

# GMDHに基づく非線形自己回帰モデルの同定とスペクトル解析

林 光二\*・篠原慶邦\*・金野秀敏\*\*

## Identification of Nonlinear Autoregressive Model Based on GMDH and Its Spectral Analysis

Koji HAYASHI\*, Yoshikuni SHINOHARA\* and Hidetoshi KONNO\*\*

Although the GMDH (Group Method of Data Handling) can be applied easily to identification of nonlinear systems, the interpretation of the layered models obtained is not so easy because of insufficient mathematical background for it. Therefore, the application of the GMDH have been restricted to the field where the model is treated as a black-box.

The present paper proposes a new nonlinear impulse response function with a single time-lag in order to evaluate an overall nonlinear characteristics of the layered model. It can be calculated easily by exciting the layered model with a certain input impulse, and the frequency response function and the power spectrum can also be estimated from it.

As an example, an autoregressive-type nonlinear layered model based on the GMDH was fitted to the vibration data which were generated from a stochastic Duffing equation with a double-well potential. Through the analysis using this new nonlinear impulse response function, it is clearly shown that the obtained layered model contained a mechanism of random jumping of amplitudes between two potential levels.

**Key Words:** GMDH (Group Method of Data Handling), nonlinear autoregressive layered model, nonlinear impulse response function, stochastic Duffing equation

### 1. はじめに

GMDH (Group Method of Data Handling) は 1960 年代後半に A.G. Ivakhnenko によって提案された一種のモデリング手法である<sup>1),2)</sup>。この手法は、多量のデータから系の特性を精密に同定することを目的とした従来の統計的モデリング手法とは立場を異にし、少ないデータから複雑な(非線形)系を大雑把に同定することを目的としており、今日のニューラル・ネットワークの原型であるパーセプトロンの考え方をベースに開発した計算メカニズム「発見的自己組織化(Heuristic Self-organization)」を用いている。

GMDH は、提案後数年を経て日本でも研究が始まられ、1970 年代には数多くの研究論文が発表された<sup>3)~5)</sup>が、1980 年代に入ってその研究熱は下火になった。

GMDH は、もともと計算メカニズムの枠組みを規定する概念(カスケード型多層モデル、単一方向の学習など)であり、使用するユニットの型、結合則などは利用者が任意に選択し採用できるというきわめて柔軟な構造になっていた。この利点が、逆に利用者におのづから応用する分野で満足な結果を得るための Heuristics の探求という仕事を課している。1970 年代に精力的に研究されたのが、これに類する問題であり、今日では、問題に応じて妥当な結果を得るために種々の Heuristics が知られている。

一方、GMDH によって同定されるモデルは、その物理的な解釈が一般に困難であることから、「ブラック・ボックス」として取り扱われ、このため、その応用は通常の手法では扱えないような複雑な系の予測問題に集中した。同定手法としての GMDH の関心は、ほかの手法、たとえば線形系の多変数自己回帰、自己回帰移動平均モ

\* 日本原子力研究所東海研究所 茨城県那珂郡東海村白方白根 2-4

\*\* 筑波大学物質工学系 つくば市天王台 1-1-1

\* Tokai Research Establishment, Japan Atomic Energy Research Institute, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki

\*\* Institute of Materials Science, University of Tsukuba, Tsukuba

(Received July 8, 1991)

(Revised April 30, 1992)

ルなどの普及、バックプロパゲーションに基づくニューラルネットの出現、ほかの非線形系の同定手法の進歩などによって、次第に薄れていったが、研究そのものが下火になった直接的な要因は、GMDH自身の「ブラック・ボックス」モデルの解釈の困難さにあったと思われる。この状況は、今日流行のニューラル・ネットでも同様である。

GMDHにより同定したモデルの数学的な考察が困難であるという状況は今日も変わっておらず、もとのシステムの物理パラメータと同定したモデルの構造や個々の部分表現の係数との一般的な対応関係は見出されていない。しかし、GMDHの適用範囲を時系列データのモデリングに限定した場合、筆者らが提案する方法を用いれば「ブラック・ボックス」モデルの物理的な解釈がある程度可能になる。本論文では、GMDHによって得られた階層モデルから、系の全体的な応答特性を近似する非線形インパルス応答関数を推定し、さらにこれから、非線形周波数応答関数および非線形パワースペクトルを推定する方法を提案する。さらに、本手法の有効性を示す1例として、確率ダフィング方程式によって発生させた時系列データのモデリングに適用した例を示す。

## 2. GMDHによる非線形自己回帰モデルの同定

### 2.1 GMDHによって同定される階層モデル

GMDHは、複数の局所演算ユニットを多層に配置した、関数フィッティング用のネットワークである。これに複数の入力データと一つの出力データを与えると、第1層から順に、局所的なフィッティングを通じて各ユニットを同定していく、また予測誤差などの基準に基づいて隣り合う層のユニット間の結合を取捨判別することにより、自己組織的にモデルを構築する。

