

多目的最適化について

富山県立大学工学部電子情報工学科
1615052 山元悠貴

指導教員：奥原浩之

1 はじめに

多目的最適化問題とは

最適化問題とは目的関数の引数を調整して目的関数を最小化（もしくは最大化）する問題のことを指す。そのうち目的関数が複数のものを多目的最適化問題という。実問題では単目的問題は稀で、多目的最適化問題が多い。多目的最適化問題において一般的に、目的関数の間に一方が良くなれば他方が悪くなるトレードオフの関係にあるため最適解は一つではない。そこで多目的最適化問題ではパレート最適解の集合を最適解として扱う。

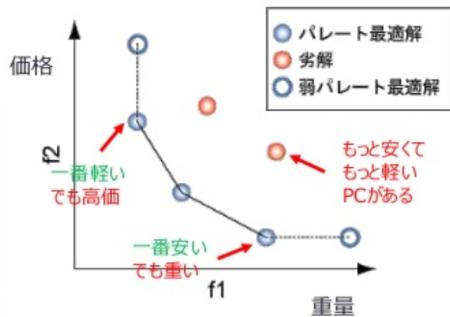


図1: パレート最適解の例

MPICHについて

MPICH とは MPI(Message Passing Interface) の一つであり、MPI とは複数の計算機と通信を行う、並列処理に使われる標準的な規格である。MPI の特徴として SPMD(Single Program Multi Data) であることが挙げられる。SPMD とは同一のプログラムを複数のプロセスが実行することである。

MPI 関数は、C 言語、Fortran 言語で利用できる。C 言語の場合は関数として、Fortran の場合はサブルーチンとして利用する。MPI のシステム関数として、並列処理を行うプロセス全体の数を調べる MPI_Comm_size 関数、プロセス全体のうち、自分のプロセスに付けられた番号を調べる MPI_Comm_rank 関数などがある。また、プロセス間で通信するため、1 対 1 通信関数や、1 対全通信関数などがある。

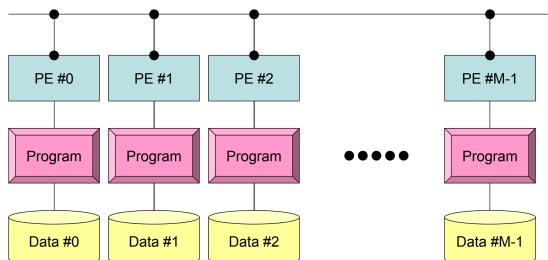


図2: SPMD

2 パレート最適解の導出

p 個の目的関数をもつ多目的計画問題において実行可能集合 X でと

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f(x) = (f_1(x), \dots, f_p(x)) \\ & \text{subject to } x \in X, \end{aligned}$$

いう形で定式化される。

また、

$$\begin{aligned} & f_i(x) \leq f_i(x^*) \quad (\forall i = 1, \dots, p), \\ & f_i(x) < f_i(x^*) \quad (\exists i \in \{1, \dots, p\}), \end{aligned}$$

となるものが存在しないとき、パレート最適解である。一般的にパレート最適解は複数存在するので意思決定の観点から最も好ましい解を選ぶことも問題となっている。

3 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm 以下 GA) とは自然界における生物の進化モデル、すなわち世代を形成している個体の集合 (個体群) の中で、環境への適応度の高い個体が次世代により多く生き残り、また交叉 (組み換え) および突然変異を起こしながらつぎの世代を形成していく過程を模した最適化法である。図3にGAのフローチャートを示す。

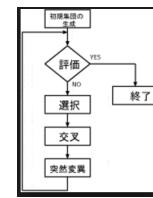


図3: GA のフローチャート

多目的最適化問題における並列遺伝的アルゴリズム

GA は遺伝的操作、適応度計算に対する膨大な計算コストが要求される。そのため、並列計算機によるアルゴリズムの並列化についての様々な検討がなされている。GA は順序に関係しない問題を得意としているので、並列 GA の多目的最適化問題への適用範囲として組み合わせに関係した問題 (順序に関係しない) とされる工場稼働計画や勤務計画が挙げられる。

並列分散遺伝的アルゴリズム

島モデル (並列分散 GA) とは、全体の個体群を、いくつかの島に分散させ、その中のみ交叉を行うモデルを指す。島モデルでは、島ごとに異なる交叉率や突然変異率等のパラメータを設定出来るため、パラメータ設定の困難さを緩和する効果がある。基本的に島の中でのみ交叉が行われるため、各島ごとに異なる局所優良解に到達する事が期待出来る。様々な実験により、島モデルでは、全体を一つにして行なう単純 GA と比較して、最適解発見確率が格段に高まる事が確認されている。また、並列分散処理になるので、異なるコンピュータを島ごとに割り当てる事が可能となり、計算時間の大幅な短縮も可能となるメリットも大きい。

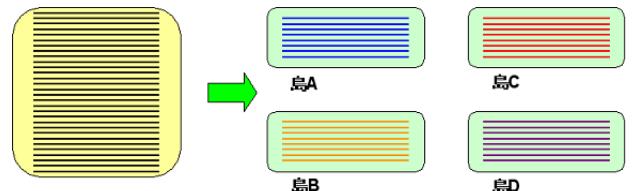


図4: 島モデルのイメージ

4 おわりに

多目的最適化問題の概要と MPICH の特徴、遺伝的アルゴリズムについて述べた。遺伝的アルゴリズムと並列処理の相性が良いことがわかった。

参考文献

- [1] 数値数式手法による多目的最適化
<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/kyodo/kokyuroku/contents/pdf/1814-17.pdf>
- [2] MPI を用いた並列プログラミングの概要
<http://www.cenav.org/raspi4b/>
- [3] 多目的計画 ORWIKI
<http://www.orsj.or.jp/wiki/wiki/index.php/>
- [4] 遺伝アルゴリズムを用いたパレート最適解集合の生成法
https://www.jstage.jst.go.jp/article/sicetr1965/31/8/31_8_1185/_pdf
- [5] 島モデルと MGG モデル
http://www.sist.ac.jp/kanakubo/research/evolutionary_computing/island_mgg.html