7　尤度比統計量による検定

1　尤度比検定

　母数 θ に関する帰無仮説 H_0 : $\theta \in \omega$ を対立仮説 H_1 : $\theta \in \Theta_1$ に対して検定する．標本値 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^{\mathrm{T}} \in \Re^n$ に対する母数 θ の尤度関数 $L(\theta)$ について

$$L\left(\hat{\theta}\right) = \max_{\theta \in \omega} L(\theta), \qquad L\left(\check{\theta}\right) = \max_{\theta \in \omega \cup \Theta_1} L(\theta)$$

となる最尤推定値 $\hat{\theta}$, $\check{\theta}$ が共にただ一つ存在するものとする．ここで，$\omega \cup \Theta_1$ は母数空間全体 Ω であっても，Ω の部分空間であってもよい．包含関係から

$$0 < \max_{\theta \in \omega} L(\theta) < \max_{\theta \in \omega \cup \Theta_1} L(\theta)$$

であるので，これらの比は

$$0 < \lambda = \frac{L\left(\hat{\theta}\right)}{L\left(\check{\theta}\right)} < 1$$

となる．この λ を対立仮説 H_1 に対する帰無仮説 H_0 の尤度比 (likelihood ratio) という．帰無仮説 H_0 が真であるほど尤度比 λ が 1 に近づき，偽であるほど 0 に近づくと考えるのが妥当である．同様に対数尤度比統計量を

$$\lambda' = 2 \log \frac{L\left(\hat{\theta}\right)}{L\left(\check{\theta}\right)}$$

で定義する．これは対数尤度比の 2 倍である．λ' のことをデビアンス (deviance) ともいう．

　そこで，有意水準 α を用いた検定方式として

$$P(0 \leq \lambda < c_\alpha | \theta \in \omega) \leq \alpha, \qquad (0 < c_\alpha < 1)$$

を満足する最大の c_α に対して，

(a1)　$\lambda < c_\alpha \ \longrightarrow\ H_0$ を棄却

(a2) $\lambda \geq c_\alpha \longrightarrow H_0$ を採択

とする手法を対立仮説 H_1 に対する帰無仮説 H_0 の尤度比検定 (likelihood ratio test) あるいは適合度検定 (test of goodness of fit) という．

特に，帰無仮説と対立仮説が共に単純仮説 $H_0:\ \theta = \theta_0$ と $H_1:\ \theta = \theta_1$ であるなら尤度比検定は MP 検定であることが次のようにして示される．この場合，尤度関数 $L\left(\hat{\theta}\right)$ と $L\left(\check{\theta}\right)$ は $L(\theta_0) = p_X(x|\theta_0)$ と $L(\theta_1) = p_X(x|\theta_1)$ であるので，尤度比検定の棄却域 (**a1**) は

$$\lambda = \frac{L(\theta_0)}{\max\left(L(\theta_0), L(\theta_1)\right)} < c_\alpha$$

となる．ところが

$$\lambda = \begin{cases} \dfrac{L(\theta_0)}{L(\theta_0)} = 1 > c_\alpha & L(\theta_0) \geq L(\theta_1) \\ \dfrac{L(\theta_0)}{L(\theta_1)} < 1 & L(\theta_0) < L(\theta_1) \end{cases}$$

であるので，実際の棄却域 (**a1**) は

$$\lambda = \frac{L(\theta_0)}{L(\theta_1)} < c_\alpha$$

である．よって，ネイマン・ピアソンの定理より尤度比検定は MP 検定であることがわかる．

この他に，仮説の採否の判定以外に，判定の保留を考慮し，さらにサンプルを追加する逐次検定方式として逐次確率比検定があるが，ここでは省略する．

2 確率分布の検定

仮定された理論上の確率分布 $\mathbf{p}^o = [p_1^o, p_2^o, \cdots, p_k^o]^{\mathrm{T}} \in \Re^k$ に対して，標本から求められた観測度数 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_k]^{\mathrm{T}} \in \Re^k$ が適合するかを検証するのが χ^2 適合度検定 (χ^2-test of goodness of fit) である．いま，母集団が $k\ (> 2)$ 個の互いに独立で排反な事象 $A_1, A_2, \cdots, A_k$ からなり，$p_i = P(A_i),\ (i = 1, 2, \cdots, k)$ とする．そこで，大きさ n の標本を無作為復元抽出したときに，事象 A_i に含まれる標本の個数を X_i とする．この確率ベクトル $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \cdots, X_k]^{\mathrm{T}} \in \Re^k$ が従う分布は多項分布 $[M(n, \mathbf{p})]$

