勾配情報を組み込んだ
ハイブリッド粒子群最適化

山本　聖也

富山県立大学　電子・情報工学科　情報基盤工学講座 4 年

平成 30 年 11 月 14 日

はじめに

発表の流れ

1 はじめに
2 PSO の概要
3 ハイブリッド PSO の提案
4 数値実験ならびに考察
5 おわりに

1. はじめに

粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization;PSO)

粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization; PSO) は，群の中の固体（粒子）が持つ最良の情報とそのグループの最適値から過去の探索から考慮した確率的最適化手法であり， ケネディ[1] が社会的行動に基づいて開発した並列進化計算技術である.

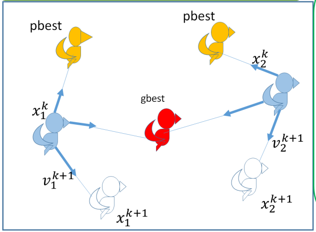
目標

本研究では新たな PSO の手法を提案する→連続 PSO アルゴリズムに勾配法を組み込み，定式化する
また，センサで収集したデータに対する意思決定に提案手法を適用し，その有効性を示す.

2.1PSO アルゴリズム

PSO は群をなして移動する生物の行動を模範したアルゴリズムである．群をなす生物をモデル化し，粒子は最適化問題における候補解を示している．PSO は群の中の粒子がもつ最良の情報 (pbest) とその集団の最適値 (gbest) から過去の探索を考慮し，さらにその集団の各粒子の位置および速度を更新することによって計算される．以下に PSO の解説を示す

PSOの探索模式図



速度と位置の更新式

$$
\begin{aligned}
x_d^{k+1} &= x_d^k + v_d^{k+1} \\
v_d^{k+1} &= w v_d^k + c_1 r_1 (\hat{x}_{db}^k - x_d^k) \\
&\quad + c_2 r_2 (\hat{x}_{gb}^k - x_d^k)
\end{aligned}
$$

x_d^k:位置
v_d^k:速度
r_1, r_2:0から1の乱数
c_1, c_2: 調整パラメータ

w: 運動量
x_{db}^k:p-best(各個体の過去の最良個体)
x_{gb}^k: g-best(集団中の最良個体)

3. ハイブリッド PSO の提案

提案手法であるハイブリッド PSO について解説する．PSO の応用法である連続時間 PSO の応用法である．

無制約連続時間PSOモデル

PSOの更新式を力学系モデルとみなし，その連続化を試みると，

$$\frac{dx^p(t)}{dt} = c\int_0^t e^{-a(t-\tau)}[F^p(x^p(\tau),\tau) + C(x^p(\tau),\tau) - \nabla E(x^p(\tau),\tau)]d\tau \ldots(1)$$

$$\frac{d^2x^p(t)}{dt^2} + a\frac{dx^p(t)}{dt} = c[F^p(x^p(t),t) + C(x^p(t),t) - \nabla E(x^p(t),t)] \ldots(2)$$

またそれぞれの関数$F^p, C, \nabla E$ は以下のようになる．

$$F^p(x^p,t) = c_1\{x^p(T^p(t)) - x^p\} \ldots(3a)$$
$$C^p(x^p,t) = c_2\{x^{Q(t)}\left(T^O(t)\right) - x^p\} \ldots(3b)$$
$$\nabla E(x^p,t) = c_3\frac{\partial E(x^p,t)}{\partial x^p} \ldots(3c)$$

上下限制約連続時間PSOモデル

非線形変数変換モデルを作成するために,

$$x_i = f_i(y_i) = \frac{q_i + p_i \exp(-y_i)}{1 + \exp(-y_i)} \ldots (4)$$

とおく.

この変換式を制約条件付問題に代入して変数 x を消去すると,

$$\min_y E(f(y)) \ldots (5)$$

が得られる. よって(2)式に対応すると,

$$\frac{d^2 y^p(t)}{dt^2} + a\frac{dy^p(t)}{dt} = c[F^p(y^p(t), t) + C(y^p(t), t) - \nabla E(y^p(t), t)] \ldots (5)$$

$$F^p(y^p, t) = c_1\{y^p(T^p(t)) - y^p\} \ldots (6a)$$

$$C^p(y^p, t) = c_2\left\{y^{Q(t)}\left(T^O(t)\right) - y^p\right\} \ldots (6b)$$

$$\nabla E(y^p, t) = c_3\frac{\partial E(y^p, t)}{\partial y^p} \ldots (6c)$$

非線形変数変換モデルの離散化PSOモデル

上下限制約モデルからオイラー法で離散化し，対応する式も加える.

$$u^p(k+1) = (1 - a\Delta T)u^p(k) + \Delta T v^p(k) \ldots (7a)$$

$$v^p(k+1) = v^p(k) + c\Delta T[F^p(u^p(k),k) + C(u^p(k),k) - \nabla E(u^p(k),k)] \ldots (7b)$$

$$F^p(k,k) = c_1\{u^p(l^p(k)) - u^p(k)\} \ldots (7c)$$

$$C^p(k,k) = c_2\{u^{Q(k)}(l^O(k)) - u^p(k)\} \ldots (7d)$$

$$\nabla E(k,k) = c_3 \frac{\partial E(k,t)}{\partial k} \ldots (7e)$$

$$l^p(k) = \underset{l}{\mathrm{argmin}}\{E(x^p(l)) | l = 0, \ldots, k\} \ldots (7f)$$

$$(Q(k), l^O(k)) = \arg\min_{(q,l)}\{E(x^q(l)) | \; q = 1,2,\ldots,P, l = 0,1,\ldots,k\} \ldots (7f)$$

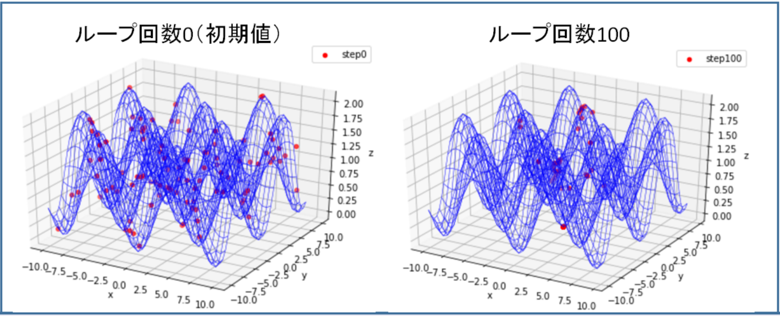
$$x_i^p(k) = f_i(u_i^p(k)) = \frac{q_i + p_i \exp(-u_i^p(k))}{1 + \exp(-u_i^p(k))} \quad i = i, \ldots, n \ldots (7g)$$

4. 数値実験ならびに考察

今回は一般的な PSO の数値実験を，評価関数として Griewank という関数を用いて行う．

PSOの実行

評価関数: $f_{Griewank} = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \prod_{i=1}^{n} \cos\left(\frac{\sqrt{i}}{x_i}\right) + 1$



5. おわりに

本研究では PSO とその応用手法について解説し．その定式化を行った．また，PSO の簡単な数値実験を行った．今後の課題は，IoT のセンサにより収集されたビッグデータからの意思決定に提案手法を適応，また定式化ができたのでプログラムを C 言語で実装する．