# 11　抜取検査による合否判定

検査とは単なる測定や試験とは異なり，製品を測定した結果を判定基準に照らし合わせて個々の製品の良否，あるいは製品の集りであるロット (lot) の合格，不合格を決定することである．検査には全数を検査する全数検査や，検査しなくとも良品であることが十分に保証される場合の無試験検査などがある．特に，ある程度の不良品の存在が許される場合や，破壊を伴う検査のように全数検査ができない場合に，ロットから一定数のサンプルを抜取って試験することを抜取検査 (sampling inspection) という．抜取検査は H. F. Dodge & H. G. Romig によって創始された．試験の結果が不良品個数や欠点数などの離散値である場合を計数型検査 (inspection by attributes) といい，寸法や重量などの連続値である場合を計量型検査 (inspection by variables) という．

## 1　計数型検査

### 1.1　計数 1 回抜取検査

いま，不良率 $p$ が未知の大きさ $N$ の製品からなるロットから，大きさ $n$ のサンプルを (非復元) 抽出した結果，不良個数 (または欠点総数) が $x$ であったとする．このとき，合格判定個数 (または許容個数: allowable number) を $c$ 個として，計数 1 回抜取検査は不良個数 $x$ が合格判定個数 $c$ 以下であればロットを合格，$c+1$ 以上であれば不合格と判定するものである．

そこで，帰無仮説 $H_0:\ p=p^o$ を対立仮説 $H_1:\ p>p^o$ に対して有意水準 $\alpha$ で検定することで，合格判定個数 $c$ を決定することを考える．不良個数 $x$ は超幾何分布 $[HG(N,n,p)]$ に従うので尤度比は

$$\lambda=\frac{L(p^o)}{L(p)}=\frac{\dbinom{Np^o}{x}\dbinom{N(1-p^o)}{n-x}}{\dbinom{N}{n}}\Bigg/\frac{\dbinom{Np}{x}\dbinom{N(1-p)}{n-x}}{\dbinom{N}{n}}$$

$$=\frac{(Np^o)!}{(Np)!}\frac{(N-Np^o)!}{(N-Np)!}\frac{(Np-x)\cdots(Np^o-x+1)}{(N-Np^o-n+x)\cdots(N^Np-n+x+1)}$$

となる．これより，尤度比 $\lambda$ は $x$ に関して減少関数であることがわかる．その結

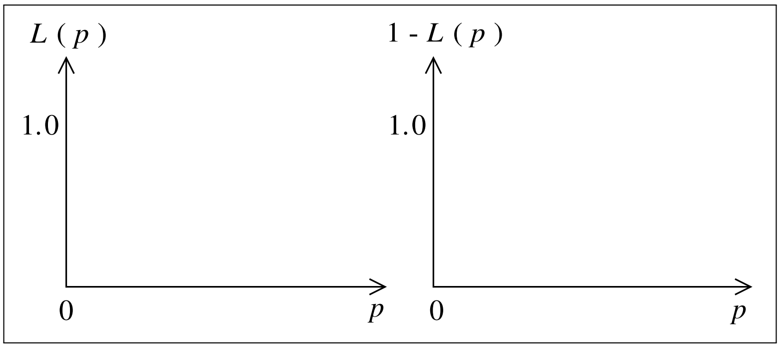


図 1: OC 曲線と検出力曲線

果，尤度比検定は

$$\sum_{x=c+1}^{n} L(p^o) = \frac{\sum_{x=c+1}^{n} \binom{Np^o}{x} \binom{N(1-p^o)}{n-x}}{\binom{N}{n}} \leq \alpha$$

を満たす最小の正整数 $c$ を用いて，$x > c$ ならば帰無仮説 $H_0$ : $p = p^o$ を棄却するものである．このとき，不良率 $p$ のロットが合格する確率は

$$P(X \leq c|p) = \sum_{x=0}^{c} L(p) = \frac{\sum_{x=0}^{c} \binom{Np}{x} \binom{N(1-p)}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

となる．

不良率 $p$ は $0, \frac{1}{N}, \cdots, \frac{N}{N}$ のいずれかの値となる．そこで，横軸に不良率 $p$ をとり，縦軸にロットの合格率 $P(X \leq c|p)$ をとり打点した点列をとおる曲線を検査特性曲線 (OC 曲線: operating characteristic curve) という．OC 曲線は $p$ に関して減少関数であることがわかる．また，縦軸を $1 - P(X \leq c|p)$ としたものは，仮説検定での検出力曲線に相当する．