$$p_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}|\mathbf{p}) = \binom{n}{\mathbf{x}} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \cdots p_k^{x_k}, \qquad (0 \leq x_i,\ \sum_{i=1}^{k} x_i = n)$$

となる．このとき，観測度数 x_i の期待値は

$$\mathrm{E}[X_i] = np_i$$

で与えられる．これを理論度数という．

このとき，標本が確率 $P(A_i)=p_i,\ (i=1,2,\cdots,k)$ の多項母集団から抽出されたという仮説

$$\text{帰無仮説}\quad H_0:\ p_1=p_1^o,\ p_2=p_2^o,\ \cdots,\ p_k=p_k^o$$

を検定したいならば，次のような χ^2 統計量

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\frac{(x_i-np_i^o)^2}{np_i^o}$$

を考える．χ^2 統計量の分布は k が十分大きいときには近似的に自由度 $k-1$ の χ^2 分布 $[\chi^2_{k-1}]$ に従う．もし，度数 $x_i=np_i^o,\ (i=1,2,\cdots,k)$ であるなら完全な適合となり $\chi^2=0$ である．χ^2 統計量が小さいほど与えられた理論上の確率分布 $\mathbf{p}^o$ に適合していることがわかる．したがって，有意水準 α での検定は右側片側検定となり，

$$P\left(\chi^2>\chi^2_{k-1}(\alpha)\right)=\alpha$$

で与えられる．棄却域は以下のようになる．

$$W=\left\{\chi^2>\chi^2_{k-1}(\alpha)\right\}$$

また，実用上は各 i に対し，$np_i\ \geq\ 5$ であることを必要とするが，これが満たされていないときには確率の小さな結果 $p_{i1}^o,p_{i2}^o,\cdots,p_{ir}^o$ をまとめることにより，$n(p_{i1}^o+p_{i2}^o+\cdots+p_{ir}^o)\geq 5$ となるようにする．

以上の結果から，χ^2 統計量が棄却域に含まれるとき，観測度数 $\mathbf{x}$ は理論確率分布 $\mathbf{p}^o$ に適合しているという帰無仮説 H_0 を有意水準 α で検定することを考える．

確率分布の検定

(1) 仮説を立てる．

$$\text{帰無仮説}\quad H_0:\ p_1=p_1^o,\ p_2=p_2^o,\ \cdots,\ p_k=p_k^o$$

(2) 次の χ^2 統計量を求める．

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\frac{(x_i-np_i^o)^2}{np_i^o}$$

(3) $\chi^2>\chi^2_{k-1}(\alpha)$ ならば仮説 H_0 を有意水準 $\alpha\%$ で棄却する．

修正 χ^2 統計量　χ^2 統計量において，分母の観測度数の期待値 np_i^o を観測度数 x_i で置き換えた

$$\text{mod } \chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(x_i - np_i^o)^2}{x_i}$$

を修正 χ^2 統計量 (modified chi-square statistic) という．

また，確率分布の検定における対数尤度比統計量は

$$\lambda' = 2 \sum_{i=1}^{k} x_i \log \frac{x_i}{np_i^o}$$

と定義される．

> 確率分布の検定における 3 つの適合度検定統計量：χ^2 統計量，修正 χ^2 統計量ならびに対数尤度比統計量は漸近的に同値であり，自由度 $k-1$ の χ^2 分布 $[\chi^2_{k-1}]$ に従う．
>
> $$\chi^2 \Longleftrightarrow \text{mod } \chi^2 \Longleftrightarrow \lambda' \sim \chi^2_{k-1}$$