GMDHは、計算メカニズムの枠組みを規定する概念であり、使用するユニットの型、結合則などは任意である。このため、実際的な計算には種々のアルゴリズムが提案されているが、これらについては本論文のテーマと直接関係ないため、詳しくは参考文献1)～5)を参照されたい。

GMDHを適用して最終的に得られるモデル(完全表現)は、局所演算ユニット(部分表現)をカスケード接続した階層モデルとなる。局所演算ユニットの関数型(基礎関数)には、一般に2入力1出力型の簡単な任意の多項式が用いられる。

いま、基礎関数を  $G$ 、その出力(中間変数)を  $z$  と記すと、第  $L$  層における  $k$  番目の部分表現  $G_{k,L}$  と、その出力  $z_{k,L}$  は前層( $L-1$  層)の二つの中間変数  $z_{i,L-1}, z_{j,L-1}$  を用いて、つぎのように表わせる。

$$z_{k,L} = G_{k,L}(z_{i,L-1}, z_{j,L-1}) \quad (1)$$

さらに、(1)式の入力に次々と前層の部分表現を代入していくと、各部分表現の結合はカスケード構造となり、一つの完成した階層モデルができる。いま、中間変数の添え字  $i, j$  を各層ごとに機械的に  $1, 2, \dots$  と記せば、この階層構造は Fig. 1 のように表わせる。これを一つの関数  $f$  にまとめると、最大層数  $L$  の階層モデルはつぎのようになる。

$$z_{1,L} = G_{1,L}(z_{1,L-1}, z_{2,L-1}) \quad (2)$$

$$= G_{1,L}(G_{1,L-2}(z_{1,L-3}, z_{2,L-3}),$$

$$G_{2,L-2}(z_{3,L-3}, z_{4,L-3}))$$

$$= \dots$$

$$= f(z_{1,0}, z_{2,0}, \dots, z_{p,0}) \quad (3)$$

ここで、 $\{z_{i,0}; i=1, \dots, p\}$  は第0層における中間変数、すなわち、階層モデルの入力データである。階層構造は  $2$  のべき乗のカスケード型であるため、入力データ点の総数  $p$  は  $2^L$  個となる。ただし、各入力データ点は重複して用いることもできるから、 $p \leq 2^L$  となる。

上の説明からわかるように、GMDHの階層モデルは、 $p$  個の入力データと 1 個の出力データとの関係を記述する一つの関数にすぎず GMDH の階層モデル自身は、データ点に付随する時間遅れの概念や 1 変数・多変数の区別がない。これらは、もっぱらシステム同定時に使用者が規定する外部条件となる。

たとえば、 $p$  個の入力データとして  $p$  個の変数  $\{x_1, x_2, \dots, x_p\}$ 、出力に 1 個の変数  $\{y\}$  を当てはめれば Fig. 2 に示すような、 $p$  入力 1 出力の静的なシステムの同定を行うことには相当し、完全モデルはつぎのように記述できる。

$$y_i = f(x_{1,i}, x_{2,i}, \dots, x_{p,i}) + \varepsilon_i \quad i=1, \dots, N \quad (4)$$

ここで、 $\varepsilon_i$  は予測誤差

一方、 $k$  入力 1 出力動特性システムの同定では、入力データの候補として各変数ごとに過去  $M$  点までの時間

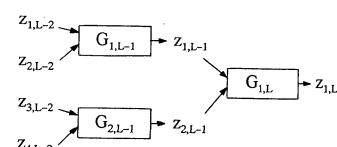


Fig. 1 Cascade structure of the layered model built by GMDH

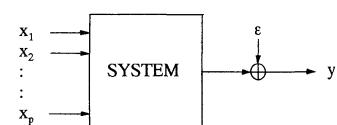


Fig. 2 The  $p$ -input and single-output system

遅れを考慮した  $\{x_{1t-1}, \dots, x_{1t-M}, \dots, x_{kt-1}, \dots, x_{kt-M}\}$  を用いれば、完全モデルは

$$y_t = f(x_{1t-m_1}, \dots, x_{1t-m_j}, \dots, x_{kt-m_1}, \dots, x_{kt-m_j}) + \varepsilon_t, \quad t=1, \dots, N \quad (5)$$

と表現できる。ここで、 $\{m_1, \dots, m_j, \dots, m_1', \dots, m_j'\}$  は、入力データの候補の中から、階層モデルの入力データとして採用された合計  $p$  個の時間遅れ点である。

