



# 最適化問題における群知能による補間探索

山本 聖也

富山県立大学工学部電子・情報工学科情報基盤工学講座

## 要約

Swarm Intelligence (群知能) は、鳥や魚、アリのコロニーなどのグループの行動に基づく最適化手法である。この技術の一つである PSO が開発され、様々な研究に応用されている。しかし、Particle Swarm Optimization (PSO) の収束は根拠がない。本論文では、より良い最適解を求めるための Swarm Intelligence とニューラルネットワークダイナミクスの新しいハイブリッド動的システムを提案した。本論文の主な結果として、PSO とニューラルネットワークのメカニズムを理論的にどのように組み合わせるかを示し、提案システムが客観的な環境のグローバルな情報に基づいて補間探索を実現できることを確認した。キーワード：粒子群最適化、ニューラルネットワークダイナミクス

## 1 はじめに

Particle Swarm Optimization (PSO) は、群の中の固体 (粒子) が持つ最良の情報 (p-best) とそのグループの最適値 (g-best) から過去の探索から考慮した確率的最適化手法である。ケネディ [3] が社会的行動に基づいて開発した並列進化計算技術である。社会的方法と計算方法の両方を扱う PSO に関する標準的な研究は、[4] である。PSO アルゴリズムは、粒子として概念化されたランダムな候補解の集合で初期化される。各粒子にはランダムに速度が割り当てられ、問題空間にランダムに配置される。これまでのところ、粒子そのものによって達成された最良の適応性の位置、および全人口にわたって今までに達成された最良の適合度の位置に引き付けられている。PSO は、各粒子の位置および速度を更新することによって計算される (図 1)。近年、コンピュータサイエンスの発展は、

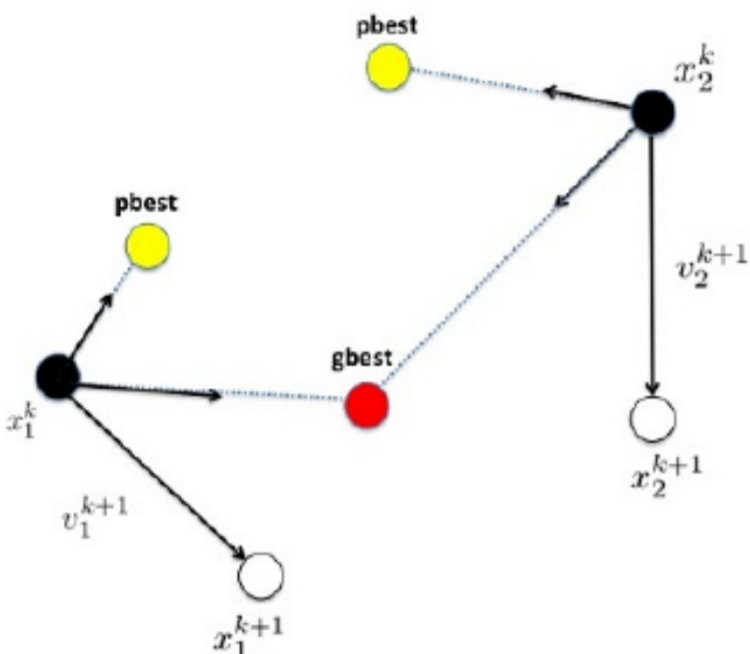


図1 Move of search point.

ハードウェアとソフトウェアの有効性が顕著です。特に、進化法は盛んに行われ、シミュレーションベースを用いてアプリケーションの容易さから開発され、適用される [2]。例えば、PSO と Simplex のハイブリッド法が提案されている [1]。また、PSO と GA (Genetic Algorithm) の方法が提案されている [2]。ところで、大規模問題の最適化工学の重要性はますます高まっています。ソーシャルネットワークサービス (SNS) の登場により、ログやパスの問題も大規模になります。最新のコンピュータでこれらの問題を解決するには時間がかかります。したがって、我々は、数ステップの数でもっとも最適な解が見つかる新しいハイブリッド動的システムを提供する。連続 PSO アルゴリズムから、我々は新しい力学系  $\Sigma_n$  を得て、連続時間 PSO アルゴリズムからニューラルネットワークに同等の力学を定式化することができます。そこで、グローバル最適の補間探索を実現するための補強学習機構の適用を検討する。この論文は以下のように編成されている。2 章では、Continuous PSO アルゴリズムについて簡単に説明します。3 章では、新しい力学系を提示し、最急降下法を用いてそれを導出する。4 章では、提示された力学の有効性を示す数値実験ならびに考察を行う。最後に、5 章で結論を述べる。