(証明)　帰無仮説の下で x_i は二項分布 $[B(n, p_i^o)]$ に従い，これらから導かれる

$$Y_n = \frac{np_i^o}{x_i}, \qquad Z_n = \frac{\sqrt{n}(\frac{x_i}{n} - p_i^o)}{\sqrt{p_i}(1 - p_i^o)}$$

はそれぞれ，概収束ならびに分布収束

$$P\left(\lim_{n\to\infty} Y_n = 1\right) = 1, \qquad F_{Z_n}(z) \longrightarrow N(0,1)$$

することから，Y_n は 1 へ確率収束し，Z_n が確率有界

$$P\left(\|Y_n - 1\| \leq \epsilon\right) = 0, \qquad \|Z_n\| < \infty$$

であることがわかる．まず，

$$\chi^2 - \text{mod } \chi^2 = \sum_{i=1}^{k} Z_n^2 \left(1 - p_i^o\right)\left(1 - Y_n\right)$$

であることから，χ^2 統計量と修正 χ^2 統計量が漸近的に同値であることが

$$P\left(\|\chi^2 - \text{mod } \chi^2\| \leq \epsilon\right) = 0$$

により示される．つぎに，テーラー展開により $x \to 0$ のとき

$$\log(1-x) = -x - \frac{x^2}{2}\left(1+o(1)\right)$$

であるから，修正 χ^2 統計量と対数尤度比統計量が漸近的に同値であることが以下のように示される．

$$\begin{aligned}\lambda' &= 2\sum_{i=1}^{k}\left[-x_i \log\left\{1-(1-Y_n)\right\}\right] \\ &= 2\sum_{i=1}^{k}\left[-x_i\left\{(1-Y_n)+\frac{1}{2}(1-Y_n)^2\left(1+o(1)\right)\right\}\right] \\ &= \sum_{i=1}^{k} x_i(1-Y_n)^2 + o(1) = \mathrm{mod}\ \chi^2 + o(1)\end{aligned}$$

つぎに，確率分布が未知の母数を含む場合の適合度検定について考える．ここでは，s, $(0 < s < k-1)$ 個の未知母数 $\theta = [\theta_1, \theta_2, \cdots, \theta_s]^{\mathrm{T}} \in \Re^s$ を含む確率分布を $\mathbf{p}^o(\theta) = [p_1^o(\theta), p_2^o(\theta), \cdots, p_k^o(\theta)]^{\mathrm{T}} \in \Re^k$ とおく．いま，未知母数 θ の最尤推定量を $\hat{\theta}$ とすると，次のような χ^2 統計量

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(x_i - np_i^o\left(\hat{\theta}\right)\right)^2}{np_i^o\left(\hat{\theta}\right)}$$

を考えることができる．その結果，帰無仮説の下での χ^2 統計量は自由度 $k-1-s$ の χ^2 分布 $[\chi^2_{k-1-s}]$ に収束し，有意水準 α の近似的な棄却域は以下のようになる．

$$W = \left\{\chi^2 > \chi^2_{k-1-s}(\alpha)\right\}$$

以上の結果から，確率分布に未知の母数が含まれる場合の適合度検定を行うことを考える．

確率分布の検定 (未知母数を含む場合)

(1) 仮説を立てる．

帰無仮説　$H_0:\ p_1 = p_1^o\left(\hat{\theta}\right),\ p_2 = p_2^o\left(\hat{\theta}\right),\ \cdots,\ p_k = p_k^o\left(\hat{\theta}\right)$

(2) 次の χ^2 統計量を求める．

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(x_i - np_i^o\left(\hat{\theta}\right)\right)^2}{np_i^o\left(\hat{\theta}\right)}$$

(3) $\chi^2 > \chi^2_{k-1-s}(\alpha)$ ならば仮説 H_0 を有意水準 $\alpha\%$ で棄却する．

修正 χ^2 統計量　修正 χ^2 統計量は，χ^2 統計量において観測度数の期待値 $np_i^o\left(\hat{\theta}\right)$ を観測度数 x_i で置き換えることで得られる．

$$\mathrm{mod}\ \chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(x_i - np_i^o\left(\hat{\theta}\right)\right)^2}{x_i}$$

