



勾配情報にもとづく局所探索を組み込んだ ハイブリッド粒子群最適化

1515050 山本聖也

要約

Swarm Intelligence (群知能) は、鳥や魚、アリのコロニーなどのグループの行動に基づく最適化手法である。この技術の一つである粒子群最適化が開発され、様々な研究に応用されている。しかし、粒子群最適化の収束は根拠がない。本研究では、より良い最適解を求めるための群知能とニューラルネットワークダイナミクスの新しいハイブリッド動的システムを提案した。本論文の主な結果として、粒子群最適化と勾配法のメカニズムを理論的にどのように組み合わせるかを示し、今後は提案システムが客観的な環境のグローバルな情報に基づいて補間探索を実現できることを確認する。

キーワード：
粒子群最適化、勾配情報、局所探索

1 はじめに

粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization; PSO) は、群の中の固体 (粒子) が持つ最良の情報とそのグループの最適値から過去の探索から考慮した確率的最適化手法であり、ケネディ[1]が社会的行動に基づいて開発した並列進化計算技術である。社会的方法と計算方法の両方を扱う PSO に関する標準的な研究がある[2]。

近年、コンピュータサイエンスの発展は、ハードウェアとソフトウェアの有効性が顕著に表れている。その中で大規模問題の最適化の重要性はますます高めている。ソーシャルネットワークサービスの登場により、ログやパスの問題も大規模になっている。最新のコンピュータでこれらの問題を解決するには時間がかかる。

本研究では数ステップでもっとも最適な解が見つかる新しいハイブリッド動的システムを提供する。そこで連続PSOアルゴリズムに勾配法を組み込み、定式化することができる。そこで、提案した手法の有効性を示すことが本研究の目的となっている。

2 PSOの概要

2.1 PSOアルゴリズム

PSO は群をなして移動する生物の行動を模範したアルゴリズムである。群をなす生物をモデル化し、粒子は最適化問題における候補解を示している。PSO は群の中の粒子がもつ最良の情報 (pbest) とその集団の最適値 (gbest) から過去の探索を考慮し、さらにその集団の各粒子の位置および速度を更新することによって計算される。以下に PSO の解説を示す(図1参照)。

