

# ロシア・通貨バスケット・レートと国際原油 価格の関係について

安木 新一郎

北田 真悟

富山県立大学 電子・情報工学科

November 4, 2021

はじめに

通貨バスケット・  
レートのハースト  
指数

油価と通貨バス  
ケット・レートの  
関係

おわりに

## 背景

現代ロシア経済は、ロシア国内から産出される原油や天然ガスを中心とする天然資源に依存した経済構造であると表現される。

## 目的

ロシア経済が資源依存経済であることを確認するために、ロシア・ルーブルの外国為替相場と原油の国際価格との関係についてスケール転換を用いたハースト指数  $H$  の値の導出および WTI 時系列をブラウン曲線と仮定し、伊藤の補題から通貨バスケット・レートを WTI の原資産価格の派生資産価格としてシミュレーションを行い、得られた結果をもとに考察を行う。

## 実施条件

- ロシア銀行は「ドル：ユーロ=0.55：0.45」で構成される通貨バスケットの変動幅を決定する.
- 決定された変動幅の範囲内で為替介入を実施する.

## ハースト指数 $H$

- ランダムウォークからの逸脱の度合いを示す
- $H = 0.5$  のとき, 時系列曲線は完全にランダムなブラウン曲線となる.
- $H > 0.5$  のとき, 時系列曲線は上昇傾向または下降傾向が継続し, 「持続性」を示す.
- $H < 0.5$  のとき, 時系列曲線が上昇傾向であっても下降傾向に移行する可能性があるため「反持続性」を示す.

# 通貨バスケット・レート of 動向

4/13

はじめに

通貨バスケット・  
レートのハースト  
指数

油価と通貨バス  
ケット・レートの  
関係

おわりに

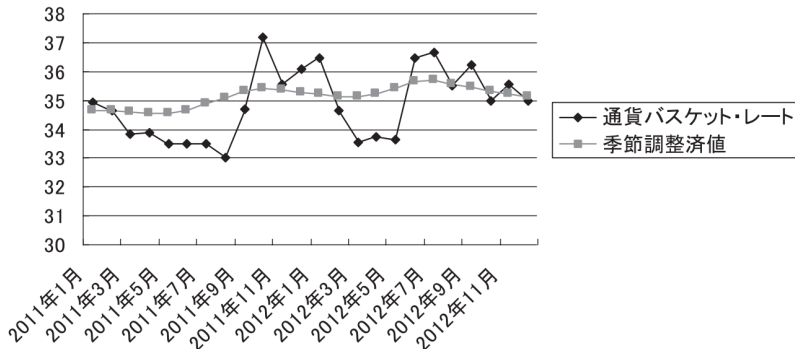


図 1: 通貨バスケット・レートの動向, 2011 年 1 月～2012 年 2 月

# 時系列曲線におけるハースト指数 $H$ の定義式

5/13

## ハースト指数 $H$ の定義式

$$X = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (x_i - \langle x \rangle)^2} \quad (1)$$

ただし,  $\langle x \rangle = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T x_i$   
 $x_i$  は時刻  $i (i = 1, 2, \dots)$  での  $x$  の値であり,  $X$  と  $T$  の間には,

$$X = aT^H (0 < H < 1)$$

の関係式が成り立つ.

はじめに

通貨バスケット・  
レートのハースト  
指数

油価と通貨バス  
ケット・レートの  
関係

おわりに

# 時系列曲線におけるハースト指数 $H$ の定義式

6/13

## スケール変換解析の手順

- ① 日毎のレート値  $x(t)$  の対数  $\log x(t)$  を計算する.
- ②  $\log x(t)$  の差分  $\log x(t) - \log x(t-1)$  を計算する.
- ③ ある時間間隔 ( $N$  日間) を決め, その中で日毎に差分の偏差  $X(t)$  を計算する.
- ④  $X(t)$  の  $k$  日目までの累積偏差を計算する.
- ⑤ 累積偏差の最大値と最小値の差であるレンジ  $R$  を求める.
- ⑥  $X(t)$  の  $N$  日間の標準偏差  $S$  を求める.
- ⑦  $N$  日間ごとの累積偏差のレンジ  $R$  を標準偏差  $S$  で割った値  $R/S$  をそれぞれ計算し, それらの平均値を求める.
- ⑧ 解析のために用いたすべての  $N$  について,  $N$  の対数  $\log N$  を  $x$  軸に,  $R/S$  の平均値の対数  $\log(R/S)$  を  $y$  軸として点をプロットし, あてはめた直線の傾きからハースト指数  $H$  を求める.

はじめに

通貨バスケット・  
レートのハースト  
指数

油価と通貨バス  
ケット・レートの  
関係

おわりに

## 動向を探る対象となる期間

今回は,2011 年 1 月から 2012 年 12 月を範囲とした日次名目通貨バスケット・レートの時系列曲線（短期・長期）の動向について調査を行う. また, 短期・長期それぞれの解析を行うための時間間隔  $N$  を以下のように設定する.

短期  $N = 4, 6, 8, 10, 16$  (日)

長期  $N = 10, 20, 30, 40$  (日)

これらの値をもとに, 作業を繰り返し得られた  $R/S$  について, 座標のプロットを行い, 描かれた散布図に最小 2 乗法で直線を書き込み, この直線の傾きをハースト指数  $H$  の推定値とする.