また，確率分布に未知の母数が含まれる場合における対数尤度比統計量は

$$\lambda' = 2\sum_{i=1}^{k} x_i \log \frac{x_i}{np_i^o\left(\hat{\theta}\right)}$$

と定義される．

3　独立性の検定

2 つのカテゴリー要因 A，B が統計的に独立であるかどうかを検定することを考える．まず，各要因をいくつかの水準に分割する．ここでは，A 要因と B 要因をそれぞれ r 水準と c 水準に分割することとする．観測データを $r \times c$ 個の領域に分割することにより得られる表を $r \times c$ 分割表 (contingency table) という．観測データは計数データである．表 9.1 に観測度数とその期待値を合わせて記載した $r \times c$ 分割表を示す．

表 9.1　$r \times c$ 分割表

	B_1	B_2	$\cdots$	B_c	行周辺度数
A_1	x_{11}，$\left(\frac{x_{1\cdot}x_{\cdot1}}{n}\right)$	x_{12}，$\left(\frac{x_{1\cdot}x_{\cdot2}}{n}\right)$	$\cdots$	x_{1c}，$\left(\frac{x_{1\cdot}x_{\cdot c}}{n}\right)$	$x_{1\cdot}$
A_2	x_{21}，$\left(\frac{x_{2\cdot}x_{\cdot1}}{n}\right)$	x_{22}，$\left(\frac{x_{2\cdot}x_{\cdot2}}{n}\right)$	$\cdots$	x_{2c}，$\left(\frac{x_{2\cdot}x_{\cdot c}}{n}\right)$	$x_{2\cdot}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
A_r	x_{r1}，$\left(\frac{x_{r\cdot}x_{\cdot1}}{n}\right)$	x_{r2}，$\left(\frac{x_{r\cdot}x_{\cdot2}}{n}\right)$	$\cdots$	x_{rc}，$\left(\frac{x_{r\cdot}x_{\cdot c}}{n}\right)$	$x_{r\cdot}$
列周辺度数	$x_{\cdot1}$	$x_{\cdot2}$	$\cdots$	$x_{\cdot c}$	n

ここで，行周辺度数，列周辺度数と総度数は以下のようになる．

$$x_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{c} x_{ij}, \qquad x_{\cdot i} = \sum_{i=1}^{r} x_{ij}, \qquad n = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} x_{ij}.$$

表 9.2 はその確率分布表である．

表 9.2　確率分布表

	B_1	B_2	$\cdots$	B_c	行周辺分布
A_1	p_{11}	p_{12}	$\cdots$	p_{1c}	$p_{1\cdot}$
A_2	p_{21}	p_{22}	$\cdots$	p_{2c}	$p_{2\cdot}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
A_r	p_{r1}	p_{r2}	$\cdots$	p_{rc}	$p_{r\cdot}$
列周辺分布	$p_{\cdot 1}$	$p_{\cdot 2}$	$\cdots$	$p_{\cdot c}$	1

ここで，p_{ij} は同時確率密度であり行周辺確率，列周辺確率と全確率は以下のようになる．

$$p_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{c} p_{ij} = P(A_i), \qquad p_{\cdot i} = \sum_{i=1}^{r} p_{ij} = P(B_j), \qquad 1 = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} p_{ij}.$$

要因 A，B が独立であるという仮説は

$$\text{帰無仮説} \quad H_0: \ p_{ij} = p_{i\cdot}p_{\cdot j}, \qquad (i = 1, 2, \cdots, r; \ j = 1, 2, \cdots, c)$$

