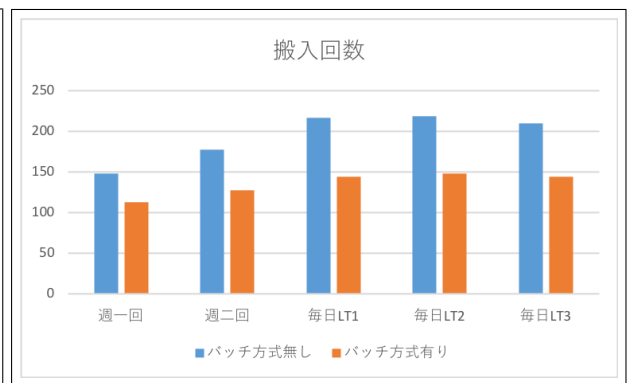


図 4.5: 搬入回数

ることを指す。ロットとは、生産・出荷の最小単位のこと、1次サプライヤー間では10個から生産できるが、2次サプライヤーの部品は1000個からしか生産できず、1次サプライヤーの部品が2次サプライヤーの部品は一つだけ必要な場合などに発生する。価格割引とは、月によって部品が安いことがあることを指す。

今回は、内示 $D_t = 1162$ 、基準搬入量は $D_t - 240$ 、工場使用量はランダムにデータからとり、安全在庫係数1.5、繰越在庫の初期値1600として、それぞれの発注方式で、10回シミュレーションを行う。つまり、1万日分のシミュレーションを行う。図4.2-4.7は、得られた結果のそれぞれの平均値である。

発注方式について説明する。週一回発注方式は、一週間に一回だけ決められた曜日にだけ発注することができる。週二回発注方式は、一週間に二回、決められた曜日にだけ発注することができる。毎日LT1発注方式は、毎日制限なく発注することができ、発注から納入までのリードタイムが1である。そして、毎日LT2及び毎日LT3はそれぞれ毎日LT1のリードタイムを2, 3に変更したものである。また、それぞれの発注方式でバッチ単位での発注の有無も追加し、合計10通りの発注方式とする。バッチ単位としては、1000個単位とした。

それぞれの結果について考察する。週に追加注文可能な日を変えることによる比較をする。ブルウィップ効果は、週の取引可能回数を増やすほど低減された。次に、リードタイムごとの比較をする。ブルウィップ効果には、あまり変化が見られなかった。理由としては、