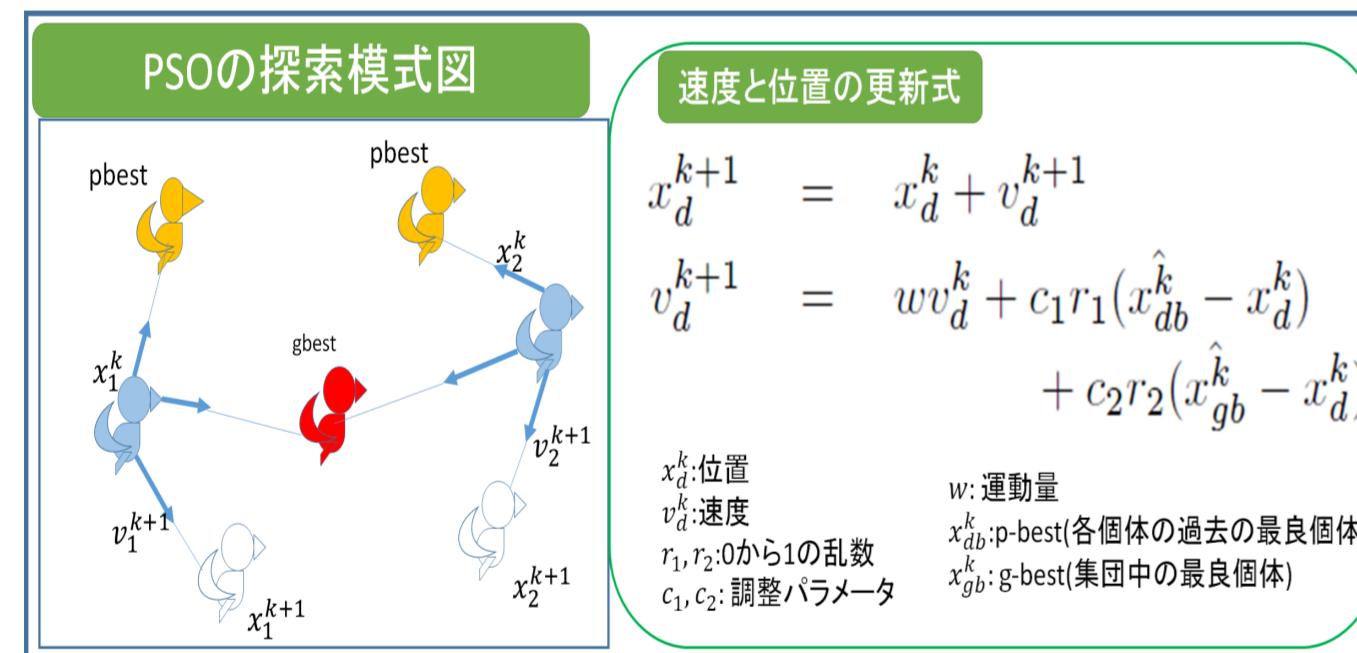


図1 PSOの概要

ここで、PSO の探索模式図及び速度と位置の更新式より、pbest 向かう $c_1r_1(x_{db}^k - x_d^k)$, gbest 向かう $c_2r_2(x_{db}^k - x_d^k)$ 、これまでの進行方向へ向かう wv_d^k の3つのベクトルを合成して速度ベクトル v_i^{k+1} を決定し、それを元に次に移動する位置 x_d^{k+1} 決定する。

PSO の探索式はランダム要素を含み、同時に最良解情報である pbest と gbest が探索に伴い変化するという時変性を有している[3]。このままの形では理論解析が困難であるので、一つの Particle に着目し、一次元の位置 x と速度 v について考え、さらに pbest と gbest を一つの点に縮約した簡略モデルが提案されている[2]。この簡略モデルは、確定的な線形時不变システムとして表現されており、その安定性を示す(図2参照)。