このように、GMDH は種々の形態のデータを同一のメカニズムを用いて処理し、しかも、階層モデルからみれば変数のサンプル値も変数の個々の時間遅れデータ点もみな「変数」であることから、GMDH の論文によつては両者とも変数と呼ばれることがあるので注意を要する。

## 2.2 GMDH による非線形自己回帰モデルの同定

**Fig. 3** の 1 変数非線形自己回帰過程で作られる信号  $\{x_t\}$  を考えよう。

$$x_t = a_0 + \sum_{i=1}^M a_{1i} x_{t-i} + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M a_{2ij} x_{t-i} x_{t-j} + \dots + \varepsilon_t \quad (6)$$

ここで、 $a_0, \{a_{1i}\}, \{a_{2ij}\}, \dots$  は自己回帰係数であり、 $\varepsilon_t$  はガウス型白色雑音である。上式は、一般の非線形系の出入力関係を記述する連続時間系の Volterra 展開、離散時間系の Kolmogorov-Gabor の多項式を、自己回帰型にしたものである<sup>7)</sup>。

このシステムの同定に GMDH を適用してみよう。このシステムを近似する階層モデルは、 $k$  個の任意の時間遅れデータ点  $\{x_{t-m_1}, \dots, x_{t-m_k}\}$  を用いて、つぎのように表わされる。

$$x_t = f(x_{t-m_1}, \dots, x_{t-m_k}) + \varepsilon_t \quad (7)$$

ここで、(4)式の自己回帰過程が 2 次までの非線形項からなり、最大時間遅れ  $M$  が 2 である場合、GMDH の基礎関数に Kolmogorov-Gabor 型の 2 次の多項式

$$G(z_i, z_j) = c_0 + c_1 z_i + c_2 z_j + c_3 z_i^2 + c_4 z_i z_j + c_5 z_j^2 \quad (8)$$

を用い、第 1 層において入力を  $\{x_{t-1}, x_{t-2}\}$  とする部分表現が同定され、しかも最適層が第 1 層と決定されれば、もとのシステムは完全に同定できることになる。

$$\begin{aligned} x_t &= G(x_{t-1}, x_{t-2}) + \varepsilon_t \\ &= c_0 + (c_1 x_{t-1} + c_2 x_{t-2}) \\ &\quad + (c_3 x_{t-1}^2 + c_4 x_{t-1} x_{t-2} + c_5 x_{t-2}^2) + \varepsilon_t \\ &= a_0 + (a_{11} x_{t-1} + a_{12} x_{t-2}) \end{aligned} \quad (9)$$

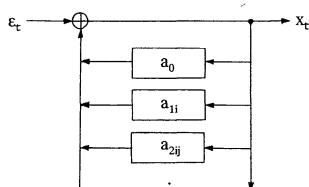


Fig. 3 Nonlinear autoregressive model

$$+ (a_{211} x_{t-1}^2 + [a_{212} + a_{221}] x_{t-1} x_{t-2} + a_{222} x_{t-2}^2) + \varepsilon_t$$

一方、システムがさらに高次の項を含むとか、最大遅れ時間点  $M$  がもっと大きい場合には、一般に同定されるモデルの近似の度合いも悪くなる。

## 3. インパルス応答関数とパワースペクトル

### 3.1 インパルス応答の推定

線形自己回帰モデルの場合、各変数間に存在するサブシステムや各変数に付随する白色雑音の有色過程に関するインパルス応答関数が推定でき、これにより、周波数応答関数やパワースペクトルなどの推定を通じてシステムに関する種々の有益な解析が行われている<sup>6)</sup>。

一方、(6)式の非線形自己回帰モデルでは、たとえ 1 変数であっても、そのモデルがもつ非線形項の次数に応じて同数の非線形インパルス応答関数  $\{h_{1i}\}, \{h_{2ij}\}, \dots$  が考えられ、しかも、時間遅れ変数が 2 以上の関数は項数が爆発的に増加する。たとえ同定に成功しても、非線形インパルス応答関数や、それから推定される高次の周波数応答関数と高次のスペクトルの計算処理上の取り扱いやその物理的な解釈は至難の技である。まして、GMDH により同定される階層モデルは、大胆な近似モデルであるから、前章に挙げたような低次の場合の例外を除けば、個々の非線形インパルス応答関数  $\{h_{1i}\}, \{h_{2ij}\}, \dots$  を全て完全に推定することは原理的に不可能である。

しかし、システム同定の目的が個々の非線形インパルス応答の同定にあるのではなく、システム全体の非線形性を解析することにあるのであれば、以下の実験的な方法によって、一つのインパルス入力に対するシステム全体の応答を近似的に評価できる<sup>8)</sup>。

