

# Particle Swarm Optimization を用いた多目的最適化手法

森 智弥

## 1 はじめに

最適化問題とは、ある決められた制約条件を満たす範囲内で、何らかの評価基準（目的）を最良にするような問題のことである。一般に最適化とは、単一目的最適化を意味する。最適化問題を解く手法として GA や PSO が知られている。しかし、実問題においては、トレードオフ関係にある複数の目的を同時に考慮し、最適化を行う問題が存在する。それを多目的最適化問題という。本報告では最適化手法の一つである PSO を多目的最適化問題へ適用し、その数値実験を行うことで、その有用性を報告する。

## 2 PSO

PSO は 1995 年に Kennedy と Eberhart によって提案された最適化手法であり、自然界における鳥や魚の群れの振る舞いを工学的に摸倣したアルゴリズムである。PSO は GA と同様多点探索である。PSO の探索過程では各個体  $k$  が位置情報  $x_k$  と速度情報  $v_k$  を持ち、各個体が探索した最良の解  $pbest$  と、その個体が属する個体群の中での最良解  $gbest$  から、過去の探索履歴と集団の情報を加味して各個体の位置と速度の更新を繰り返すことで、連続変数の多峰性関数における大域的最適解、もしくは準最適解を求める。

### 2.1 位置と速度の更新

$t$  回目の探索において、個体  $k$  の位置と速度の更新は次式で行われる。

$$x_k^{t+1} = x_k^t + v_k^{t+1}$$

$$v_k^{t+1} = w v_k^t + c_1 r_1 (pbest_k^t - x_k^t) + c_2 r_2 (gbest^t - x_k^t)$$

ここで、 $r_1, r_2$  は 0 から 1 までの一様乱数、 $c_1, c_2$  は定数であり、2.0 が推奨されている。 $w$  は慣性定数であり、1 よりやや小さい値が推奨されている。探索点推移の概念図を Fig. 1 示す。

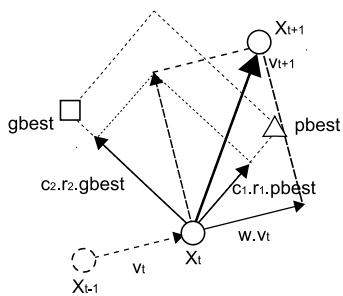


Fig.1 個体の探索推移

まず、 $t$  回目の探査  $k$  におけるある個体  $k$  が位置  $x_t$  に存在する場合。その位置から  $pbest$  までのベクトルを

求め  $c_1, r_1$  倍する。同様に  $gbest$  までのベクトルを求め  $c_2, r_2$  倍し、これら二つのベクトルを合成する。このベクトルと、 $t$  回目の探索における速度  $v_t$  に  $w$  を乗じたベクトルを合成し  $v_{t+1}$  とする。そして位置  $x_t$  に速度  $v_{t+1}$  を加え位置  $x_{t+1}$  とする。このように PSO では、各個体同士の相互作用により解探索を行う。

## 3 多目的最適化問題

複数の評価基準を同時に考慮しながら最適化を行う問題を多目的最適化問題という。一般に多目的最適化問題は、「複数個のトレードオフの関係にある目的関数を与えた制約条件の元で、何らかの意味で最小化（最大化）する問題」と定義されている。<sup>[1]</sup>

多目的最適化問題では、一般に複数の目的関数どうしが互いにトレードオフの関係にある場合が多いため、最適解を一つに絞ることが出来ない。そのため、多目的最適化問題では、パレート最適解（Pareto optimal solution）を求める。パレート最適個体を求めるために、解の優越関係を用いて探索を行うが、その際、非劣解と呼ばれる探索途中での、どの解にも優越されない解を用いる。

## 4 Multi-objective PSO

Multi-objective PSO (MOPSO) は、探索途中の優良な解である非劣解を保存するために、アーカイブと呼ばれるレポジトリを有する。そして個体群の中での最良の解  $gbest$  をアーカイブ中の非劣解から選出する。その際、その際、 $gbest$  を選出するため混雑距離を用いる。

### 4.1 アルゴリズム

MOPSO のアルゴリズムを以下に示す。

1. 探索母集団を初期化する。
2. 各個体の速度を 0 に初期化する。
3. 各個体を評価する。
4. 非劣解をアーカイブに保存する。
5. 各個体の  $pbest$  を初期化する。
6.  $gbest$  を選出する。
7. 速度を更新する。
8. 位置を更新する。制約条件を越えた個体は、その位置を境界上にし、速度に -1 を乗じて反対方向に向かわせる。
9. 各個体の評価を行う。
10. アーカイブの内容を更新する。
11. 現在の位置が  $pbest$  よりも良い場合更新する。
12. ループカウンターに 1 を加えて 6. に戻る。