応用上，ロットの大きさ $N$ は大きな値となる．このとき，$N \to \infty$ とできるなら，不良個数 $x$ は二項分布 $[B(n,p)]$ に従うといえる (実用上は $\frac{N}{n} > 10$ 程度でよい)．さらに，$n \to \infty$, $p \to 0$ であるなら，不良個数 $x$ はポアソン分布 $[Po(np)]$ に従うといえる (実用上は $np < 2.5$ あるいは $p < 0.10$ 程度でよい)．これらの場合には，不良率 $p$ のロットが合格する確率はそれぞれ

$$P(X \leq c|p) \simeq \begin{cases} \displaystyle\sum_{x=0}^{c} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, & \text{二項分布の場合} \\ \displaystyle\sum_{x=0}^{c} \frac{(np)^x}{x!} e^{-np}, & \text{ポアソン分布の場合} \end{cases}$$

で近似される．もちろん，不良率 $p$ は区間 [0,1] の実数値であるので，OC 曲線は連続曲線となる．

### 1.2 計数規準型 1 回抜取検査

通常の検査では，サンプルの大きさ $n$ はあらかじめには決められておらず，ゆえに合格判定個数 $c$ も不明である．そのため，サンプルの大きさ $n$ ならびに合格判定個数 $c$ を決定することが問題となる．そこで，ロットの不良率 $p$ の大小によって，生産者側と消費者側の立場から

$$\text{不良率が}\begin{cases} p \leq p_0 & \text{なら良いロット} \\ p \geq p_1 & \text{なら悪いロット} \end{cases}$$

とする．$p_0$ を合格品質水準 (acceptable quality level: AQL)，$p_1$ をロット許容不良率 (lot tolerance percentage defective: LTPD)，ならびに $p_0 < p < p_1$ である不良率を中間品質 (indifferent quality) という．合格品質水準 $p_0$ とロット許容不良率 $p_1$ の決定は検査ロットの重要性に依存する．もし，$p_0 = p_1$ であるなら全数検査を行わなければならなくなり，中間品質の幅 $p_1 - p_0$ を小さくするためにはサンプルの大きさ $n$ を大きくしてから，合格判定個数 $c$ を決定すればよい．そのため，ロットの一部をサンプルして合否を判定する以上

**生産者リスク**　良いロットを (確率 $\alpha$ で) 不合格とする．

**消費者リスク**　悪いロットを (確率 $\beta$ で) 合格とする．

の 2 つの危険を完全には避けれない．これらの確率は尤度関数 (ロットの合格率) を用いて

$$\alpha = 1 - L(p_0), \qquad \beta = L(p_1)$$

で表される．OC 曲線における生産者リスクと消費者リスクを図 10.2 に示す．また，あわせて全数検査の OC 曲線も示す．

計数規準型 1 回抜取検査は生産者側と消費者側の合意の下で $(p_0, p_1, \alpha, \beta)$ を指定することにより定められる．通常，$\alpha = 0.05,\ \beta = 0.10$ とされる．実用のためには，JIS Z 9002　計数規準型 1 回抜取検査表が利用できる．

## 2 計量型検査

### 2.1 計量 1 回抜取検査

計数型抜取検査では，計量値が正規分布 $[N(m, \sigma^2)]$ に従うものと仮定する．このとき，分散 $\sigma^2$ が既知であるなら，平均 $m$ に関する帰無仮説 $H_0$： $m = m_0$ の対立仮説 $H_1$： $m > m_0$ に対する右側検定は §8.4 で述べたとうりである．