となる．観測度数ベクトル $\mathbf{x} = [x_{11}, x_{12}, \cdots, x_{rc}]^{\mathrm{T}} \in \Re^{rc}$ は多項分布 $[M(n, \mathbf{p})]$ に従う．ここで，$\mathbf{p} = [p_{11}, p_{12}, \cdots, p_{rc}]^{\mathrm{T}} \in \Re^{rc}$ は確率ベクトルである．さらに，$\mathbf{p}_o = [p_{1\cdot}p_{\cdot 1}, p_{1\cdot}p_{\cdot 2}, \cdots, p_{r\cdot}p_{\cdot c}]^{\mathrm{T}} \in \Re^{rc}$ とする．多項分布 $[M(n, \mathbf{p})]$ の尤度関数は

$$L(\theta) = p_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}|\theta) = \binom{n}{\mathbf{x}} p_{11}^{x_{11}} p_{12}^{x_{12}} \cdots p_{rc}^{x_{rc}}, \qquad (0 \leq x_{ij}, \ \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} x_{ij} = n)$$

$$\Theta = \{\theta = \mathbf{p} : 0 \leq p_{ij}, \ \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} p_{ij} = 1\}$$

であり，帰無仮説の下での尤度関数は

$$L(\theta_o) = \binom{n}{\mathbf{x}} (p_{1\cdot}p_{\cdot 1})^{x_{11}} (p_{1\cdot}p_{\cdot 2})^{x_{12}} \cdots (p_{r\cdot}p_{\cdot c})^{x_{rc}}, \qquad (0 \leq x_{ij}, \ \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c} x_{ij} = n)$$

$$\Theta_o = \{\theta_o = \mathbf{p}_o : 0 \leq p_{i\cdot}p_{\cdot j}, \ \sum_{i=1}^{r} p_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{c} p_{\cdot j} = 1\}$$

となる．このときの最尤推定量は

$$\hat{p}_{ij} = \frac{x_{ij}}{n}, \ \hat{p}_{i\cdot} = \frac{x_{i\cdot}}{n}, \ \hat{p}_{\cdot j} = \frac{x_{\cdot j}}{n}, \qquad (i = 1, 2, \cdots, r; \ j = 1, 2, \cdots, c)$$

となる．その結果，帰無仮説の下での確率の推定量と観測度数の期待値の推定量は

$$\check{p}_{ij} = \hat{p}_{i\cdot}\hat{p}_{\cdot j} = \frac{x_{i\cdot}x_{\cdot j}}{n^2}, \ n\check{p}_{ij} = \frac{x_{i\cdot}x_{\cdot j}}{n}, \qquad (i = 1, 2, \cdots, r; \ j = 1, 2, \cdots, c)$$

であることがわかる．表 9.1 の $(\cdots)$ の数字は観測度数の期待値の推定量を表す．このとき，χ^2 統計量は

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} \frac{(x_{ij} - n\check{p}_{ij})^2}{n\check{p}_{ij}}$$

で与えられる．また，帰無仮説の下での χ^2 統計量は自由度 $rc-1-(r-1+c-1) = (r-1)(c-1)$ の χ^2 分布 $[\chi^2_{(r-1)(c-1)}]$ に収束し，有意水準 α の近似的な棄却域は以下のようになる．

$$W = \left\{\chi^2 > \chi^2_{(r-1)(c-1)}(\alpha)\right\}$$

以上の結果から，2 つのカテゴリー要因間に関係があるのかどうかを検定することを考える．

独立性の検定

(1) 仮説を立てる．

$$\text{帰無仮説} \quad H_0:\ p_{ij} = p_{i\cdot}p_{\cdot j},\ (i = 1, 2, \cdots, r;\ j = 1, 2, \cdots, c)$$

(2) 次の χ^2 統計量を求める．

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} \frac{(x_{ij} - n\check{p}_{ij})^2}{n\check{p}_{ij}}$$

(3) $\chi^2 > \chi^2_{(r-1)(c-1)}(\alpha)$ ならば仮説 H_0 を有意水準 $\alpha\%$ で棄却する．

修正 χ^2 統計量 修正 χ^2 統計量は，χ^2 統計量において観測度数の期待値 $n\check{p}_{ij}$ を観測度数 x_{ij} で置き換えることで得られる．

$$\text{mod}\ \chi^2 = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} \frac{(x_{ij} - n\check{p}_{ij})^2}{x_{ij}}$$

また，独立性の検定における対数尤度比統計量は

$$\lambda' = 2 \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{c} x_{ij} \log \frac{x_{ij}}{n\check{p}_i}$$

