【タイトル仮】 時系列データの汎化的予測モデル開発のための評価関数の推定

武藤 克弥 (Katsuya Mutoh)
u255018@st.pu-toyama.ac.jp

富山県立大学 大学院 電子・情報工学専攻 情報基盤工学部門

November 14, 2023

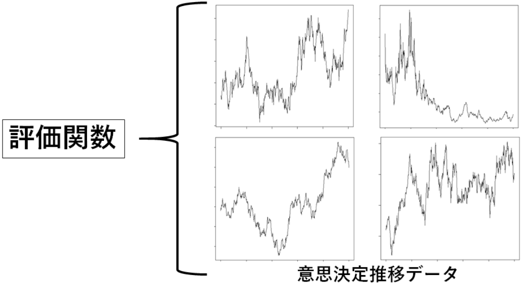
研究テーマについて

研究概要
意思決定モデル
進捗状況
結果
今後の予定
評価関数の推定

意思決定行動に関わる評価関数の推定

研究の背景 (仮説)

様々な意思決定活動はある評価関数で説明できるのではないか？
＝ 意思決定における行動は**ある評価関数をもとに決定される**



研究の目的

意思決定によって形成される時系列データ (金融・不動産・建設事業など) に対し，その結果の原因となった評価関数を推定するモデルを開発する．

研究テーマについて

評価関数推定のメリット

- 従来予測におけるデメリットの脱却
  - 従来の時系列予測にある「データの過学習」「パラメータ推定」などを行う手間がない
- 多分野への汎用性
  - 従来は少し分野が変わるだけで応用しにくいものもある
  - 高速道路の利用需要が上昇 = 評価関数 V を最適化
    →新商品の売上予測

研究の新規性

意思決定モデルの拡張
→モデル (データ) に潜む評価関数を特定

研究テーマについて

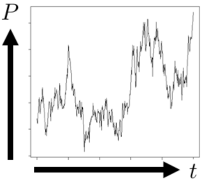
研究の流れ

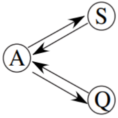
1. 意思決定モデルの構築　←現在取り組み中
2. 評価関数の推定手法の導入

意思決定の枠組み

意思決定モデル [1]

- 時系列データに応じて，利益 (価値) の高くなる戦略を選択する





【仮定】
いずれかの戦略(アクティビティ)を選択

例) 建物の運用(3種のアクティビティ)
A: 運用継続
S: 運用休止
Q: 更地化(解体)

P: 時刻 t の状態 (価格や需要量)

確率微分方程式 (幾何ブラウン運動)

$$dP(t) = \alpha(t, P)dt + \sigma(t, P)dZ(t)$$

- $t \in [0, T]$: 意思決定期間
- $\alpha(t, P) = \alpha P$
- $\sigma(t, P) = \sigma P$
- α: ドリフト係数 (期待収益率)
- σ: 拡散係数 (ボラティリティ)
- $Z(t)$: ノイズ (1 次元 Wiener 過程)

時刻 t でどの戦略を取っているのが最適なのか？
→最適値関数で評価

[1]長江, 赤松., 2004.

アクティビティ価値の導出

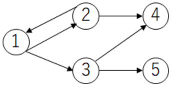
最適値関数: $V(t,P,n) = V_n(t,P)$

- 各時間 $t \in [0,T]$ で全アクティビティの価値を計算
  →時間 t でどの戦略を選べば最適か分かる

$V(t,P,n)$: 時刻 t におけるアクティビティ n の将来価値

→3要素で構成 $\boxed{(1)\ \text{利潤: } \pi_n(t,P),\quad (2)\ \text{満期利潤},\quad (3)\ \text{推移コスト: } C_{n,m(t)}}$

- $n \in \{1,2,3,4,5\}$: アクティビティ
- r: 割引率



アクティビティ価値の導出

アクティビティ価値の導出 [2]

- 同時に全アクティビティ価値は求められない
  →グラフを分解して 1 つずつ求める

全アクティビティ導出手順 $V(t,P,n) = V_n(t,P)$

(1)終端アクティビティの価値を求める

これ以上遷移しないアクティビティ=④, ⑤

線形偏微分方程式

$$\boxed{\mathcal{L}_{n'} V_{n'}(t,P) + \pi_{n'}(t,P) = 0 \quad \forall t \in [0,T)}$$

終端条件: $V_{n'}(T, P(T)) = F_{n'}(P(T))$

偏微分作用素: $\mathcal{L}_n = \dfrac{\partial}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial P}\alpha_n(t,P) + \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2}{\partial P^2}\{\alpha_n(t,P)\}^2 - r$

(2)推移先が "終端アクティビティのみ" のアクティビティの価値を求める

→④, ⑤をもとに③の価値を求められる

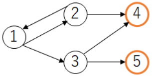
Fukushima型 merit関数による解の更新[2]

(3)サイクル構造内のアクティビティの価値を求める

→③, ④ (①⇔②の推移先)をもとに①, ②の価値を計算

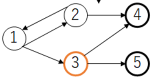
解の更新(2)と同様

(1)



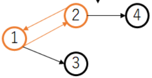
$V_4(t,P), V_5(t,P)$ for 0〜T

(2)



$V_3(t,P) \leftarrow V_4(t,P), V_5(t,P)$ for 0〜T

(3)



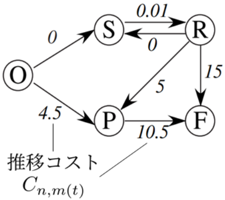
$V_1(t,P)$
$V_2(t,P)$ $\leftarrow V_3(t,P), V_4(t,P)$ for 0〜T

[2]Fukushima., 1992.

