ファジィ・ランダム数理計画の等価変換

富山県立大学電子・情報工学科　　　指導教員：奥原浩之
1615033　沼田賢一

1 はじめに

1.1 背景

今，私たちが生きている世界で起こる，あらゆる事象は不確実で不確定な性質を含んでいる. そこで，より現実に近い問題 (現実問題) を考える際に，不確定性や不確実性を表現する「ファジィ計画法」や「確率計画法」の研究が進められてきた.

1.2 目的

今回の目的は，不確定性 (ファジィ性) と不確実性 (ランダム性) の違いを理解し，その両方の性質を同時に表現するために考えられた「ファジィ・ランダム変数」という概念について理解することである. 更に，そのファジィ・ランダム変数を含む問題に対し，何らかの手法を用いて解を得るために，式を等価変換する方法についてまとめる.

2 ファジィ性とランダム性の違い

2.1 ファジィ性

ファジィ性というのは，値が不確定であることを指す. 例えば，晴れの日に投票所に来る人の人数は 50 人くらいであるとする. このとき実際には，40 人しか来なかったり，60 人来ることもある. これは，50 人来るとは断定できない，ファジィな要素である. このように，値を断定できない又は，意思決定者によって考える値が異なるような性質をファジィ性という. ファジィ性についての図を図 1 に示す.

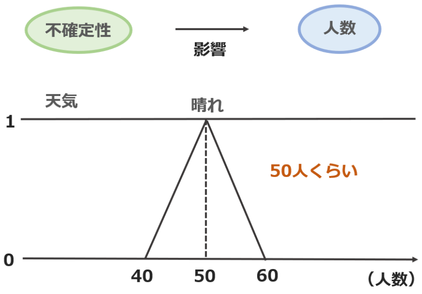

図 1 ファジィ性

2.2 ランダム性

一方，ランダム性というのは，その事象が確実に起こるかが判明していないことを指す. 例えば，晴れの日に投票所に来る人の数は 50 人くらいで，雨の日に投票所に来る人の数は 20 人くらいであるとする. しかし，実際に晴れるか雨が降るかは，その日にならないと分からないランダム性を含む要素である. このように，確率的に事象が起こることで，値が変動するような性質をランダム性という. ランダム性についての図を図 2 に示す.

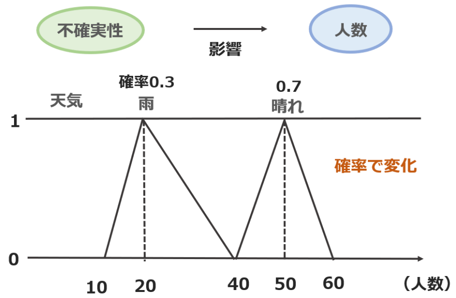

図 2 ランダム性

3 ファジィ・ランダム変数とは

ファジイランダム変数とは、ファジィ性とランダム性の両方を表現することができる変数のことである.

ファジイランダム変数 $d_i(\omega)$ は事象 ω が生起したとき実現値が式 (1) のメンバーシップ関数 $\mu_{d_i}(\omega)$ で定義される. メンバシップ関数の図を図 3 に示す.

$$\mu_{c_j}(\omega)\begin{cases} L^{\frac{\bar{c}_j-d_j(\omega)}{\alpha_j}} \\ R^{\frac{d_j(\omega)-\bar{c}_j}{\beta_j}} \end{cases} \tag{1}$$

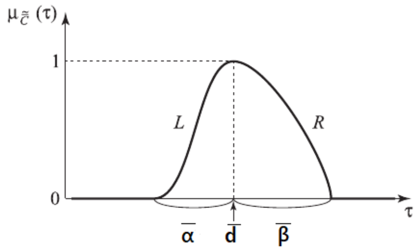

図 3 ファジィ・ランダム変数のメンバシップ関数

4 式の等価変換

4.1 ファジィ・ランダム変数を含む例題

ファジィランダム変数を含む式をそのまま取り扱うことはできないため、確率計画問題から多目的計画問題へ等価変換する必要がある [1]

今回は，目的関数における係数がファジィ・ランダム変数の場合の等価変換についてまとめる. あつかう目的関数は式 (2) である.

$$\min \tilde{\bar{c}}_j x_j \tag{2}$$

係数 c_j は L-R ファジィ数の平均が確率変数になったものであるため，L-R ファジィ数の演算が適用でき，ファジィランダム変数 $Y(\omega)$ は式 (3) となる.

$$Y(\omega) = (\sum_{j=1}^{n} d_j(\omega)x_j, \sum_{j=1}^{n} \alpha_j x_j, \sum_{j=1}^{n} \beta_j x_j)_{LR} \tag{3}$$

4.2 可能性測度の導入

目的関数に対して,「だいたい f_0 以下である」というファジィ目標 G を設定する. 目的関数のメンバシップ関数を可能性分布とみなすとき，その分布の下でファジィ目標 $\tilde{G}$ が満たされる可能性の度合い $\Pi_{Y(\omega)}(\tilde{G})$ は，可能性測度を用いて図 4 のように示すことができ，式 (4) のように与えられる.

$$\Pi_{Y(\omega)}(\tilde{G}) = \sup_y \min\{\mu_{Y(\omega)}(y), \mu_{\tilde{G}}(y)\} \tag{4}$$

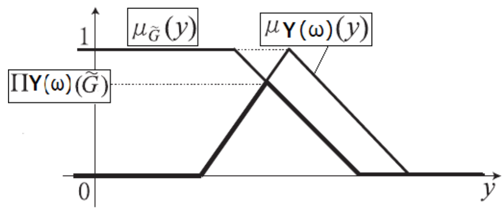

図 4 可能性の度合い

可能性測度の導入により，ファジィ性を確定的に取り扱うことができるため，問題は確率計画問題となる.

4.3 確率最大化モデルに基づく定式化

次に，意思決定モデルとして，$\Pi_{Y(\omega)}(\tilde{G})$ の最大化を $\Pi_{Y(\omega)}(\tilde{G})$ の値がある一定値 h(満足基準値) 以上となる確率を最大化するという確率最大化モデルに基づき，$Pr[\Pi_{Y(\omega)}(\tilde{G}) \geq h]$ の最大化に置き換える.

更に，この制約機会条件を等価確定条件に変換すると式 (5) のようになる.α は意思決定者が決める. 今回は，不確実性を正規分布により与えて，最終的に式 (6) の等価確定問題に変換される.

$$Pr(\sum_{j=1}^{n}(d_j - L^*(h)\alpha_j)x_j \leq \mu^* G(h)) \geq \alpha \tag{5}$$

$$\sum_{j=1}^{n}(d_j - L^*(h)\alpha_j)x_j + K_\alpha \sqrt{\sum_{j=1}^{n}\sigma_j^2 x_j^2} \leq \mu^* G(h) \tag{6}$$

5 まとめ

ファジィ性とランダム性の違いや，その両方の性質を表現するためのファジィ・ランダム変数という概念について勉強した. 更に，ファジィ・ランダム変数を含む問題を等価変換する方法についてもまとめることができた.

参考文献

[1] 石井博昭, “不確実・不確定性数理（p211-219）”