#### 1 変数線形自己回帰モデル

$$x_t = \sum_{i=1}^M a_i x_{t-i} + \varepsilon_t \quad (10)$$

においては、雑音源  $\varepsilon_t$  から  $x_t$  に対するインパルス応答関数  $h_t$  は、雑音源  $\varepsilon_t$  に単位インパルス (+1) を時刻  $t=0$  に入力することにより、計算できることが知られている<sup>9)</sup>。

$$h_t = \sum_{i=1}^M a_i h_{t-i} \quad (t>0) \quad (11)$$

ここで、 $h_t=0(t<0), h_t=1(t=0)$

この例にならって、GMDH による階層モデルの場合もある種のインパルスを(7)式に入力することにより、同様の計算が可能である。

$$h_t = f(h_{t-m_1}, \dots, h_{t-m_k}) \quad (t>0) \quad (12)$$

ここで、 $h_t=0(t<0), h_t=+1, 0, -1(t=0)$

上式で求まるインパルス応答関数は、ただ一つの時間遅れ変数  $t$  で非線形システムの全体の応答を記述する関数

になる。

ここで注意すべきは、入力すべきインパルスの大きさである。線形システムでは、信号振幅はあらゆる入力レベルに対して比例関係にあるから、+1の単位インパルスを入力すればすべてがわかる。一方、非線形システムの応答は、入力信号の振幅の大きさや符号に依存し、異なるインパルス入力に対して常に異なる応答をみせるというやっかいな話が残っている。

しかし、この問題は、信号振幅のスケーリングと関係しており、GMDHによるモデル同定に際して、フィッティングすべき各変数の時系列データを、その標準偏差が単位振幅(+1)近辺にスケーリングされていれば、得られた階層モデルの有効振幅レンジは(-1, +1)近辺となり、入力インパルスの大きさは1としても、ある程度のシステムの特性は表わすことができる。

実際、われわれは、入力インパルスとして、+1, 0, -1の三つを使用した。0は、インパルスが存在しない場合であるが、自励振動系のモデリングでは、外力に無関係に振動を始め、時間の経過とともに振動の発展がみられる。これらのインパルス応答関数を、本論文では、便宜上、正側、負側およびゼロ励起の非線形インパルス応答関数と呼ぶことにする。

### 3.2 周波数応答関数とパワースペクトル

インパルス応答関数が求まれば、周波数応答関数を計算することができ、パワースペクトルも求まる。一般に、非線形インパルス応答関数 $\{h_{1i}\}, \{h_{2ij}\}, \dots$ から求まる非線形周波数応答関数は、時間遅れ変数の数に対応した多重フーリエ変換が必要で、計算も、またその解説も困難になるが、前節に定義した全体の特性を表す非線形インパルス応答関数は、時間遅れが1変数であり、そのフーリエ変換 $F$ も通常の線形の場合と同じく簡単に計算でき、解説も容易である。

$$h_f^{+1} = F(h_i^{+1}) \quad (13)$$

$$h_f^{-1} = F(h_i^{-1})$$

ここでは、正側および負側の入力インパルスに対する非線形インパルス応答関数から計算したものを、それぞれ、正側および負側の非線形周波数応答関数と呼ぶことにする。

それぞれの場合のパワースペクトルは、システムの入力とみなされる残差 $\varepsilon_t$ を、平均0、分散 $\sigma^2$ のガウス型白色雑音と仮定すれば、次式で計算できる。

$$P_f^{+1} = |h_f^{+1}|^2 \sigma^2 \Delta t \quad (14)$$

$$P_f^{-1} = |h_f^{-1}|^2 \sigma^2 \Delta t$$

ここで、 $\Delta t$ はサンプリング時間間隔

ここでは、それぞれ正側および負側の非線形パワースペクトルと呼ぶことにする。

## 4. テスト・データの生成

### 4.1 確率ダフィング方程式

前章に述べた手法の有効性を示すため、以下では、低次の非線形項だけからなる簡単な人工的非線形データ解析に適用した例を取り上げる。

ダフィング方程式と呼ばれる微分方程式で表わされるつぎのような1次元非線形振動モデルを考える<sup>9)</sup>。

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + k \frac{dx(t)}{dt} + \frac{\partial V(x)}{\partial x} = f_x(t) \quad (15)$$

$$V(x) = A_0 + \sum_{i=1}^n \frac{A_i}{i} x^i$$

$$= A_0 + A_1 x + (A_2/2)x^2 + \dots + (A_n/n)x^n \quad (16)$$

ここで、 $x(t)$ は時刻 $t$ における質点の位置、 $k$ は減衰係数、 $f_x(t)$ は質点に与えられる外力である。また $V(x)$ は $x(t)$ の実効非線形ポテンシャルである。 $x(t)$ は、細かい振動をしながら、突発的な跳躍を繰り返す。

