進捗状況

柴原　壮大

富山県立大学　情報システム工学科

2024 年 8 月 9 日

群知能

Swarm Intelligence（群知能）は，鳥や魚，アリのコロニーなどのグループの行動に基づく最適化手法である． この技術の一つである粒子群最適化が開発され，様々な研究に応用されている．しかし，粒子群最適化の収束は根拠がない． 本研究では，より良い最適解を求めるための群知能とニューラルネットワークダイナミックスの新しいハイブリッド動的システムを提案した．本節では主な結果として、粒子群最適化と勾配法のメカニズムを理論的にどのように組み合わせるかを示し，今後は提案システムが客観的な環境のグローバルな情報に基づいて補間探索を実現できることを確認する．

PSO

粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization : PSO) は，群の中の固体（粒子）が持つ最良の情報とそのグループの最適値から過去の探索から考慮した確率的最適化手法であり，ケネディが社会的行動に基づいて開発した並列進化計算技術である． 社会的方法と計算方法の両方を扱う PSO に関する標準的な研究がある．

PSO

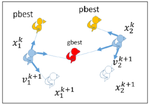
背景知識

PSO

PSO は群をなして移動する生物の行動を模範したアルゴリズムである．群をなす生物をモデル化し，粒子は最適化問題における候補解を示している．PSO は群の中の粒子がもつ最良の情報 (pbest) とその集団の最適値 (gbest) から過去の探索を考慮し，さらにその集団の各粒子の位置および速度を更新することによって計算される．

$$\mathbf{x}_d^{k+1} = \mathbf{x}_d^k + \mathbf{v}_d^{k+1} \tag{1}$$

$$\mathbf{v}_d^{k+1} = w\mathbf{v}_d^k + c_1 r_1(\mathbf{x}_{db}^k - \mathbf{x}_d^k) + c_2 r_2(\mathbf{x}_{gb}^k - \mathbf{x}_d^k) \tag{2}$$



PSO

概要

ここで，PSO の探索模式図及び速度と位置の更新式より，$pbest$ に向かう $c_1r_1(\mathbf{x}_{db}^k - \mathbf{x}_d^k)$，$gbest$ に向かう $c_2r_2(\mathbf{x}_{gb}^k - \mathbf{x}_d^k)$，これまでの進行方向へ向かう $w\mathbf{v}_d^k$ の 3 つのベクトルを合成して速度ベクトル $\mathbf{v}_d^{k+1}$ を決定し，それを元に次に移動する位置 $\mathbf{x}_d^{k+1}$ を決定する．PSO の探索式はランダム要素を含み，同時に最良解情報である $pbest$ と $gbest$ が探索に伴い変化するという時変性を有している．このままの形では理論解析が困難であるので，一つの Particle に着目し，一次元の位置 x と速度 v について考え，さらに $pbest$ と $gbest$ を一つの点に縮約した簡略モデルが提案されている．この簡略モデルは，確定的な線形時不変システムとして表現されており，その安定性を示す．

PSO

PSO

PSO

Particle i に注目すると、速度ベクトル $\mathbf{v}_d^{k+1}$ は以下の式のように変形できる（式 (3), 式 (4)）．ステップ幅 ϕ は二つの一様乱数を足し合わせたものであり，最小値 0，最大値 C_1+C_2，平均 $\frac{C_1+C_2}{2}$ の分布に従う．

$$\mathbf{v}^{k+1} = w\mathbf{v}^k + \phi(P - \mathbf{x}^k) \tag{3}$$

$$P = \frac{\phi_1 \mathbf{pbest}^k + \phi_2 \mathbf{gbest}^k}{\phi_1 + \phi_2} \tag{4}$$

PSO

PSO

ここで，$\phi = \phi_1 + \phi_2$，$\phi_1 = C_1 \cdot \mathrm{rand}$，$\phi_2 = C_2 \cdot \mathrm{rand}$，さらに $\mathbf{y}^k = P - \mathbf{x}^k$ とおくと，式 (5) のように表せる．また $\phi = \frac{C_1 + C_2}{2}$ と見なすと固有値 λ は式 (6) のように表せる．よって，λ が 1 を境にシステムの特性が安定・不安定（収束・発散）に変化することが分かる．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}^{k+1} \\ \mathbf{y}^{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w & \phi \\ -w & 1-\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}^{k} \\ \mathbf{y}^{k} \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$\lambda = \frac{(w + 1 - \phi) \pm \sqrt{(w + 1 - \phi)^2 - 4w}}{2} \tag{6}$$