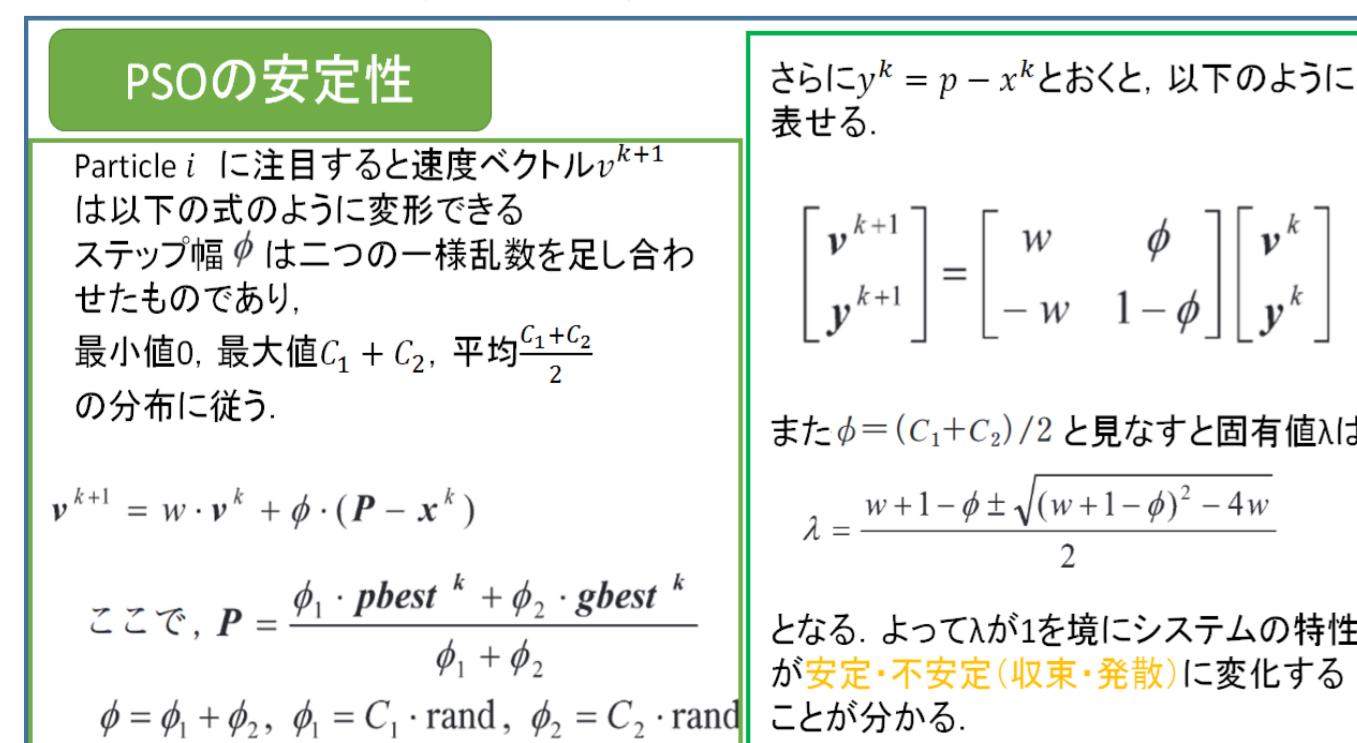


図2 PSOの安定性

2.2 連続型PSOアルゴリズム

連続型 PSO アルゴリズム (Continuous Particle Swarm Optimization; CPSO) について述べる。

CPSO で用いるベクトルおよび行列を以下のように定義する(図3参照)。

$X \triangleq [x_1 \cdots x_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$: 位置行列	T : 1からなる行ベクトル
$V \triangleq [v_1 \cdots v_n] \in \mathbb{R}^{d \times n}$: 速度行列	$Q_i \in \mathbb{R}^n$: i に等しい i^{th} 列を除いて、すべての要素が 0 に等しい列ベクトル
$X_{db} \triangleq [x_{db_1} \cdots x_{db_n}] \in \mathbb{R}^{d \times n}$: 局所最適位置行列	$I_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$: 大きさ n の単位行列
$X_{gb} \in \mathbb{R}^d$: グローバル位置行列	
$F \triangleq [f(x_1) \cdots f(x_n)] : \mathbb{R}^{d \times n} \rightarrow \mathbb{R}^n$: 蓄積された目的関数ベクトル	

図3 定義する各ベクトルおよび行列

ベクトル y と $\text{sgn}(y)$ の要素によって与えられる対角要素を持つ対角行列を $\text{diag}[y]$ とする。 y の σ 関数を表す。そして $\text{sgn}(y) = 1$ if $y > 0$ の場合は、 $\text{sgn}(y) = -1$ if $y < 0$ 。

したがって、正の定数であると仮定すると、最小化のために X の進化を近似することが提案される。また CPSO の安定性解析も議論されている[4]。

状態変数 X , V , X_{db} はベクトルではなく、以前に定義された適切な次元の行列であるため、上記の表記法は標準状態空間表記法ではない。また以下に CPSO の位置と速度の更新式と、アルゴリズムについて示す(図4参照)。