外力 $f_x(t)$ は、不規則な場合には揺動力と呼ばれ、(15)式は確率微分方程式となる。揺動力 $f_x(t)$ は、一般に非白色雑音であるが、低周波領域では白色雑音と仮定しても差し支えない。そこで、揺動力 $f_x(t)$ は平均0、分散 $D$ のガウス型白色雑音であると仮定する。

$$E[f_x(t)] = 0 \quad (17)$$

$$E[f_x(t)f_x(0)] = D\delta(t)$$

### 4.2 振動のシミュレーション

(15)～(17)式の1次元非線形振動モデルに対し、デジタル計算機において確率ランダム・クッタ法を用いてシミュレーションを行った。計算の時間間隔は、0.003 secとした。各係数はつぎのように設定した。

$$k = 1.0, D = 20, n = 4,$$

$$A_0 = 0, A_1 = 0, A_2 = -50, A_3 = 0, A_4 = 100$$

ポテンシャル関数は、つぎの2重井戸型関数

$$V(x) = (-50/2)x^2 + (100/4)x^4$$

$$= -25x^2(1-x^2) \quad (18)$$

となり、二つのポテンシャルの位置は、

$$\frac{\partial}{\partial x} V(x) = -50x + 100x^3$$

$$= -50x(1 + \sqrt{2}x)(1 - \sqrt{2}x) \quad (19)$$

より、 $x = -1/\sqrt{2}, +1/\sqrt{2}$ 、すなわち、 $x = 0, \pm 0.707$ となる。

発生した振動データは、適当な遮断周波数をもつバーワース型ディジタル・ローパス・フィルタを通した後、サンプリング時間間隔 $\Delta t = 0.03, 0.06$ 、および0.15 secで改めてサンプリングし、三つのテスト用データ・セット(それぞれCase-1, 2, 3と呼ぶ)を作った。

Case-2のデータをFig. 4(a)に示す。信号は細かい振

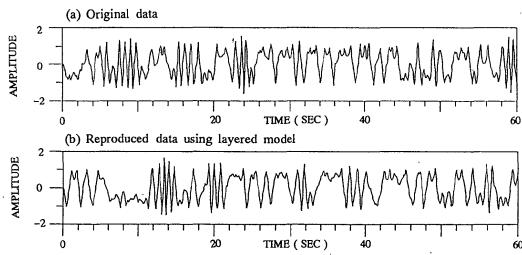


Fig. 4 Stochastic vibration signals based on Duffing equation

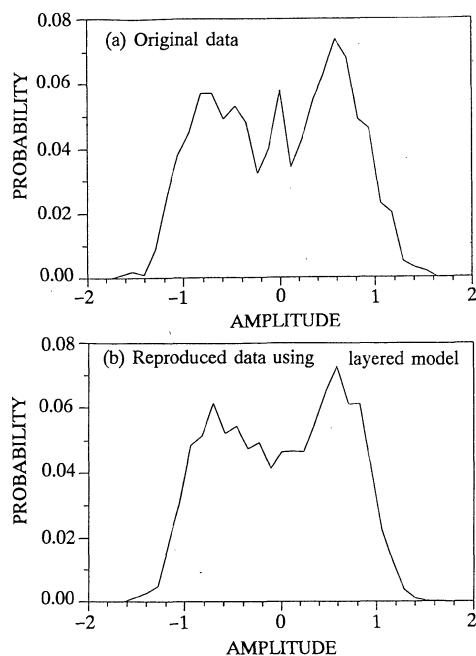


Fig. 5 Estimated probability density functions

動をしながら二つのポテンシャル間を確率的に跳躍する様子がうかがえる。また、Case-2の確率密度関数とパワー・スペクトルの推定結果を Fig. 5 (a), Fig. 6 (a) に示す。図より、パワー・スペクトルは、一見単なるガウス型の有色雑音のようにみえるが、その確率密度関数は双峰形となる。

## 5. GMDH によるフィッティングと解析結果

### 5.1 GMDH による階層モデルのフィッティング

前章で発生したテスト・データに対して、GMDH による自己回帰型 1 変数階層モデル(7)式のフィッティングを行った。

基礎関数としては、始めに Kolmogorov-Gabor 型の 2 次の多項式(8)式を用いてフィッティングを行ったが、信号レベルの跳躍を起こす的確なモデルは得られな