と定義される．

4　問題 9

9.1　(適合度の検定)　ある織物工場で，1 日の中の時間によって織機の糸切れ数に差があるかどうかを調べるために，早朝，午前，昼，午後，深夜にわけて織機 20 台について各 1 時間当たりの糸切れ数を調べた結果は表 9.3 のようであった．

表 9.3　単位時間当たりの糸切れ数

時間帯	早朝	午前	昼	午後	深夜
糸切れ数	13	7	9	13	6

9.2　(確率分布の検定)　ウランを放射線計数装置に一定時間入れたとき放出される α 粒子数はポアソン分布に従うとされる．いま，等しい長さの 100 個の時間幅につきウランから放出された α 粒子数を計数した結果は表 9.4 のようであった．このデータがポアソン分布から得られた標本であるかどうかを，有意水準 5% で検定せよ．

表 9.4　ウランから放出された α 粒子数

粒子数	0	1	2	3	4	5
観測度数 x_i	1	5	16	17	26	11
粒子数	6	7	8	9	10	11
観測度数 x_i	9	9	2	1	2	1

9.3　(未知母数を含む確率分布の検定)　ある試験の結果，成績のデータが表 9.5 のようになった．このデータが正規分布に従うかどうかを，有意水準 5% で検定せよ．

表 9.5　成績のデータ

階級	度数 x_i	代表値 f_i	$u_i = \frac{f_i - f}{h}$	$u_i x_i$	$u_i^2 x_i$
0 ～ 10	4	5	-5	-20	100
10 ～ 20	4	15	-4	-16	64
20 ～ 30	22	25	-3	-66	198
30 ～ 40	26	35	-2	-52	104
40 ～ 50	36	45	-1	-36	36
50 ～ 60	45	55	0	0	0
60 ～ 70	39	65	1	39	39
70 ～ 80	21	75	2	42	84
80 ～ 90	16	85	3	48	144
90 ～ 100	4	95	4	16	64

ここで，$\bar{f}=55,\ h=10$ である．このとき，標本平均 $\bar{X}_n$ と標本不偏分散 $\tilde{\sigma}_n^2$ は

$$\bar{X}_n=\bar{f}+\frac{h}{n}\sum_{i=1}^{k}u_ix_i,\qquad \tilde{\sigma}_n^2=h\sqrt{\frac{1}{n-1}\left\{\sum_{i=1}^{k}u_i^2x_i-\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{k}u_ix_i\right)^2\right\}}$$

となる．ただし，n は全データ数，k は全階級数である．

(ヒント: 階級 $I_j=[a_j,a_{j+1})$ の端点を標準変換 $b_i=\frac{a_j-\bar{X}_n}{\tilde{\sigma}_n}$ したとき，階級 I_j の観測度数の期待値は $np_j^o(\bar{X}_n,\tilde{\sigma}_n^2)=\Phi(b_{j+1})-\Phi(b_j)$ で与えられる．ただし，$\Phi(z)$ は標準正規分布 $[N(0,1)]$ の累積分布関数 $\Phi(z)=\displaystyle\int_{-\infty}^{z}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx$ である)

9.4 (独立性の検定) 表 9.6 は人種と血液型について得られたデータである．人種と血液型の関係が独立であるかどうかを，有意水準 5% で検定せよ．

表 9.6 サンプルされた人種と血液型

	血液型				計
	A	B	O	AB	
白人	105, (103.1)	60, (59.89)	90, (83.45)	15, (23.56)	270
黒人	50, (60.32)	40, (35.05)	42, (48.84)	26, (13.79)	158
黄色人種	55, (46.58)	22, (27.06)	38, (37.71)	7, (10.65)	122
計	210	122	170	48	550

9.5 ある自動車保険会社が保険料の見直しのために，自動車保有者の年齢と過去 5 年間に起こした事故件数をまとめたのが表 9.7 である．ドライバーの年齢と事故件数が関係しているかどうかを，有意水準 5% で検定せよ．

表 9.7 ドライバーの年齢と事故件数

	事故件数		
	0	1	2 ～
～ 21 才	8	23	14
21 ～ 27 才	21	42	12
28 才 ～	71	90	19