## 4.2 アーカイブの更新

アーカイブの更新は次のように行う。ここで探索母集団内の個体を  $k$ 、アーカイブ内の個体を  $a$  とする。

1. アーカイブが空の場合は  $k$  をアーカイブに保存する。
2.  $k$  が  $a$  を優越する場合、 $a$  を取り除き、 $k$  をアーカイブに保存する。
3. アーカイブ内の個体数が最大数を越えた場合、混雑距離の小さい解を取り除く。

## 4.3 混雑距離の導入

混雑距離 (Crowding Distance) とは、ある個体  $i$  の周りにある個体の密度を評価するための手法である。混雑距離はアーカイブ内の各目的関数軸において隣り合う個体間との距離を足し合わせたものであり、次式で表現される。

$$d_j = \sum_{m=1}^M \frac{f_m^{I_{j+1}^m} - f_m^{I_j^m}}{f_m^{\max} - f_m^{\min}} \quad j \in [2, l-1]$$

ここで、 $d_j$  は個体  $j$  の混雑距離、 $M$  は目的関数の数、 $m$  は各目的関数、 $l$  はアーカイブ内の個体数、 $f_m$  は目的関数の値である。

## 5 数値実験

MOPSO と多目的最適化手法として最も一般的な手法の一つである Nondominated sorting genetic algorithm-II(NSGA-II) を比較して数値実験を行う。なお、本実験では単峰性関数である ZDT2 と多峰性関数である ZDT4 を用いた。実験で使用したパラメータを Table1 に示す。

### 5.1 評価方法

本実験の評価を行うため、多様性の評価指標である被覆率と精度の評価指標である優越個体割合 [5] を用いた。

Table1 パラメータ

	MOPSO	NSGA-II
個体数	100	100
アーカイブ個体数	100	100
慣性項	0.4	-
定数 $c_1, c_2$	2.0	-
探索回数	250	250
設計変数長	-	20
交叉方法	-	2 点交叉
交叉率	-	1.0
突然変異率	-	1.0/染色体長
選択方法	-	混雑度トーナメント選択
トーナメントサイズ	-	2

### 5.2 実験結果

実験では、ZDT2 と ZDT4 をそれぞれ 30 試行ずつ解いた。ZDT2 の探索結果を Fig. 2, Fig. 3 に、ZDT4 の探索結果を Fig. 4, Fig. 5 に示す。

優越個体割合、被覆率についての 30 試行の平均をそれぞれ Table2, 3 に示す。

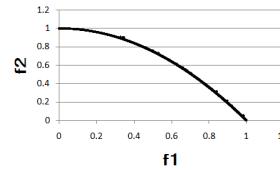


Fig.2 MOPSO

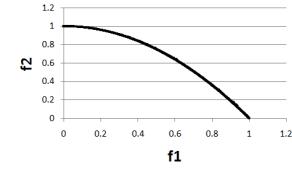


Fig.3 NSGA-II

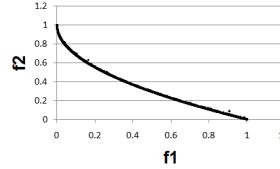


Fig.4 MOPSO

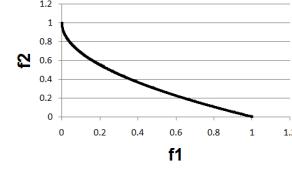


Fig.5 NSGA-II

Table2 優越個体割合

	MOPSO	NSGA-II
ZDT2	50.45	49.55
ZDT4	47.12	52.88

Table3 被覆率

	MOPSO	NSGA-II
ZDT2	0.7803	0.7475
ZDT4	0.7801	0.7443

以上より、探索性能、優越個体率、被覆率ともに MOPSO と NSGA-II で大きな違いは見られず、これらの手法は 2 次元の ZDT2, ZDT4 において同等の性能を有していると考えられる。

## 6 まとめと今後の展開

本研究報告では PSO を多目的最適化問題へ適用し、NSGA-II と比較することでその有効性を述べた。今後は、超立方体 (HyperVolume) を優良個体の選出に用いることで MOPSO のさらなる拡張を目指す予定である。

### 参考文献

- 1) 板坂正敏「離散システムの最適化」森北出版、2000。
- 2) Carlos A. Coello Coello, Gregorio Toscano Publido and Maximino Salazar Lechuga. Handling Multiple Objectives with Particle Swarm Optimization, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol.8, No.3, pp.256-279, June 2004
- 3) 岩崎敬亮、青木秀憲：「PSO を用いた多目的最適化手法による電圧無効電力制御」、東海大学紀要工学部、Vol.47, No.2, 2007, pp.49-54
- 4) 同志社大学知的システムデザイン研究室：「多目的遺伝的アルゴリズム (Multi-Objective Genetic Algorithm: MOGA)」、2009, pp.5-17
- 5) 西岡雅史、廣安知之、三木光範：「自作 NSGA-II の動作確認」、ISDL Report No.20061013003, 2006, <http://mikilab.doshisha.ac.jp/dia/research/report/2006/1013/003/report20061013003.html>