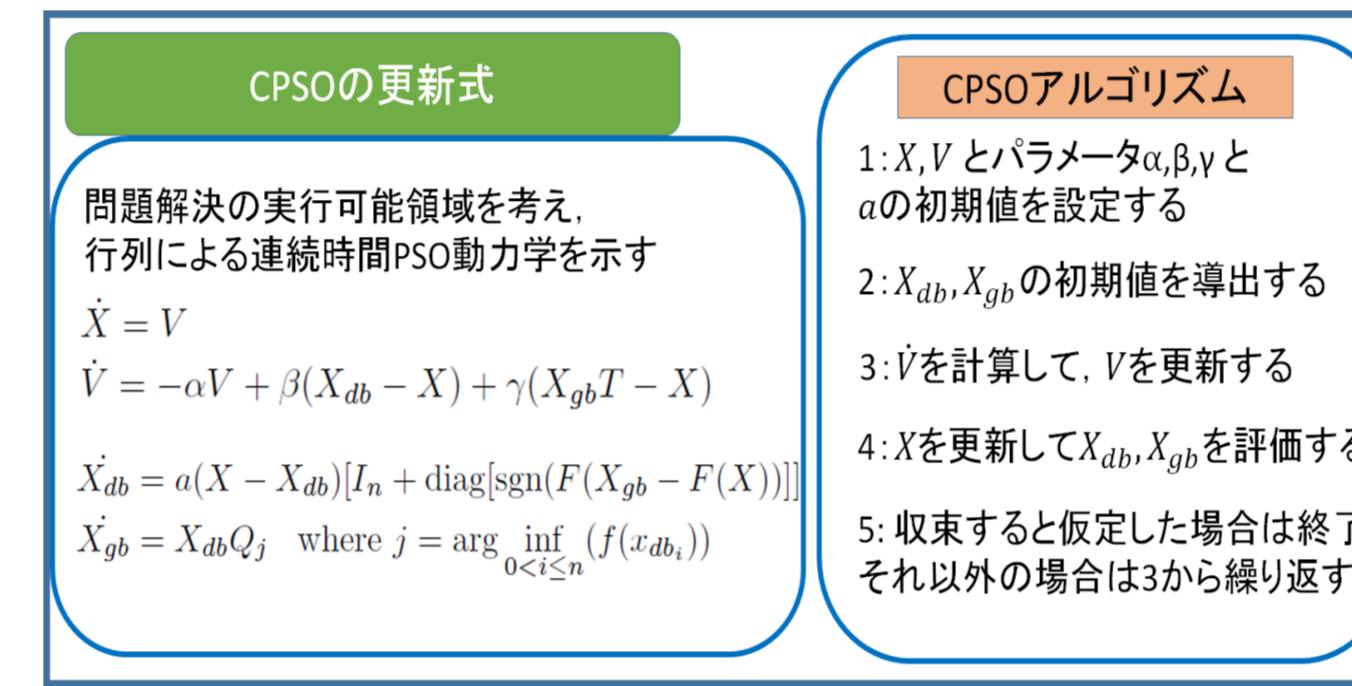


図4 CPSOの解説

2.3 PSOの探索能力の向上

オリジナルの PSO アルゴリズムに含まれる恣意性を少なくし、より効率的かつ高精度な探索を実現するために勾配法による速度評価を導入している[5, 6]。運動性素子が自分の置かれた近くの環境を知覚してより適合度の高い空間座標を獲得するために、以下のセンサリング・アルゴリズムを搭載する。

勾配によるスケーリングパラメータの導入を行う。粒子が投入された探索空間 (ξ, η) には問題に応じた 目的関数 Q が定義されており、粒子はその最大値か最小値を探索するものとする。現時間ステップ k における粒子の位置座標を (ξ_k, η_k) とし、その座標における目的関数の値を Q_k として、粒子の移動に伴う目的関数の変化に注目するところの目的関数の離散的な勾配 α が得られる。

勾配 α を、 $v_i^{k+1} = \beta^k v_i^k$, $\beta^k = \alpha^{k-1}/\alpha^k$ と置くことでランダスケープに合わせた調整が可能となる。つまり、最適点が遠いと思うなら早く、近いと感じるならば遅く移動する。よってオリジナル PSO より精密な探索が実施できる。

3 ハイブリッドPSOの提案

本節では提案手法であるハイブリッド PSO について解説する(図5参照)。PSO の応用法である CPSO の応用法であり、 X, Y の二つの行列に加えて Z を加えかつ、いくつかのパラメータを与えて再急降下法を用いる。