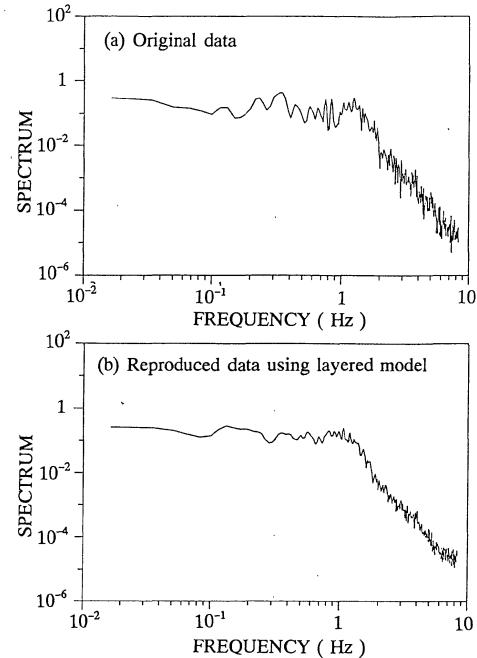


Fig. 6 Estimated power spectra

かった。GMDH によるフィッティングにおいては、基礎関数に不要な非線形項が含まれていると、計算効率が悪化するだけでなくフィッティングの精度も悪化することが知られている。このデータに関しては、もとのシステムの方程式の形から、1 次の線形項と 3 次の非線形項が重要であり、2 次ならびに 4 次以上の非線形項の寄与はないと考えられる。そこで、基礎関数として第 1 層では 1 次の線形項および 3 次の非線形項からなる(20)式の関数を用い、また第 2 層以降は余分な高次の非線形項が生成しないように線形項だけからなる(21)式を使ってみた。

$$G(z_1, z_2) = c_0 + c_1 z_1 + c_2 z_2 + c_3 z_1^3 + c_4 z_2^3 \quad (20)$$

$$G(z_1, z_2) = c_0 + c_1 z_1 + c_2 z_2 \quad (21)$$

テスト・データのサンプル数は 1000 とし、データの分散値の大きいもの 500 個をトレーニング・データに、また小さいものをチェック・データにして、フィッティングを行った。各部分表現の選択基準には予測誤差を、また完全表現の選択基準には AIC を使用した。この結果、各ケースとも下記の 1 層のモデルが得られた。

#### (1) Case-1

$$\begin{aligned} x_t &= -0.00049645 + 2.0294x_{t-1} - 0.98862x_{t-2} \\ &\quad - 0.089319x_{t-1}^3 + 0.0034100x_{t-2}^3 + \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\sigma^2 = 7.0946 \times 10^{-4}$$

#### (2) Case-2

$$\begin{aligned} x_t &= -0.0034150 + 2.0646x_{t-1} - 0.93126x_{t-2} \\ &\quad - 0.28317x_{t-1}^3 - 0.020790x_{t-2}^3 + \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\sigma^2 = 5.0551 \times 10^{-3}$$

### (3) Case-3

$$x_t = -0.040165 + 1.9032x_{t-1} - 0.19760x_{t-2} - 1.0883x_{t-1}^3 - 0.54873x_{t-2}^3 + \varepsilon_t, \quad (24)$$

$$\sigma^2 = 8.7435 \times 10^{-2}$$

## 5.2 階層モデルによる雑音シミュレーション

得られた階層モデルの妥当性をチェックするため、予測誤差  $\varepsilon_t$  に平均 0、残差共分散  $\sigma^2$  の白色雑音を入れて、雑音シミュレーションを行ってみた。各ケースとも信号レベルが二つのポテンシャル値間を確率的に跳躍した再生信号が得られ、モデリングが成功したことを確認できた。

しかし、ここで数値計算上の不安定性の問題が生じた。Case-1 ( $\Delta t = 0.03$  sec) は 40,000 点の計算にも問題がなかったが、Case-2 ( $\Delta t = 0.06$  sec) は約 500 点で、また Case-3 ( $\Delta t = 0.15$  sec) は計算開始後約 50 点で信号振幅の発散が起きた。この現象は、数値計算に良く使われるオイラ差分の場合と似ており、基本的にはデータのサンプリング時間間隔  $\Delta t$  の選択で防げることが三つの例からわかる。

一方、現実的な問題として、不適当な  $\Delta t$  でサンプルされた既製のデータに対してフィッティングを要求される場合も多い。Case-2, 3 の例がそれに相当する。これらのモデルを用いて、安定な雑音シミュレーションを行う方法として、添加する雑音の分散値を残差共分散の値よりも少し下げてやることが考えられる。残差共分散に掛ける係数  $c$  ( $\leq 1$ ) を、試行錯誤的に探すと、Case-2 の場合  $c \leq 0.8$ 、Case-3 の場合  $c \leq 0.1$  で不安定性は解消した。本論文のテスト・データの場合、二つのポテンシャルの位置そのものはメカニズムに依存し、外力に依存しないが、係数  $c$  を小さくすると信号中の周波数帯域の高域側のパワーは減少するため、ポテンシャル間のジャンプの頻度が減少する。