## 2 連続 PSO アルゴリズム

### 離散時間 PSO アルゴリズム

$$\begin{aligned}x_d^{k+1} &= x_d^k + v_d^{k+1} \\ v_d^{k+1} &= w v_d^k + c_1 r_1 (x_{db}^k - x_d^k) + c_2 r_2 (x_{gb}^k - x_d^k)\end{aligned}$$

$x_d^k$ : 位置  
 $v_d^k$ : 速度  
 $r_1, r_2$ : 0 から 1 の乱数  
 $c_1, c_2$ : 調整パラメータ

$w$ : 運動量  
 $x_{db}^k$ : p-best (各個体の過去の最良個体)  
 $x_{gb}^k$ : g-best (集団中の最良個体)

問題解決の実行可能領域を考え、行列による連続時間 PSO 動力学を示す

$$\begin{aligned}\dot{X} &= V \\ \dot{V} &= -\alpha V + \beta(X_{db} - X) + \gamma(X_{gb}T - X)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{X}_{db} &= \alpha(X - X_{db})[I_n + \text{diag}[\text{sgn}(F(X_{gb} - F(X)))] \\ \dot{X}_{gb} &= X_{db}Q_j \quad \text{where } j = \arg \inf_{0 < i \leq n} (f(x_{di}))\end{aligned}$$

$X$  と  $V$  は唯一のシステム状態ではない  
 $X_{db}$  もメモリを持つ状態である

以下のベクトルおよび行列を以下のように定義する

$$\begin{aligned}X &\triangleq [x_1 \cdots x_n] \in \mathbb{R}^{d \times n} \quad \text{: 位置行列} \\ V &\triangleq [v_1 \cdots v_n] \in \mathbb{R}^{d \times n} \quad \text{: 速度行列} \\ X_{db} &\triangleq [x_{db1} \cdots x_{dbn}] \in \mathbb{R}^{d \times n} \quad \text{: 局所最適位置行列} \\ X_{gb} &\in \mathbb{R}^d \quad \text{: グローバル最適位置行列} \\ F &\triangleq [f(x_1) \cdots f(x_n)] : \mathbb{R}^{d \times n} \rightarrow \mathbb{R}^n \quad \text{: 積み重ねられた目的関数生ベクトル} \\ T &\text{: 1 からなる行ベクトル} \\ Q_i &\in \mathbb{R}^n \quad \text{: 1 に等しい } i\text{th} \text{ を除いて、すべての要素がゼロに等しいベクトル} \\ I_n (\mathbb{R}^n \in \mathbb{R}^n) &\text{: 大きさ } n \text{ の単位行列}\end{aligned}$$

$d$ : 問題次元  
 $\Omega \subseteq \mathbb{R}^d$ : 実行可能領域  
 $n$ : 鳥の数  
 $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ : 最小化する関数

ベクトル  $y$  と  $\text{sgn}(y)$  の要素によって与えられる対角要素を持つ対角行列を  $\text{diag}[y]$  とする。 $y$  の  $\sigma$  関数を表す。として  $\text{sgn}(y) = 1$  if  $y > 0$  の場合は、 $\text{sgn}(y) = -1$  if  $y < 0$ 。

したがって、正の定数であると仮定すると、最小化のために  $X$  の進化を近似することが提案される。CPSO の安定性解析も議論されている [8]。

状態変数  $X$ 、 $V$ 、 $X_{db}$  はベクトルではなく、以前に定義された適切な次元の行列であるため、上記の表記法は標準状態空間表記法ではありません。この説明は、明瞭さを失うことなく提供する単純さとコンパクトさに動機付けられています。

### CPSO アルゴリズム

- 1:  $X, V, X_\mu$  とパラメータ  $\alpha, \beta, \gamma, \delta_1, \delta_2$  と  $a$  の初期値を設定する
- 2:  $X_{db}, X_{gb}$  の初期値を導出する
- 3:  $\dot{V}$  を計算して、 $V$  を更新する
- 4:  $X$  を更新して  $X_{db}, X_{gb}$  を評価する
- 5: 収束すると仮定した場合は終了し、それ以外の場合は "3" を返す