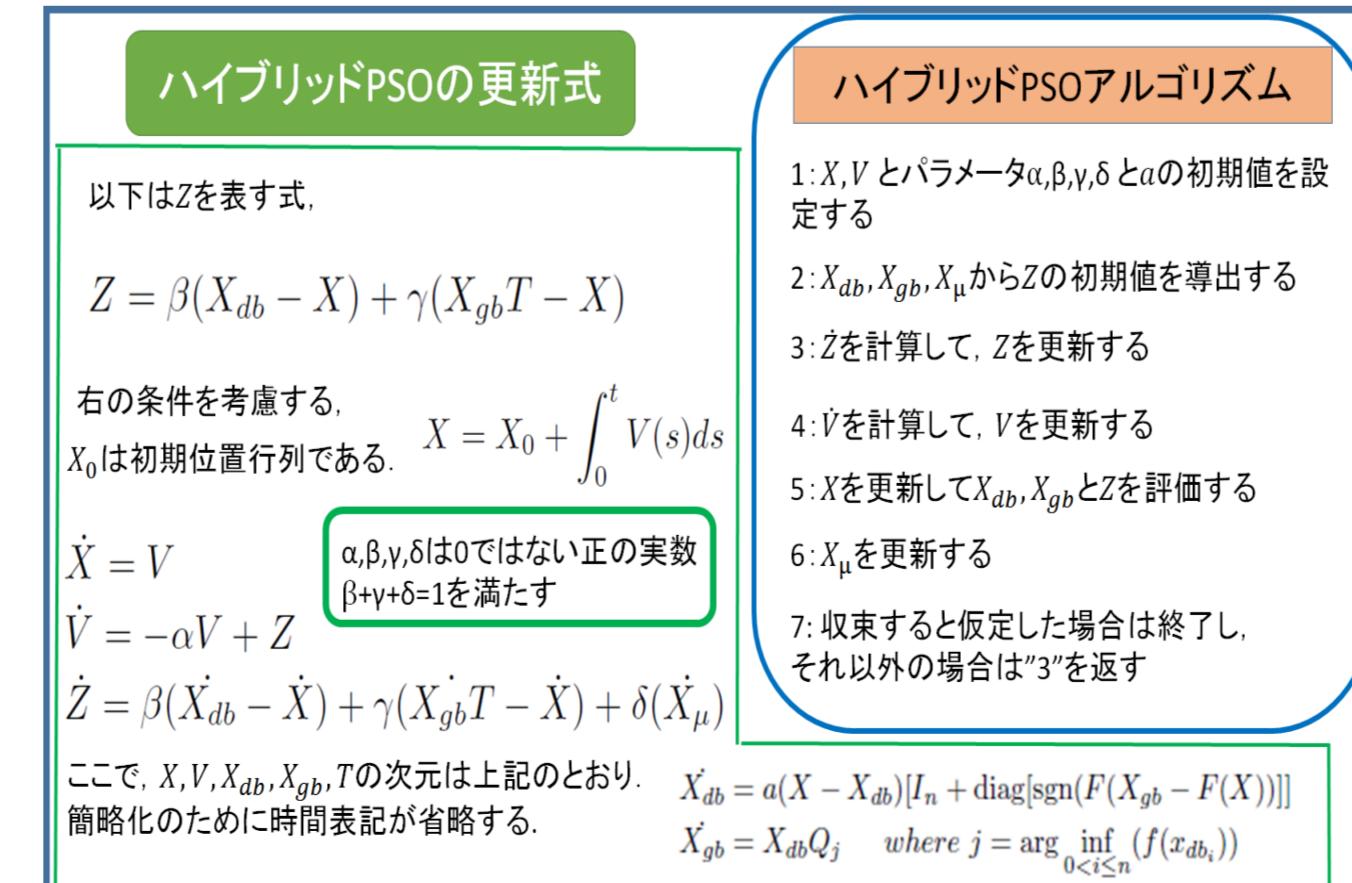


図5 ハイブリッドPSOの解説

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ などの実数は、PSO と勾配情報を調整するために重み付けするパラメータである。 X_μ はニューラルネ

ットワークのダイナミクスに由来する新しい行列である。 X_μ は以下で定義する(図6参照)。

$$X_\mu$$

$$x_{\mu i} = -C \sum_{i=1}^n \frac{\partial f(y_i(t))}{\partial y_i} \frac{\partial \varphi(x(t))}{\partial x_i}$$

$$\ddot{x}_i = -ax_i(t) + z_i(t) \quad \text{したがって, } z_i^k \text{ は } Z \text{ のベクトル,}$$

$$y_i(t) = \varphi(x_i(t)) \quad x_i^k \text{ は } k \text{ 番目の反復個体 } i \text{ に関する } X \text{ のベクトル}$$

図6 X_μ の解説

次に、差分法を適用する。理論的な分析の観点から、PSO の V と x_i は同等のものとみなす。 $\beta(\dot{X}_{db} - \dot{X}) + \gamma(\dot{X}_{gb}T - \dot{X})$ は PSO の速度を制御する。 $\delta(\dot{X}_\mu)$ は勾配情報を制御する。

PSO が有するグローバル探索、ニューラルネットワークが持つ局所最急降下法などがある。連続時間モデルでは、PSO とニューラルネットワークの組み合わせの理論的アルゴリズムが考慮されるが、分散モデルによって数値シミュレーションが行われる。サンプリング時間の設定は、係数 (β, γ, δ) の値によって変化する。したがって、 X_μ を計算して取得する。