このため、Case-3 ( $c=0.1$ ) の場合は雑音シミュレーションによって再生された信号は、もとの信号に比べて間延びした波形となり、またパワースペクトルも高域側のパワーが減衰したものとなった。しかし、Case-2 ( $c=0.8$ ) の場合は、係数がほとんど 1 に近いことから、雑音シミュレーションによって再生された信号波形は Fig. 4(b) に示すようにほとんどもとの波形と同じものが得られた。また再生信号から推定した確率密度関数とパワー・スペクトル Fig. 5(b), Fig. 6(b) も、もとの信号の図と良く一致しているのがわかる。

## 5.3 非線形インパルス応答関数の推定結果

各ケースの階層モデルに対して、(12)式に定義した非線形インパルス応答関数を推定した。Fig. 7, Fig. 8 に Case-2 と Case-3 の結果を示す。

Case-2 (Fig. 7) の場合、正側 (+1) および負側 (-1) インパルス応答関数は、両者ともに大きく振動しながら、次第に正および負のある値に収束して行く様子がわかる。これら二つの収束値は、それぞれ 0.649129, -0.674778 で、ポテンシャルの理論的な位置 ±0.707 を比較的良く近似していることがわかる。またゼロ励起の場合は、弱い振動をしながら負側インパルス応答と同じ値に収束するのが見える。振幅値 0 はポテンシャルの鞍点に対応しているが、フィッティング誤差などにより鞍点が正側にずれていことを意味する。

一方、Case-3 (Fig. 8) の場合、 $\Delta t$  が粗いためか、正側、負側とともに、大きな振動はみせず、いきなりランプ状にポテンシャル付近に動き、弱い振動をしながら、それぞれ、-0.656525, +0.683223 に収束した。これらは Case-2 に比べて符号が逆であり、ゼロ励起の場合は正側の値に収束している。

いずれの結果からも、GMDH により同定された階層モデルは、もとの物理モデルの構造、すなわち二つの井戸型ポテンシャル間を確率的に跳躍するという振動現象は信号の振幅と符号により生ずるというメカニズムをしっかりと捕えていることがわかった。

## 5.4 非線形パワースペクトルの推定結果

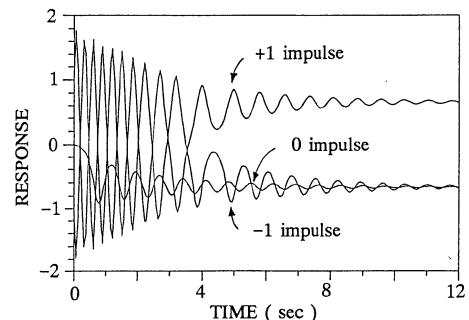


Fig. 7 Estimated nonlinear impulse response function for the case-2 data

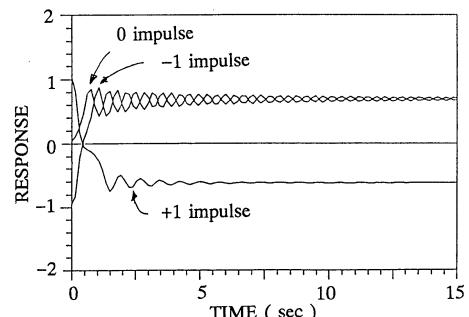


Fig. 8 Estimated nonlinear impulse response function for the case-3 data

前章で求めた非線形インパルス応答関数から、(13)式に従い、非線形周波数応答関数を推定し、さらにパワー・スペクトルを求めた。

Case-2 の正側の非線形周波数応答関数のゲインと位相の推定結果を Fig. 9(a), (b) に示す。負側の場合、ほぼ同様の結果が得られ、位相が全周波数で  $180^\circ$  異なつたものが得られた。また、正側のパワースペクトルを Fig. 9(c) に示す。パワー・スペクトルは、駆動雑音源にガウス型白色雑音を仮定して計算するため、先のゲイン関数の形状と同じものが得られる。

Fig. 9(c) とともに信号から直に推定した結果 Fig. 6(a) は一致しない。この理由は、片側符号のインパルスに励起されたインパルス応答には、確率的な跳躍効果が含まれてないからである。しかし、同定した階層モデルを両符号をもつ連続的なインパルスで励起した場合は、

