為替レートとカオス理論

横井　稜

2018年8月6日
富山県立大学　情報基盤工学講座

August 6, 2018

はじめに

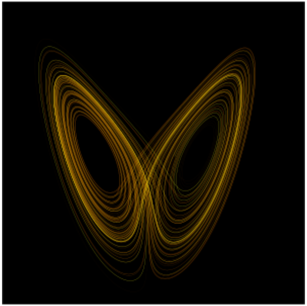
発表の流れ

まえがき

1. 現在，経済の市場予測を行うためには，時系列データを用いての予測が行われている．
2. その予測の手法には，回帰分析，ニューラルネットなどがある．
3. しかし，これらの手法には十分な教師データや時系列データの周期性や自己相関性が要求されてくる．
4. そこで，時系列データの予測にカオス理論を用いた予測が提案されている．

カオスとは

カオスとは非常に複雑な不規則かつ不安定な振る舞いをしているにもかかわらず，決定論的な法則から成り立っているものである．
よって，ある観測された時系列データがカオス的な振る舞い，すなわち法則によって支配されながら法則性のない振る舞いをしているのであれば，その振る舞いが決定論的な法則に従っていると考えれるため，その時系列データで今後の振る舞いが予測できることが可能である．

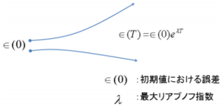


カオスの特徴

性質

1. 軌道不安定性
2. 長期予測不能性
3. 自己相似性
4. 非周期性

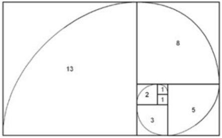
(1) は初期値による鋭敏な依存性により，初期値の僅かな差異が時間とともに大きく拡大する．
(2) は (1) の性質があるので，無限大の精度で初期状態を観測しない限り，初期値の差異が時間とともに拡大されるため，長期的には予測が不可能となる．しかし，軌道不安定性が生じても，状態空間において定常的な振る舞いを表すアトラクタの構造が変化しないという安定性を持つ．これにより，長期予測に適さないが，短期的な予測が可能である．
(4) の特徴は時系列信号を観測したときに，非周期的な挙動を示す．この性質はアトラクタにも現れ，どの部分の軌道も決して交わることがない．例えば，二次元で線を表示させた場合，線と線の交差する場所は交わっているように見えるがこれを三次元で表示した場合，二次元で交わっているように見えた箇所が交わっていなかったということである．



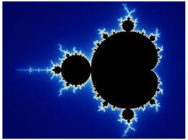
自己相似性

アトラクタでの構造では，軌道が折り曲げられ重ね合わされて，再びもとの軌道に戻っていくという動作を無限に繰り返している．これにより，軌道の断面は相似構造 (フラクタル構造) をもっている．

黄金四角形
(黄金螺旋, フィボナッチ数列)



マンデルブロ集合

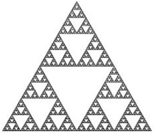


巻貝

コンピュータアート

自己相似性

例(1)



形が**完全に**自己相似

確定的なルール
によって生成される

↓

自然界に中々存在しない

例(2)

形が**近似的に**自己相似
(雰囲気的に)

生成ルールに
確率的要素を含んでいる

↓

自然界にたびたび出現する

[例(2)] 形が近似的に自己相似なフラクタルの場合

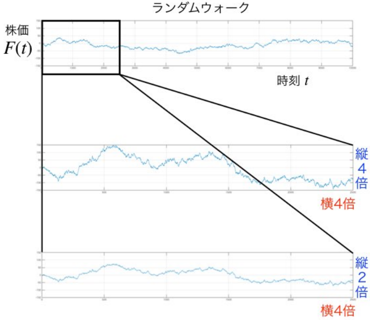
時系列データ編

横軸 t のスケールを変えても
全体の様子は変わらないならば，

$$F(kt) \propto F(t)$$ スケールフリー

$$\Rightarrow F(kt) = lF(t)$$

$k = l$ の時，**自己相似**フラクタル
$k \neq l$ の時，**自己アフィン**フラクタル



さて，時系列データのフラクタルは
何が非整数なのか？

横　縦

ランダムウォークは k=4, l=2より，
自己アフィンフラクタルである．

フラクタル

時系列データの特徴

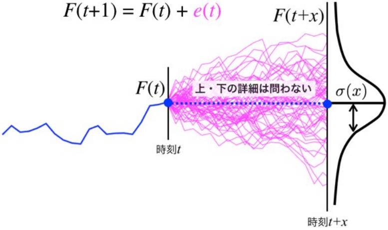
- 縦軸と横軸の意味が異なる
- 自己相似といっても近似的 (厳密には異なる波形)

➡ (統計的に) **分布**で考える

(例) ブラウン運動 $e(t) \sim N(0, \sigma_0^2)$

正規乱数に従う（平均 0、分散 σ_0^2）

$$F(t+1) = F(t) + \underbrace{e(t)}_{\text{乱数}}$$



時刻が xステップ 経過すると
株価 F がどの程度広がるか？

標準偏差

$$\sigma(x) = \sqrt{E[(F(t) - F(t+x))^2]}$$

$$= \sqrt{E\left[\left(\sum_{\tau=1}^{x} e(t+\tau)\right)^2\right]}$$

$$= \sqrt{x\sigma_0^2}$$

$$= \sigma_0 \cdot x^{0.5} \quad \propto x^{0.5}$$

ベキ指数が非整数

ベキ乗則 が出現!