## 3 ハイブリッド PSO アルゴリズムの提案

以下は  $Z$  を表す式、

$$Z = \beta(X_{db} - X) + \gamma(X_{gb}T - X) \quad (1)$$

以下の条件を考慮する。

$$X = X_0 + \int_0^t V(s) ds \quad (2)$$

$X_0$  は初期位置行列です。ここではハイブリッド動力学系  $\Sigma_n$  (図 2 参照) を紹介する：

$$\dot{X} = V \quad (3)$$

$$\dot{V} = -\alpha V + Z \quad (4)$$

$$\dot{Z} = \beta(\dot{X}_{db} - \dot{X}) + \gamma(\dot{X}_{gb}T - \dot{X}) + \delta(\dot{X}) \quad (5)$$

ここで、 $X$ 、 $V$ 、 $X_{db}$ 、 $X_{gb}$ 、 $T$  の次元は上記の通りです。簡略化のために時間表記が省略されています。

$$\dot{X}_{db} = \alpha(X - X_{db})[I_n + \text{diag}[\text{sgn}(F(X_{gb} - F(X)))] \quad (6)$$

$$\dot{X}_{gb} = X_{db}Q_j \quad (7)$$

ここで、 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  は正の非ゼロ実数であり、 $\beta + \gamma + \delta = 1$  を満たす。あなたは PSO とニューラルネットワークを調整するために体重をかけます。 $X$  はニューラルネットワークのダイナミクスに由来する新しい行列です。 $X$  は以下のダイナミクス [7] と定義されている図 3)：

$$\dot{x}_i = -C \sum_{t=1}^n \frac{f(y_i(t))}{y_i} \quad (8)$$

$$\dot{X}_i = -a x_i(t) + z_i(t) \quad (9)$$

$$y_i(t) = (x_i(t)) \quad (10)$$

ここでは、離散数式を紹介します。したがって、 $z_i^k$  は  $Z$  と  $x_i^k$  のベクトルです。k 番目の反復の個体 i に関する  $X$  のベクトルです。値  $a$  と  $C$  はパラメータであり、シグモイド関数です。次に、差分法を適用する。理論的な分析の観点から、PSO の  $\dot{V}$  と  $\dot{x}_i$  は同等のものとなります。  $\beta(\dot{X}_{db} - \dot{X}) + \gamma(\dot{X}_{gb}T - \dot{X})$  は PSO の速度を制御します。