連続型 PSO アルゴリズム (CSPO)

連続型 PSO アルゴリズム

ベクトル $\mathbf{y}$ と $\mathrm{sgn}(\mathbf{y})$ の要素によって与えられる対角要素を持つ対角行列を $\mathrm{diag}[\mathbf{y}]$ とする．ここで，$\mathbf{y}$ の符号関数を表す $\mathrm{sgn}(\mathbf{y})$ は，$\mathbf{y} > 0$ の場合は $\mathrm{sgn}(\mathbf{y}) = 1$，$\mathbf{y} < 0$ の場合は $\mathrm{sgn}(\mathbf{y}) = -1$ である．したがって，$\mathbf{y}$ が正の定数であると仮定すると，最小化のために $\mathbf{X}$ の進化を近似することが提案される．また，CPSO の安定性解析も議論されている

状態変数 $\mathbf{X}$，$\mathbf{V}$，$\mathbf{X}_{db}$ はベクトルではなく，以前に定義された適切な次元の行列であるため，上記の表記法は標準状態空間表記法ではない．以下に CPSO の位置と速度の更新式（式 (7), 式 (8)）と，アルゴリズムについて示す．問題解決の実行可能領域を考え，行列による連続時間 PSO 動力学を示す.（式 (9), 式 (10), 式 (11)）

$$\Delta\mathbf{X} = \mathbf{V} \tag{7}$$

$$\Delta\mathbf{V} = -\phi\mathbf{V} + \psi(\mathbf{X}_{db} - \mathbf{X}) + \alpha(\mathbf{X}_{gb}^{T} - \mathbf{X}) \tag{8}$$

CPSO

CPSO のアルゴリズム

1. $\mathbf{X}$, $\mathbf{V}$ とパラメータ ϕ, ψ, a の初期値を設定する.
2. $\mathbf{X}_{db}$, $\mathbf{X}_{gb}$ の初期値を導出する.
3. $\Delta\mathbf{V}$ を計算して, $\mathbf{V}$ を更新する.
4. $\mathbf{X}$ を更新して $\mathbf{X}_{db}$, $\mathbf{X}_{gb}$ を評価する.
5. 収束すると仮定した場合は終了し、それ以外の場合は 3 から繰り返す.

$$\mathbf{X}_{db} = a(\mathbf{X} - \mathbf{X}_{db})[I_n + \mathrm{diag}[\mathrm{sgn}(\mathbf{F}(\mathbf{X}_{gb}) - \mathbf{F}(\mathbf{X}))]] \tag{9}$$

$$\mathbf{X}_{gb} = \mathbf{X}_{db} Q_j \tag{10}$$

$$j = \arg \min_{0<i\leq n} (f(\mathbf{X}_{db})) \tag{11}$$

CPSO

オリジナルの PSO アルゴリズムに含まれる恣意性を少なくし，より効率的かつ高精度な探索を実現するために，勾配法による速度評価を導入している [?] [?]．運動性素子が自分の置かれた近くの環境を知覚してより適合度の高い空間座標を獲得するために，以下のようなセンサリング・アルゴリズムを搭載する．
勾配によるスケーリングパラメータの導入を行う．粒子が投入された探索空間 (x, y) には問題に応じた目的関数 Q が定義されており，粒子はその最大値または最小値を探索するものとする．現在の時間ステップ k における粒子の位置座標を (x^k, y^k) とし，その座標における目的関数の値を Q^k として，粒子の移動に伴う目的関数の変化に注目すると次のような目的関数の離散的な勾配 ∇Q が得られる．勾配 ∇Q を，$\mathbf{v}_i^{k+1} = \phi_k \mathbf{v}_i^k$，$\phi_k = \frac{\nabla Q_{k-1}}{\nabla Q_k}$ と置くことでランドスケープに合わせた調整が可能となる．つまり，最適点が遠いと思うならば早く，近いと感じるならば遅く移動する．よって，オリジナルの PSO よりも精密な探索が実施できる．

