



ただし (4) 式を以下の形式に書き換える。

$$\frac{dg_{ij}^k}{dt} = \alpha_i^k (G_i^k - g_{ij}^k) - (\beta_i^k \mu_j w_{ij}^k + \sum_{h \neq j} \beta_h^k \mu_h w_{ih}^k)$$

$$= 0 \text{ とする}$$

$$g_{ij}^k = G_i^k - \frac{1}{\alpha_i^k} (\beta_i^k \mu_j w_{ij}^k + \sum_{h \neq j} \beta_h^k \mu_h w_{ih}^k)$$

と仮定。

よって (5) 式は (2) 式より

$$\frac{d\mu_j w_{ij}^k}{dt} = \left( G_i^k - \sum_{h \neq j} \frac{\beta_h^k}{\alpha_i^k} \mu_h w_{ih}^k + \varepsilon \eta_{ij}^k \zeta_{ij}^k \right) \mu_j w_{ij}^k - \frac{\beta_i^k}{\alpha_i^k} (\mu_j w_{ij}^k)^2 + f_{ij}^k - (i) \text{ と仮定。}$$

そこで以下の変数変換を行う。

$$r_{ij}^k = G_i^k + \varepsilon \eta_{ij}^k \zeta_{ij}^k + o(f),$$

$$\mu_j w_{ij}^k = x_{ij}^k$$

(i) は以下のようになる。

$$\frac{dx_{ij}^k}{dt} = \left( r_{ij}^k - \frac{\beta_i^k}{\alpha_i^k} x_{ij}^k - \sum_{h \neq j} \frac{\beta_h^k}{\alpha_i^k} x_{ih}^k \right) x_{ij}^k + f_{ij}^k \quad \text{--- (ii)}$$

(ii) において、ある  $i$  と  $k$  について考えたと

$$\begin{aligned} \frac{dx_j}{dt} &= \left( r_j - \frac{\beta}{\alpha} x_j - \sum_{h \neq j} \frac{\beta_h}{\alpha} x_h \right) x_j + f_j \\ &= r_j \left( 1 - \frac{\beta}{\alpha r_j} x_j - \sum_{h \neq j} \frac{\beta_h}{\alpha r_j} x_h \right) x_j + f_j \quad \text{--- (iii)} \\ &= z'', \quad x_j' = \frac{\beta}{\alpha r_j} x_j, \quad f_j' = \frac{\beta}{\alpha r_j} f_j \end{aligned}$$

と  $\delta' < \delta$ ,

$$\frac{dx_j'}{dt} = \frac{dx_j'}{dx_j} \cdot \frac{dx_j}{dt} = \frac{\beta}{\alpha r_j} \cdot \frac{dx_j}{dt}$$

$$\therefore \frac{dx_j}{dt} = \frac{\alpha r_j}{\beta} \frac{dx_j'}{dt}, \quad f_j = \frac{\alpha r_j}{\beta} f_j'$$

より (iii) 式は

$$\frac{\alpha r_j}{\beta} \frac{dx_j'}{dt} = r_j \left( 1 - x_j' - \sum_{n \neq j} \frac{\beta_n}{\beta} x_n' \right) \frac{\alpha r_j}{\beta} x_j' + \frac{\alpha r_j}{\beta} f_j'$$

整理すると

$$\dot{x}_j' = r_j \left( 1 - x_j' - \sum_{n \neq j} \frac{\beta_n}{\beta} x_n' \right) x_j' + f_j'$$

ここで  $\frac{\beta_n}{\beta} = J_n$  とおいて簡単にすると

$$\dot{x}_j' = r_j \left( 1 - x_j' - \sum_{n \neq j} J_n x_n' \right) x_j' + f_j'$$

と表す。