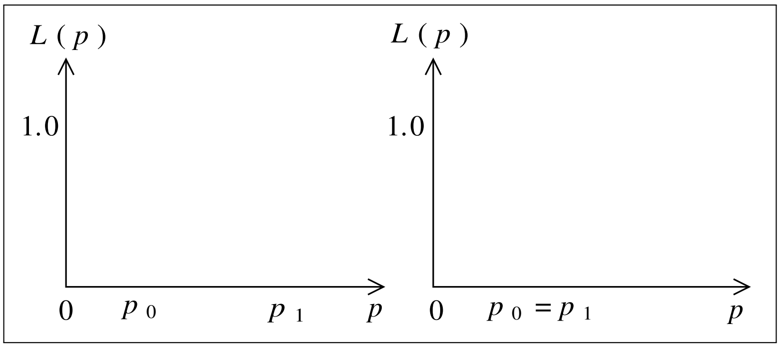


図 2: OC 曲線における生産者リスクと消費者リスクと全数検査の OC 曲線

そこで，大きさ $N$ の製品からなるロットから，大きさ $n$ のサンプルを (非復元) 抽出した結果，測定値 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \cdots, x_n]^{\mathrm{T}} \in \Re^n$ の平均が $\bar{x}_n = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} x_i$ であったとする．このとき，上限合格判定値 (upper allowable value) を $c_u$ として，計量 (右片側)1 回抜取検査は平均 $\bar{x}_n$ が上限合格判定値 $c_u$ 以下であればロットを合格，$c_u$ より大きければ不合格と判定するものである．このとき，ロットが合格する確率は $\bar{X}_n \sim N\left(m, \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$ であるので

$$P(\bar{X}_n \leq c_u|m) = \int_{-\infty}^{c_u} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{n(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx = \int_{-\infty}^{\frac{\sqrt{n}(c_u-m)}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \overset{\triangle}{=} 1 - \alpha'$$

となる．ところで，標準正規分布 $[N(0,1)]$ の右片側 $100\alpha'$% 点 $z(2\alpha')$ を正規分布表から求めると

$$z(2\alpha') = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{n}(c_u - m)}{\sigma}, & (c_u > m) \\ -\dfrac{\sqrt{n}(c_u - m)}{\sigma}, & (c_u < m) \end{cases}$$

となる．これを用いることで横軸に $m$ をとり，縦軸にロットの合格率 $P(X \leq c|p)$ をとった OC 曲線が描ける．OC 曲線は $m$ に関して減少関数であることがわかる．

## 2.2 計量規準型 1 回抜取検査

**平均を保証する場合** 計量 (右片側)1 回抜取検査でも計数型検査と同様に，サンプルの大きさ $n$ はあらかじめには決められておらず，ゆえに上限合格判定値 $c_u$ も不明である．そのため，サンプルの大きさ $n$ ならびに上限合格判定値 $c_u$ を決定することが問題となる．そこで，平均 $m$ について生産者側と消費者側の立場から

$$\text{平均が} \begin{cases} m \leq m_0 & \text{なら良いロット} \\ m \geq m_1 & \text{なら悪いロット} \end{cases}$$