勾配 PSO

本節では CPSO に勾配情報の要素を加えた勾配 PSO について解説する．PSO の応用法である CPSO の応用法であり，X; Y の二つの行列に加えて Z を加えかつ，いくつかのパラメータを与えて再急降下法を用いる．以下は Z を表す (式 4.12)，

1. $\mathbf{X}$, $\mathbf{V}$ とパラメータ ϕ, ψ, a の初期値を設定する．
2. $\mathbf{X}_{db}$, $\mathbf{X}_{gb}$, $\mathbf{X}_{\text{init}}$ から $\mathbf{Z}$ の初期値を導出する．
3. $\Delta\mathbf{Z}$ を計算して，$\mathbf{Z}$ を更新する．
4. $\Delta\mathbf{V}$ を計算して，$\mathbf{V}$ を更新する．
5. $\mathbf{X}$ を更新して $\mathbf{X}_{db}$, $\mathbf{X}_{gb}$ と $\mathbf{Z}$ を評価する．
6. $\mathbf{X}_{\text{init}}$ を更新する．
7. 収束すると仮定した場合は終了し，それ以外の場合は 3 から繰り返す．

$$\mathbf{Z} = \phi(\mathbf{X}_{db} - \mathbf{X}) + \psi(\mathbf{X}_{gb}^{T} - \mathbf{X}) + \alpha(\mathbf{X}_{\text{init}}) \tag{12}$$

勾配 PSO

勾配 PSO の更新式

$$\Delta\mathbf{X} = \mathbf{V} \tag{13}$$

$$\Delta\mathbf{V} = -\beta\mathbf{V} + \mathbf{Z} \tag{14}$$

$$\mathbf{Z} = \phi(\mathbf{X}_{db} - \Delta\mathbf{X}) + (\Delta\mathbf{X}_{gb}^{T} - \Delta\mathbf{X}) + \epsilon(\Delta\mathbf{X}_{\mathsf{init}}) \tag{15}$$

$$\mathbf{X}_{db} = a(\mathbf{X} - \mathbf{X}_{db})[I_n + \mathsf{diag}[\mathsf{sgn}(\mathbf{F}(\mathbf{X}_{gb}) - \mathbf{F}(\mathbf{X}))] \tag{16}$$

$$\mathbf{X}_{gb} = \mathbf{X}_{db}Q_j \quad ; \quad j = \arg\min_{0<i\leq n}(f(\mathbf{x}_{db_i})) \tag{17}$$

勾配 PSO

勾配 PSO

β, ϕ, ψ, ϵ などの実数は，PSO と勾配情報を調整するために重み付けするパラメータである．$\mathbf{X}_{\text{init}}$ はニューラルネットワークのダイナミクスに由来する新しい行列である．$\mathbf{X}_{\text{init}}$ は以下で定義する（式 (18)）．

$$\mathbf{x}_{\text{init},i} = -C \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f(\mathbf{y}_i(t))}{\partial \mathbf{y}_i} \frac{\partial \phi(\mathbf{x}(t))}{\partial \mathbf{x}_i} \tag{18}$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_i = -\beta \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{z}_i(t) \tag{19}$$

$$\mathbf{y}_i(t) = \phi(\mathbf{x}_i(t)) \tag{20}$$

評価

したがって，$\mathbf{z}_i^k$ は $\mathbf{Z}$ のベクトルである．次に，差分法を適用する．理論的な分析の観点から，PSO の $\Delta\mathbf{V}$ と $\mathbf{x}_i$ は同等のものとみなす．$\phi(\mathbf{X}_{db} - \Delta\mathbf{X}) + \psi(\Delta\mathbf{X}_{gb}^T - \Delta\mathbf{X})$ は PSO の速度を制御する．$\epsilon(\Delta\mathbf{X}_{\mathrm{init}})$ は勾配情報を制御する．
PSO が有するグローバル探索と，ニューラルネットワークが持つ局所最急降下法などがある．連続時間モデルでは，PSO とニューラルネットワークの組み合わせの理論的アルゴリズムが考慮されるが，分散モデルによって数値シミュレーションが行われる．サンプリング時間の設定は，係数 $(\phi,\ \psi,\ \epsilon)$ の値によって変化する．したがって，$\mathbf{X}_{\mathrm{init}}$ を計算して取得する．

まとめ

まとめ

- PSO について学習中である