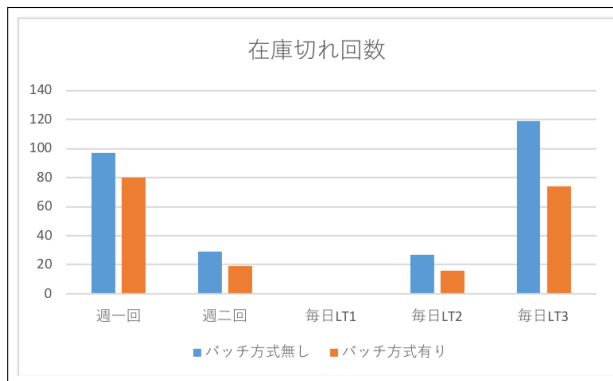


図 4.6: 在庫切れ回数

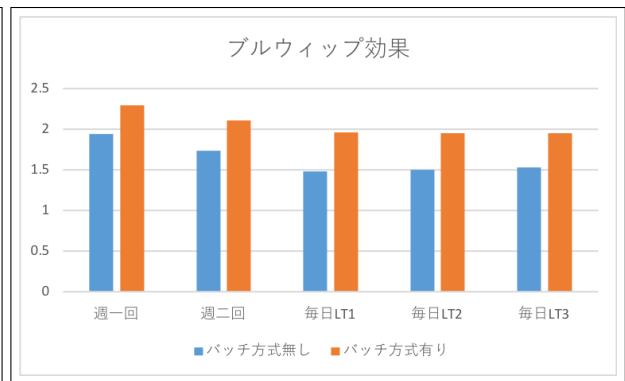


図 4.7: ブルウィップ効果

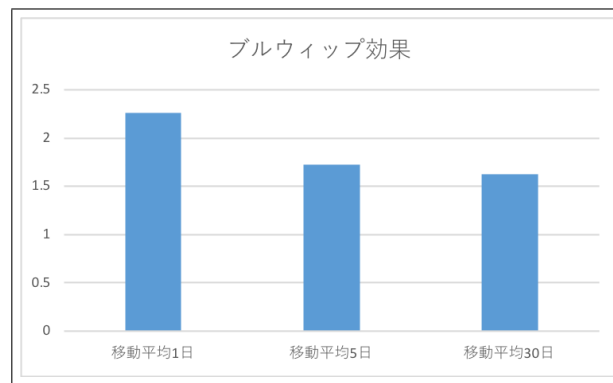


図 4.8: 移動平均におけるブルウィップ効果

発注間隔が開くことで、需要量の変化が発生しないからと考える。

次に、バッチ単位の注文の有無による比較をする。ブルウィップ効果は、バッチ単位での注文をすることで増加した。ここで、それぞれの影響度合いを比較すると、週の取引可能回数、バッチ単位、リードタイムの順に影響が高いと考えられる。よって、週の取引可能回数を増やし、バッチ単位での注文をしないことで、ブルウィップ効果を低減することができる。

需要予測の影響についてのシミュレーションをした。このシミュレーターの場合、内示と工場使用量が同じ、つまり、需要が一定である場合が、需要予測の影響がない場合と考えられる。その場合は、工場使用量（需要量）と搬入量合計（発注量）が等しくなり分散も等しくなるため、ブルウィップ効果は1となり発生しない。

次に、内示つまり需要予測値を移動平均で求めた場合のブルウィップ効果をシミュレーションで求める。パラメータは、内示を工場使用量の移動平均で求めたものと、前日から30日前までの工場使用量の標準偏差を求めて、内示からその値を引いたものを基準搬入量とし、後は同じ条件においてシミュレーションした。移動平均はそれぞれ、1日、5日、30日として毎日LT1発注方式とする。

その結果、ブルウィップ効果は図4.8のようになる。移動平均1日、つまり前日の工場使用量を内示とした場合と移動平均5日と移動平均30日の場合で、0.5ほど差が出たので、移動平均を用いた内示の決定に意味はあると考えられる。また、移動平均5日と30日では、

著しい変化は見られなかったが、移動平均の数を増やすことでブルウィップ効果が低減されることは確認できた。以上の結果より、ブルウィップ効果は需要予測が良くなる程、低減され完全に予測できる場合は発生しないと考えられるので、需要予測の精度は取引において重要である。

おわりに

本研究の目的は、需要予測の影響について明らかにするために、ブルウィップ効果の要因として考えられるものを何個か案として出し、その要因を組み込んだシミュレーターを作成しそれを用いて、それぞれの要因についての影響度合いを調査し低減方法について考察すること及びブルウィップ効果をモノの渋滞として捉えるために、ASEPによるブルウィップ効果の表現を行うことである。

結論として、さまざまな要因をパラメータとして組み込んだシミュレーターを作成し、それにより、週の取引可能回数、バッチ単位、リードタイムの順に影響が高いという結果が出た。また、週の取引可能回数を増やし、バッチ単位での注文をしないことで、ブルウィップ効果を低減することができることが分かった。需要予測の有無による結果は、ブルウィップ効果は需要予測が良くなる程、低減され完全に予測できる場合は発生しないと考えられるので、需要予測の精度は取引において重要であることが分かった。また、モノの渋滞として捉え ASEP を作成するところまでは達成したので、目的は達成できた。

今後の課題として、ブルウィップ効果の要因として挙げたものの中でシミュレーターに実装していないものの実装、ブルウィップ効果の要因がどのように影響しているかを考慮した統一的なモデルを作成すること及びモノの渋滞としてブルウィップ効果を考えた場合のブルウィップ効果を目標在庫量により作成した ASEP の値から導出し、実際のブルウィップ効果と比較しどれくらいの精度であるか確認することである。例えば、コスト面を考慮していないため、それにかかるコストを実装すると、実際の経営課題にも用いられるシステムになると考えられる。また、他のブルウィップ効果に関係する特徴量の関係性をシミュレーションや実際のデータで確認してある法則性が得られたならば、それを元にモデルを作成することも可能である。したがって、法則性を探索することも今後の課題として挙げられる。

謝辞

本研究を遂行するにあたり，多大なご指導と終始懇切丁寧なご鞭撻を賜った富山県立大学電子・情報工学科の奥原浩之教授，広島経済大学大学院経済学研究科兼ビジネス情報学科の上野信行教授に深甚な謝意を表します．最後になりましたが，多大な協力をして頂いた研究室の同輩諸氏に感謝致します．