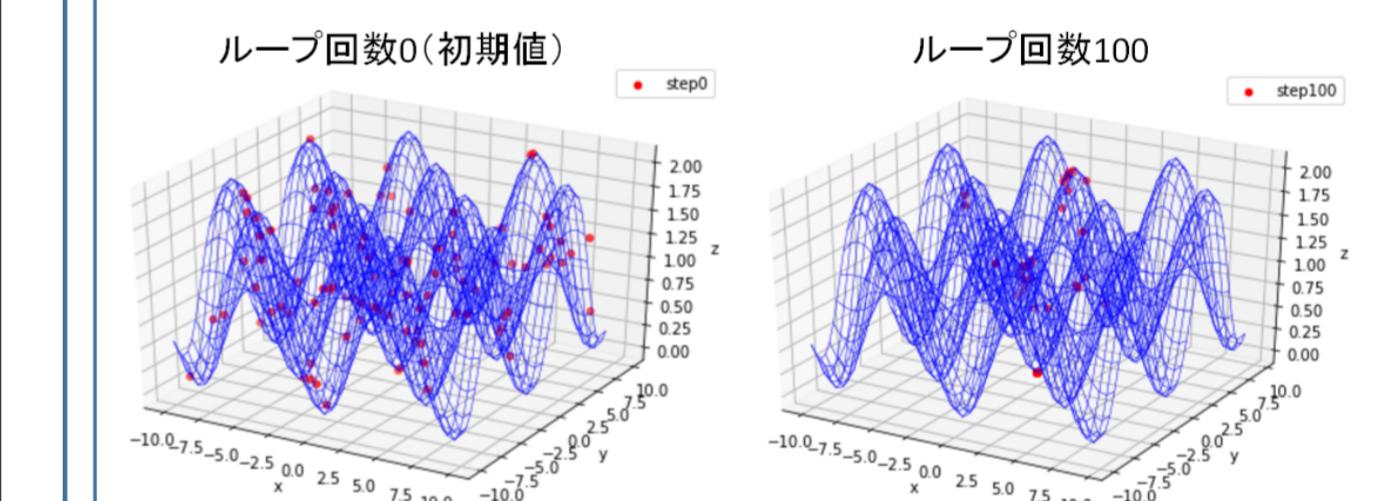
4 数値実験ならびに考察

今回は一般的な PSO の数値実験を、評価関数として Griewank を用いて行う(図7参照)。粒子をランダムに生成した初期状態とループ回数 100 の場合で比較すると、 $(0, 0, 0)$ に向けて収束に向かっているように見える。しかしループ回数を重ねても収束しない。

また別の点に収束してしまう場合もあり、PSO はランダム性を含んだプログラムではあるが、安定性に欠ける結果が出た。またパラメータの値は任意で与えるものなので最適のパラメータを決定することは実際のアプリケーションでは難しい。

PSOの実行

$$\text{評価関数: } f_{Griewank} = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{\sqrt{i}}{x_i}\right) + 1$$



5 おわりに

本研究では PSO とその応用手法について解説し、それにもとづきニューラルネットワークを用いたハイブリッドダイナミクスを提案し、連続時間 PSO アルゴリズムからニューラルネットワークに等価力学を定式化した。また、PSO の簡単な数値実験を行った。今後の課題は、IOT のセンサにより収集されたビッグデータからの意思決定に提案手法を適応し、有効性を示すことである。

参考文献

- [1] J. Kennedy, R. C. Eberhart, "Particle swarm optimization", IEEE Conf. On Neural Networks, IV, Piscataway, NJ, pp. 1942-1948 (1995).
- [2] J. Kennedy, R.C. Eberhart, Y. Shi, "Swarm intelligence", Morgan Kaumann Publishers, San Francisco, CA, pp. 1942-1948, 2001.
- [3] 石龜 敦司, 安田 恵一郎, “群れの知能：Particle Swarm Optimization”, 知能と情報 (日本知能情報ファジィ学会誌), Vol. 20, No. 6, pp. 829-839 (2008) .
- [4] H. M. Emara and H. A. Abdel Fattah, "Continuous swarm optimization technique with stability analysis", Proceeding of the 2004 American Control Conference, 2811-2817 (2004).
- [5] Ryuzaburo SUGINO, Anan National College of Technology: "Numerical Performance of PSO Algorithm Using by Gradient Method",
- [6] M. Jiang, Y. P. Luo and S. Y. Yang, "Stochastic convergence analysis and parameter selection of the standard particle swarm optimization algorithm", Information Processing Letters vol. 102, No. 1, pp. 8-16 (2007).