⇒スケールフリー

フラクタル

(例) ブラウン運動

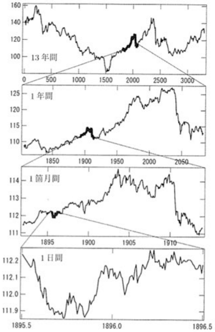
$$
\begin{aligned}
\sigma(\boxed{k}x) &= \sigma_0 (kx)^{0.5} \\
&= k^{0.5}\sigma_0 x^{0.5} \\
&= \boxed{k^{0.5}}\sigma(x) \quad \propto \sigma(x)
\end{aligned}
$$

スケールフリー

拡大率が異なるので

自己アフィンフラクタル

(例) 円ドル為替レート



自己アフィンフラクタル **に見える!**

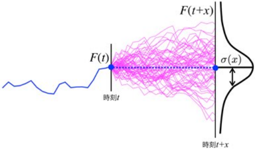
[マンデルブロの主張]

金融市場の価格変動は, ブラウン運動 (=EMH) と大差ない!

⇒ 時系列データのフラクタルは, 予測可能性を主張する物ではない.

ハースト指数

ブラウン運動の拡散速度「ハースト指数*H*」



標準偏差

べキ指数

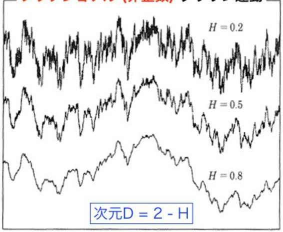
$$\sigma(x) = \sigma_0 x^{\boxed{0.5}}$$

← 拡散速度 (ハースト指数H)

0 < H < 1

↑
時間経過

フラクショナル (非整数) ブラウン運動



[0.5>H>0] 拡散縮小 ⇒ 逆トレンド的 (レンジ相場)

[H = 0.5] 普通拡散 ⇒ 標準ブラウン運動

[1>H>0.5] 拡散拡大 ⇒ トレンド的 (長期記憶性)

拡散速度 (ハースト指数H) は
テクニカル指標としても使用されています

ハースト指数

ハースト指数*H* の推定

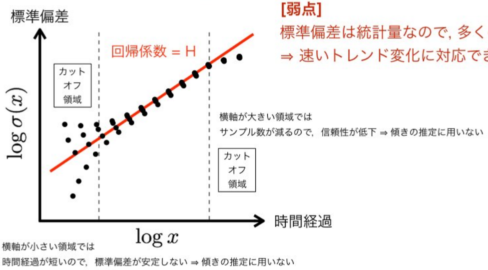
$$\sigma(x) = \sigma_0 x^{\boxed{H}}$$ ベキ指数

$$\log \sigma(x) = \log \sigma_0 x^H$$

$$\log \sigma(x) = \log \sigma_0 + \underbrace{\boxed{H}}_{\text{傾き}} \log x$$

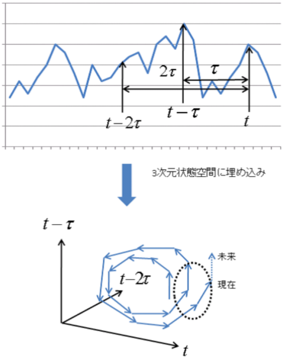
(注) σ(x)の算出では，正規分布以外にも対応できるように工夫した「**R/S統計量**」を用います (文献[3][5][9]).

[弱点]
標準偏差は統計量なので，多くのサンプルを要する．
⇒ 速いトレンド変化に対応できない...

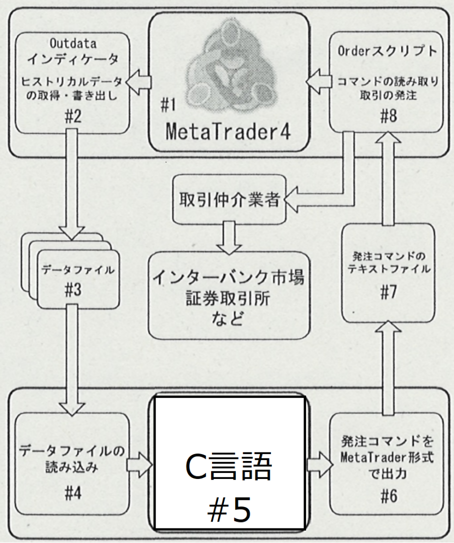


ターケンスの埋め込み定理

為替レートなど、1 変数の時系列データが観測できるのみの可能性がある．そこで，計測された 1 変数の時系列データから別の次元空間に軌道を再構成する必要がある．これがアトラクタの再構成である．このアトラクタの再構成を行い，データベクトルを利用して予測する．現在，アトラクタの再構成で主流になっているのが Takens の埋め込み定理である．これは，遅れ値を用いて，一定の時間遅れ毎の差分による時間の遅れ値による座標変換を用いる手法である．



システム


Outdata
インディケータ
ヒストリカルデータの取得・書き出し
#2
#1
MetaTrader4
Orderスクリプト
コマンドの読み取り
取引の発注
#8
取引仲介業者
データファイル
#3
インターバンク市場
証券取引所
など
発注コマンドのテキストファイル
#7
データファイルの読み込み
#4
C言語
#5
発注コマンドをMetaTrader形式で出力
#6

今後の課題

1. カオスの特徴量などを実際にプログラムで導出
2. 方針を決める