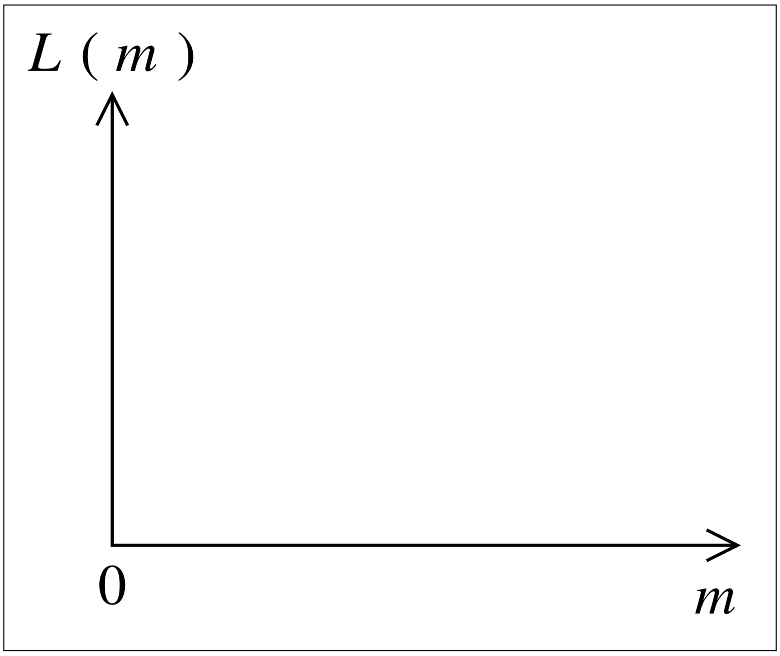


図 3: 計量 1 回抜取検査の OC 曲線

とする．やはり，規準型では生産者リスク $\alpha$ と消費者リスク $\beta$ を与えて

$$\alpha = 1 - L(m_0), \qquad \beta = L(m_1)$$

をサンプルの大きさ $n$ と上限合格判定値 $c_u$ に関して解けば良い．ただし，ロットの合否の判定は図 10.4 のようになるため

$$z(2\alpha) = \frac{\sqrt{n}(c_u - m_0)}{\sigma}, \qquad z(2\beta) = -\frac{\sqrt{n}(c_u - m_1)}{\sigma}.$$

となることに注意する．よって，これを解くことにより以下を得る．

$$n = \left(\frac{z(2\alpha) + z(2\beta)}{m_1 - m_0}\right)^2 \sigma^2, \qquad c_u = \frac{m_0 z(2\beta) + m_1 z(2\alpha)}{z(2\alpha) + z(2\beta)}$$

計量規準型 1 回抜取検査は生産者側と消費者側の合意の下で $(m_0, m_1, \alpha, \beta)$ を指定することにより定められる．

**不良率を保証する場合**　ここまでの計数 1 回抜取検査では，不良率 $p$ は用いられていなかった．そこで，上限規格値 $s_u$ を設定して，これを超えるものを不良品とすることを考える．このとき，上限規格値 $s_u$ と不良率 $p$ の関係が

$$p = \int_{s_u}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx = \int_{\frac{\sqrt{n}(s_u - m)}{\sigma}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \triangleq \alpha'$$

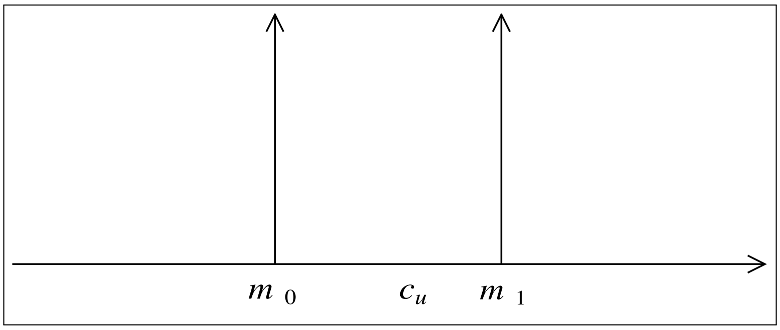


図 4: ロットの合否の判定

となることから，$p < \frac{1}{2}$ の場合には

$$s_u = m + z(2\alpha')\sigma$$

となる．

さて，不良率 $p$ について生産者側と消費者側の立場から

$$\text{不良率が} \begin{cases} p \leq p_0 & \text{なら良いロット} \\ p \geq p_1 & \text{なら悪いロット} \end{cases}$$

とする．ただし，$p_1 < \frac{1}{2}$ である．このとき，対応する平均をそれぞれ $m_0$, $m_1$ とすると

$$s_u = m_0 + z(2\alpha')\sigma, \qquad s_u = m_1 + z(2\beta')\sigma.$$

となる．さらに，平均 $m_0$, $m_1$ を消去するために

$$s_u - c_u = \left( z(2\alpha') - \frac{z(2\alpha)}{\sqrt{n}} \right) \sigma, \qquad s_u - c_u = \left( z(2\beta') - \frac{z(2\beta)}{\sqrt{n}} \right) \sigma.$$

とする．よって，これを解くことにより以下を得る．

$$n = \left( \frac{z(2\alpha) + z(2\beta)}{z(2\alpha) - z(2\beta)} \right)^2, \qquad c_u = s_u - \frac{z(2\alpha')z(2\beta) + z(2\beta')z(2\alpha)}{z(2\alpha) + z(2\beta)} \sigma$$

上限規格値 $s_u$ が与えられる計量規準型 1 回抜取検査は，生産者側と消費者側の合意の下で $(p_0, p_1, \alpha, \beta)$ を指定することにより定められる．