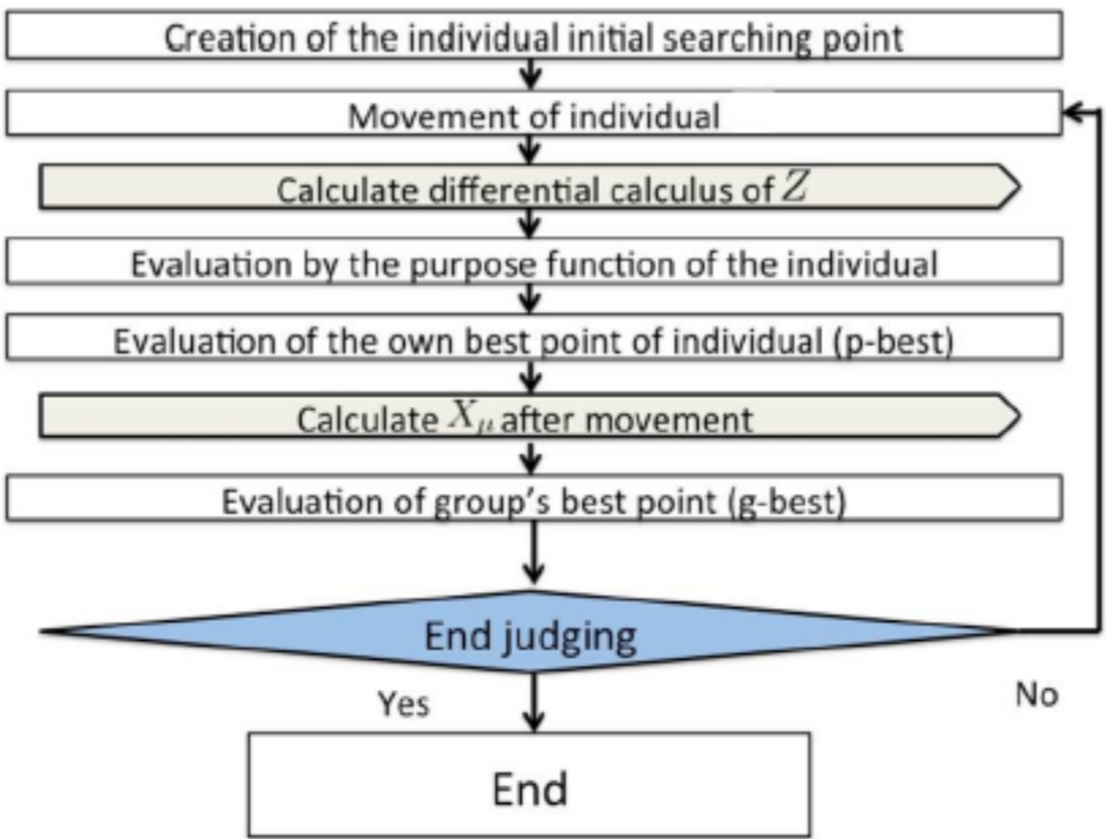


図2 Algorithm of proposed system  $\Sigma_n$ .

$\delta(\dot{X})$  はニューラルネットワークの速度を制御します。理論的に提案されたハイブリッドの、 $\dot{Z} = \beta(\dot{X}_{db} - \dot{X}) + \gamma(\dot{X})$  PSO が有するグローバル探索、ニューラルネットワークが持つ局所最急降下法などがある。連続時間モデルでは、PSO とニューラルネットワークの組み合わせの理論的アルゴリズムが考慮されるが、分散モデルによって数値シミュレーションが行われる。サンプリング時間の設定は、係数の値によって変わります  $\beta, \gamma, \delta$ 。したがって、 $X$  を計算して取得します。

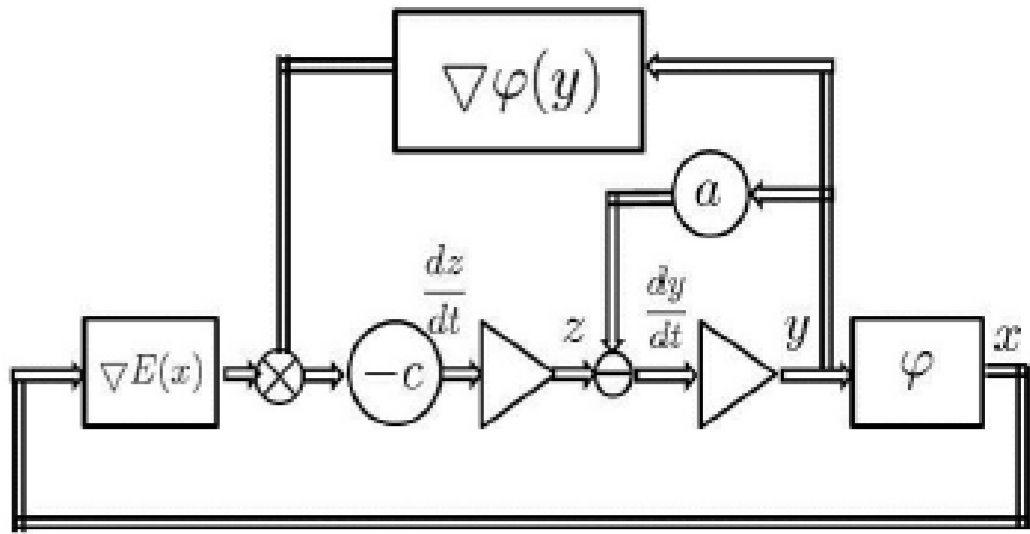


図3 Dynamics of X

[Algorithm of convolution gradient method considering global information]

**Step 1** Set initial value of  $X$ ,  $V$ ,  $X_\mu$  and parameters  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  and  $a$ .

**Step 2** Derive initial value of  $X_{db}$ ,  $X_{gb}$ , and  $Z$ .

**Step 3** Calculate  $\dot{Z}$  and update  $Z$ .

**Step 4** Calculate  $\dot{V}$  and update  $V$ .

**Step 5** Update  $X$  and evaluate  $X_{db}$ ,  $X_{gb}$ , and  $Z$  using the objective function  $f$ .

**Step 6** Update  $X_\mu$ .

**Step 7** If it assume to be converge then finish otherwise return **Step 3**.

## 4 数値実験ならびに考察