2019 年 2 月

横井 稜

参考文献

- [1] 環境省. “平成 30 年版 環境白書・循環型社会白書・生物多様性白書”. <http://www.env.go.jp/policy/hakusyo/h30/index.html>. 閲覧日 2019, 1, 27.
- [2] 生天目章, 岡田知仁, 佐藤浩. “エージェントモデルに基づくサプライチェーンマネジメント支援ツール”, 2017.
- [3] 藤野直明. “サプライチェーン その本質と企業戦略”. ダイヤモンド・ハーバード・ビジネス編集部 (編), サプライチェーン理論と戦略, pp. 3–43. ダイヤモンド社, 1998.
- [4] “再びブーム!? scm (サプライチェーンマネジメント) は効率だけを重視するのではない”. https://www.noc-net.co.jp/blog/2017/05/column_215/. 閲覧日 2019, 1, 27.
- [5] 菊地竜也, 石黒一彦, 稲村肇, 石倉智樹. “scm による建設プロジェクト在庫削減効果の検討”. 土木計画学研究・論文集, Vol. 18, pp. 395–402, 2001.
- [6] 上野信行. “自動車産業の 2 段階サプライチェーンにおけるブルウィップ効果の定量化に関する基礎的解析”. 広島経済大学経済研究論集, Vol. 41, No. 2-3, pp. 5–17, 2018.
- [7] David Simchi-Levi, Philip Kaminsky, Edith Simchi-Levi, and Ravi Shankar. “*Designing and managing the supply chain: concepts, strategies and case studies*”. Tata McGraw-Hill Education, 2008.
- [8] Frank Chen, Zvi Drezner, Jennifer K Ryan, and David Simchi-Levi. “the bullwhip effect: Managerial insights on the impact of forecasting and information on variability in a supply chain”. In *Quantitative models for supply chain management*, pp. 417–439. Springer, 1999.
- [9] Frank Chen, Zvi Drezner, Jennifer K Ryan, and David Simchi-Levi. “quantifying the bullwhip effect in a simple supply chain: The impact of forecasting, lead times, and information”. *Management science*, Vol. 46, No. 3, pp. 436–443, 2000.
- [10] 齊藤史哲. “在庫に関する知識共有のブルウィップ効果に及ぼす影響について”. 日本経営工学会論文誌, Vol. 66, No. 1, pp. 39–48, 2015.
- [11] 水野浩孝, 森山弘海, 羽田隆男. “最終需要情報を共有するサプライチェーンにおいて共有情報伝達の遅れがブルウィップ効果抑制に及ぼす影響の分析”. 日本経営工学会論文誌, Vol. 65, No. 4, pp. 268–277, 2015.
- [12] 樋口徹ほか. “多段階のプレーヤーの意思決定に基づくサプライチェーン全体の在庫量変動に関する考察: 需要が安定している場合の多段階の意思決定とブルウィップ効果”. 作大論集, No. 4, pp. 109–118, 2014.
- [13] 鈴木定省, 三島理, 圓川隆夫. “定期発注方式を用いたサプライチェーンにおけるブルウィップ効果の定量化に関する研究”. 日本経営工学会論文誌, Vol. 56, No. 3, pp. 147–154, 2005.

- [14] 杉山雄規. “交通流の物理”. 日本流体力学会誌 「ながれ」, Vol. 22, No. 2, pp. 95–108, 2003.
- [15] Katsuhiko Nishinari and Daisuke Takahashi. “a new deterministic CA model for traffic flow with multiple states”. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, Vol. 32, No. 1, pp. 93–104, 1999.
- [16] David H. Taylor. “measurement and analysis of demand amplification across the supply chain”. *The International Journal of Logistics Management*, Vol. 10, No. 2, pp. 55–70, 1999.
- [17] 上野信行. “内示情報と生産計画-持続可能な社会における先行需要情報の活用-”. 朝倉書店, 2011.
- [18] 松本憲洋. “ビジネスにおける不安定性の原因に対する仮説の検証”, 2008.
- [19] 西成活裕. “よくわかる渋滞学”. ナツメ社, 2009.
- [20] 柳澤大地, 西成活裕. “渋滞学のセルオートマトンモデル”. 応用数理, Vol. 22, No. 1, pp. 2–14, 2012.
- [21] “偏微分方程式を解く, 拡散方程式を解いてみる”.
<http://www.geo.titech.ac.jp/lab/ida/numexe/manual/8/diffusion.html>. 閲覧日 2019, 1, 26.
- [22] 広田良吾, 高橋大輔. “差分と超離散”. 共立出版, 2003.
- [23] Stephen Wolfram. “twenty problems in the theory of cellular automata”. *Physica Scripta*, Vol. T9, No. 1, pp. 170–183, 1985.