この他に，検定の合否の判定以外に，判定の保留を考慮し，さらにサンプルを追加する逐次検査方式として多回抜取検査があるが，ここでは省略する．

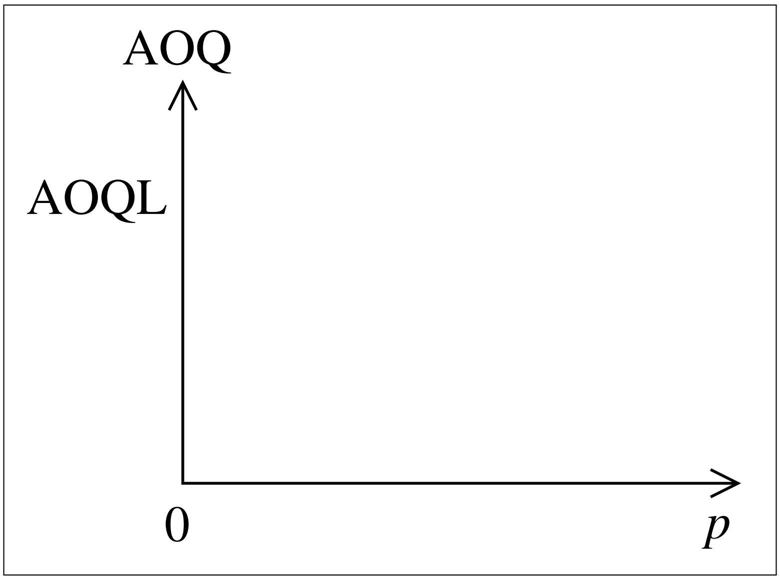


図 5: AOQ 曲線

# 3　その他の抜取検査

## 選別型抜取検査

これまでの議論では，抜取検査で不合格となったロットの処理については触れられてこなかった．ここでは，不合格となったロットに対しては全数選別を行い，不良品を全て修理あるいは良品と交換して出荷する場合を考える．この検査方式は破壊検査には適用できない．長期間にわたり不良率 $p$ が変化しないものとして，選別型抜取検査を用いることで得られる不良率の平均を平均出検品質 (average outgoing quality: AOQ) という．平均出検品質はロットが合格したときの不良率が $p$ であり，ロットが不合格となったときの不良率が 0 となることから

$$AOQ = pL(p) + 0(1 - L(p)) = pL(p)$$

となる．ここで，$L(p)$ はロットが合格する確率である．そこで，横軸に不良率 $p$ をとり，縦軸に AOQ を打点した AOQ 曲線は図 10.5 のようになる．

不良率 $p$ が 0 から 1 へ変化するにつれ，ロットの合格率 $L(p)$ は 1 から 0 へ減少する．よって，不良率が $p = 0,\ 1$ となるときの平均出検品質は $AOQ = 0$ となる．AOQ の最大値を平均出検品質限界 (average outgoing quality limit: AOQL) をいう．ある定められた検査方式の下で，不良率 $p$ がどのような値であったとしても検査期間中に変化しないなら，AOQ は AOQL を超えることはないということで，品質の保証ができる．

計数選別型抜取検査を用いた場合のロット当たりの検査個数は確率変数であり，その平均を平均検査個数 (average sample number: ASN) あるいは平均検査