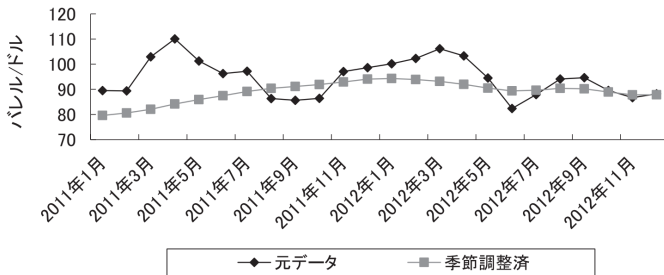


図 2: WTI の動向, 2011 年 1 月～2012 年 2 月

短期の動向を示すハースト指数は  $H = 0.70$  になり、長期の動向を示すハースト指数は  $H = 0.56$  となった。これらの結果は、 $H > 0.5$  を満たし、持続性を示すことがわかった。

はじめに

通貨バスケット・  
レート・ハースト  
指数

油価と通貨バス  
ケット・レート・の  
関係

おわりに



## 時系列データと仮定

通貨バスケット・レートの時系列データは,  $N = 10, 20, 30, 40$  の長期で計測したときランダムウォークに近かったため, 通貨バスケット・レートの時系列曲線がブラウン曲線であることを仮定した上で WTI との関係について考える.

## ウィーナー過程から考えられる WTI の変動

WTI の変動がウィーナー過程であるとみなすときの式は, 以下のようになる.

$$dx(t) = b(t)dt + s(t)dw(t) \quad (2)$$

ただし,

$$dx(t) \equiv x(t + dt) - x(t), dw(t) \equiv w(t + dt) - w(t)$$

また,  $dw(t)$  は変動中の確率変数と考えられる予想不可能な部分であるが, 期待値が 0 になることが考えられるため, 期待値 0, 標準偏差 1 の標準擬似正規乱数を利用する.

## 伊藤の補題による確率微分方程式

(2) 式にしたがう確率仮定  $x(t)$  を, 関数  $y = f(x)$  により, 別の確率過程  $y(t)$  を以下のように定めることにする.

$$y(t) = f(x(t)) \quad (3)$$

このように関係式を定めた時, 確率過程  $y(t)$  は確率微分方程式

$$dy(t) = \{f'(x(t))b(t) + \frac{1}{2}f''(x(t))s(t)\}dt + f'(x(t))s(t)dw(t) \quad (4)$$

にしたがう.

ここでは, 通貨バスケット・レートをおよそ原油価格という原資産価格から派生したものとする.

## 一次導関数デルタ, 二次導関数コンベクシティの導出

WTI の時系列データに近似多項式直線を当てはめると

$$x(t) = 0.0021t^3 - 0.1567t^2 + 3.0263t + 75.173 \quad (r^2 = 0.9488) \quad (5)$$

ここで, (2) 式について

$$y(t) = \alpha x(t) + \beta \quad (\alpha, \beta \text{ は定数})$$

と仮定すると, デルタ, コンベクシティはそれぞれ

$$f'(x(t)) = \alpha(0.0063t^2 - 0.3134t + 3.0263)$$

$$f''(x(t)) = \alpha(0.0126t - 0.3134)$$

となる.

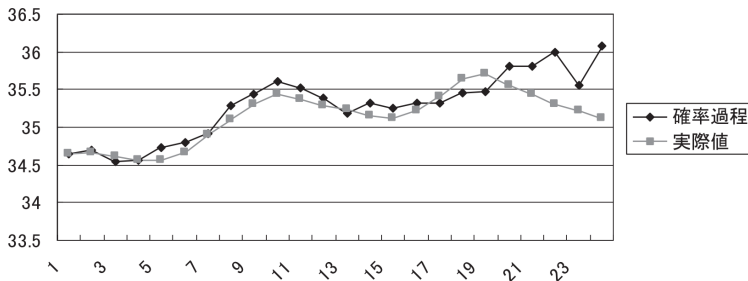


図 3: シミュレーション結果（確率過程）と実験

2011 年 1 月から 2012 年 12 月までの  $x(t)$  のドリフト項  $b(t) = \bar{b} = 0.2988$ , 標準偏差項  $s(t) = \bar{s} = 4.090341$  を算出し, これらの値を定数とすることで (4) 式に代入したときのシミュレーションの結果は,  $\alpha = -0.1428$  の時にかなり近似があった.

## まとめ

今回は、ロシアの通貨バスケット・レートと WTI との関係について統計的な把握を試み、通貨バスケット・レートのハースト指数は、長期のとき  $H = 0.56$  となり、ブラウン曲線に近いことがわかった。また、この結果から WTI の時系列曲線がブラウン曲線であると仮定した上でシミュレーションを行った結果、予測値と実際値が近似したため、ロシアの通貨バスケット・レートは油価から大きな影響を受けていることが推測された。

## 課題

- ① ハースト指数  $H$  がブラウン曲線に近似する理由について考える
- ② 一般的な為替レートの時系列曲線は、ブラウン曲線ではないため、シミュレーションの精度を高めるために適した分布を探す必要がある