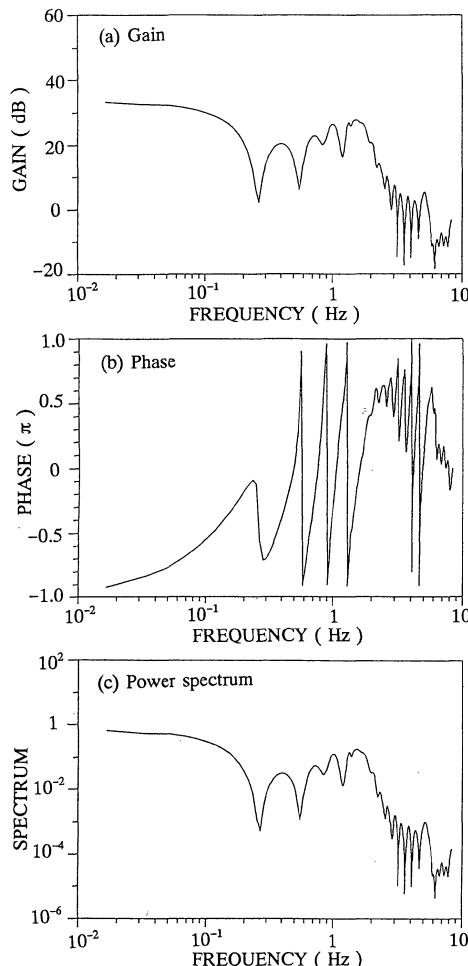


Fig. 9 Estimated nonlinear frequency response function and nonlinear power spectrum for the case-2 data

Fig. 6(b) でみたように、もとの信号と同様の形状をもつたパワースペクトルが得られる。

## 6. む す び

本論文では、GMDH によって同定されたモデルを用いた解析手法の一つとして、非線形インパルス応答関数ならびに非線形パワースペクトルを提案し、例として確率ダフィング方程式のシミュレーション・データ解析に応用してみた。この例では、これらの新しい関数を導入することにより、同定された階層モデルが二つの井戸型ポテンシャル間を確率的に跳躍するメカニズムを内蔵していることを明らかにできた。ここでは例を示せなかつたが、本手法はその原理からもわかるように、高次の非線形性を有する多層モデルのケースにも適用が可能である<sup>10)</sup>。

本論文で提案した非線形インパルス応答関数ならびに非線形パワースペクトルは、從来「ブラック・ボックス」として多く扱われてきた GMDH に基づく非線形階層モデルに、少し明りを灯し、時間応答や周波数応答の視覚的な情報を提供する手段として、非線形系の同定と解析に多少なりとも役立つものと思われる。

## 参 考 文 献

- 1) A. G. Ivakhnenko: Heuristics Self-Organization in Problems of Engineering Cybernetics, *Automatica*, **6**, 207/219 (1970)
- 2) A. G. Ivakhnenko: Polynomial Theory of Complex Systems, *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics*, **SMC-1-4**, 364/378 (1971)
- 3) 池田, 横木: GMDH(発見的自己組織化法)と複雑な系の同定・予測、計測と制御, **14-2**, 185/195 (1975)
- 4) 田村担之: GMDH の方法論と応用に関する最近の動向、電子通信学会誌, **61-3**, 258/260 (1978)
- 5) 池田, 井原: GMDH(変数組合せ計算法)の基礎と応用 I ~VIII, システムと制御, **23-12**, 710/717 (1979) ~ **24-7**, 483/491 (1980)
- 6) 赤池, 中川: ダイナミックシステムの統計的解析と制御、サイエンス社, (1972)
- 7) 林, 篠原, 鈴木, 鍋島: 炉雑音信号に対する GMDH に基づく階層モデル, JAERI-M 89-175, (1989)
- 8) K. Hayashi, Y. Shinohara and H. Konno: Study of a Modeling Method for Nonlinear Reactor Noise, Proceedings of SMORN-VI; Symposium on Nuclear Reactor Surveillance and Diagnostics, Gatlinburg Tennessee, USA, **1**, 27.01/27.12 (1991)
- 9) H. Konno and T. Tanaka: The Stochastic Theory of Nonlinear Vibration for 1-D and 3-D Beams and Its Application to Anomalous Core Barrel Motion in Nuclear Reactors, Ann. nucl. Energy, **16-4**, 173/188 (1989)
- 10) 林, 篠原: GMDH に基づく非線形炉雑音解析(II), 日本原子力学会春の年会 E 38 (1992)

**金野秀敏**

1978年、北海道大学大学院博士課程修了。80年筑波大学物質工学系助手、84年同講師。原子炉の非線形動力学、弾性表面波のパラメトリック発振の非線形理論、ソリトン的波動などの研究に従事（工学博士）。

**[著者紹介]****林 光二（正会員）**

1980年、東海大学大学院工学研究科博士前期課程修了。同年日本原子力研究所入所。原子炉雑音解析、原子炉異常診断技術などの研究に従事。日本原子力学会、システム制御情報学会などの会員。

**篠原慶邦（正会員）**

1959年、電気通信大学電波工学専攻卒業。同年日本原子力研究所入所。原子炉制御、異常診断、原子力用ロボット技術の研究開発に従事。日本原子力学会、日本ロボット学会などの会員。