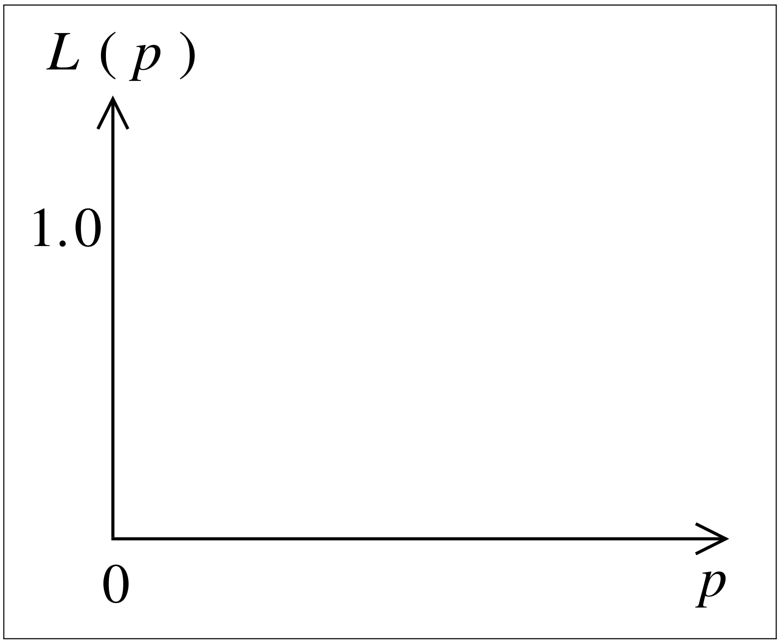


図 6: 検査の厳しさによる OC 曲線

量 (average amount of inspection) ともいい $I_p$ で表す．1 回抜取検査では

$$I_p = nL(p) + N(1 - L(p)) = n + (N - n)(1 - L(p))$$

となる．一定の AOQL をもつ検査方式は複数存在するが，その中で平均検査量を最小とする検査方式が JIS Z 9003 で与えられている．

### 調整型抜取検査

製品の品質の良否に基づいて，検査の厳しさを調節する検査方式である．検査の厳しさが

| | |
|---|---|
| ユルイ検査 | (reduced inspection) |
| ナミ検査 | (normal inspection) |
| キツイ検査 | (tightened inspection) |

の 3 段階で調整される．JIS Z 9015 や MIL 105D で詳細に規定されている．MIL 105D の大筋は，不良の重要度に応じて，致命不良，重不良，軽不良などに分類し，合格品質水準を致命不良に対しては小さくし，軽不良に対しては大きくする．つぎに，ロットの大きさ $N$ に応じて OC 曲線上の点 (AQL,0.95) の近傍を通る適当な検査方式をナミ検査として選ぶ．検査の厳しさは OC 曲線の傾きで調整されることとなる．

# 4　問題 10

**10.1**　JIS Z 9002　計数規準型 1 回抜取検査表により抜取検査方式 $(n, c)$ を求めよ．ただし，生産者リスク $\alpha = 5\%$，消費者リスク $\beta = 10\%$ とする．

**(1)**　$p_0 = 1\%,\quad p_1 = 10\%$

**(2)**　$p_0 = 1\%,\quad p_1 = 4\%$

**(3)**　$p_0 = 0.1\%,\ p_1 = 2\%$

**(4)**　$p_0 = 0.1\%,\ p_1 = 0.8\%$

**10.2**　(OC 曲線)　計量 1 回抜取検査において，サンプルの大きさ $n = 3$，上限合格判定値 $c_u = 522.4$ である場合の OC 曲線を求めよ．ただし，標準偏差は $\sigma = 20$ とする．

(ヒント: 下の表を埋めることで $m$ に対する $L(m)$ $(= \beta)$ を求めよ)

**表 10.1**　OC 曲線作成表

| $m$ | $m - c_u$ | $z(2\beta) = -\frac{\sqrt{n}(c_u - m)}{\sigma}$ | $L(m)$ |
|---|---|---|---|
| 490 | | | |
| 500 | | | |
| 510 | | | |
| 520 | | | |
| 530 | | | |
| 540 | | | |

**10.3**　(平均の保証)　平均値 $500g$ 以下のロットはできるだけ合格にし，平均値 $540g$ 以上のロットはできるだけ不合格にしたい．従来の結果からロットの標準偏差は $20g$ とされる．このとき，生産者リスク $\alpha = 5\%$，消費者リスク $\beta = 10\%$ を満足する抜取検査方式を求めよ．

**10.4**　平均値 $100g$ 以上のロットはできるだけ合格にし，平均値 $98g$ 以下のロットはできるだけ不合格にしたい．従来の結果からロットの標準偏差は $1g$ とされる．このとき，以下の問いに答えよ．

**(1)**　生産者リスク $\alpha = 5\%$，消費者リスク $\beta = 10\%$ を満足する抜取検査方式を求めよ．

**(2)**　得られた抜取検査方式に対する曲線を求めよ．

**10.5**　(不良率の保証)　ある飲料会社の検査では500cc を超えるものは不良品となる．不良率1% 以下のロットはできるだけ合格にし，不良率10% 以上のロットはできるだけ不合格にしたい．従来の結果からロットの標準偏差は$10cc$ とされる．このとき，生産者リスク $\alpha = 5\%$，消費者リスク $\beta = 10\%$ を満足する抜取検査方式を求めよ．