現在の取り組み (概要)

意思決定モデルの再現 [3]

- 有料道路の建設・運用事業における意思決定モデル



アクティビティ: $n \in \{O, S, R, P, F\}$

$V_n(t, P)$

(1) 利潤: $\pi_n(t, P)$, ~~(2) 満期利潤,~~ (3) 推移コスト: $C_{n,m(t)}$

O: 事前評価 $\pi_{\mathrm{O}}(t, P) = -M_{\mathrm{O}}$

S: 計画凍結 $\pi_{\mathrm{S}}(t, P) = 0$

R: 再評価 $\pi_{\mathrm{R}}(t, P) = -M_{\mathrm{R}}$

P: 1区間供用 $\pi_{\mathrm{P}}(t, P) = X_{\mathrm{P}} P - E_{\mathrm{P}}$

F: 2区間供用 $\pi_{\mathrm{F}}(t, P) = X_{\mathrm{F}} P - E_{\mathrm{F}}$

$$T = 20,\ r = 5\%,\ \alpha = 1\%,\ \sigma = 40\%$$
$$M_{\mathrm{O}} = 0.02,\ M_{\mathrm{R}} = 0.01$$
$$X_{\mathrm{P}} = 0.5,\ E_{\mathrm{P}} = 0.6,\ X_{\mathrm{F}} = 1,\ E_{\mathrm{F}} = 1$$

[3] 長江, 赤松., 2004.

現在の取り組み[4]

意思決定モデルの再現

- アルゴリズムをプログラム化し，同じ結果が得られるようにする

(0) 時系列(シミュレーションデータ)の準備

幾何ブラウン運動(確率微分方程式)
→株価変動モデルに使用

$$dP(t) = \alpha P(t)dt + \sigma P(t)dZ(t)$$

$t \in [0, 20]$, $r = 5\%$, $\alpha = 1\%$, $\sigma = 40\%$

解析解

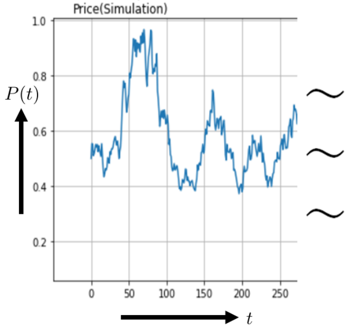
$$P(t) = P(0)\exp\left\{\left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t + \sigma Z(t)\right\}$$

$Z(t)$: ノイズ (1 次元 Wiener 過程)

$Z \sim N(0,1)$: 標準正規分布からの抽出

$\Delta T = 20/1000$: 時間幅

$P(0) = 0.5$: 初期需要



生成結果(URLのコード)

[4]Python でやってみた (Engineering)：モンテカルロ法, https://note.com/kiyo_ai_note/n/nfbe4c3f97e19

現在の取り組み

- 偏微分方程式を格子空間に差分 (離散) 化する

(1) 終端"F"の価値の導出

線形偏微分方程式

$$\mathcal{L}_n V_n(t,P) + \pi_n(t,P) = 0$$

終端条件: $V_{n'}(T, P(T)) = F_{n'}(P(T))$

偏微分作用素: $\mathcal{L}_n = \dfrac{\partial}{\partial t} + \dfrac{\partial}{\partial P}\alpha_n(t,P) + \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2}{\partial P^2}\{\sigma_n(t,P)\}^2 - r$

偏微分方程式の差分化

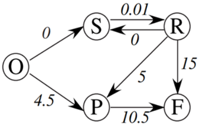
$$\mathcal{L}_n V_n(t^i, P^j) \approx \boldsymbol{L}_n^i \boldsymbol{V}_n^i + \boldsymbol{M}_n^i \boldsymbol{V}_n^{i+1}$$

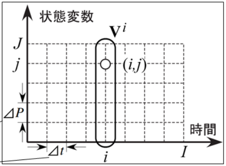
$$(t,P) \simeq (t^i, P^j) = (i\Delta T, P_0 + j\Delta P) \quad \begin{matrix}(i = 0, 1, \cdots, I)\\(j = 0, 1, \cdots, J)\end{matrix}$$

$I = J = 1000$

$\Delta T = \frac{20}{1000}, \quad \Delta P = \frac{5}{1000}$:格子間隔

アクティビティ: $n \in \{O, S, R, P, F\}$

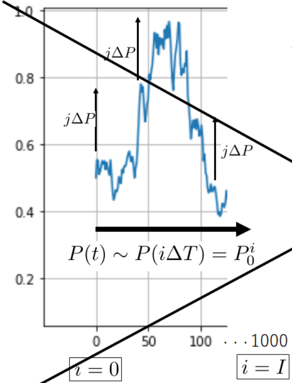




格子空間

(1) 終端アクティビティ"F"の価値導出 (下準備)

- (0) で求めた $P(t)$ を j(空間) 方向へ離散化



$$P^j = P_0^i + j\Delta P$$

=

	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$\cdots$	$j=J$
$i=0$	P_0^0	$P_0^0+\Delta P$	$P_0^0+2\Delta P$	$\cdots$	$P_0^0+J\Delta P$
$i=1$	P_0^1	$P_0^1+\Delta P$	$P_0^1+2\Delta P$	$\cdots$	$P_0^1+J\Delta P$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$i=I$	P_0^I	$P_0^I+\Delta P$	$P_0^I+2\Delta P$	$\cdots$	$P_0^I+J\Delta P$

P_0^i

修正

- 「P^j が時間 i に依存せず，一定で変化する」ものとした

$$(t^i, P^j) = (i\Delta T, P_{min} + j\Delta P)$$

$(i = 0, 1, \cdots, I)$, $(j = 0, 1, \cdots, J)$

$I = J = 400$

$$\Delta T = \frac{T - 0}{400} = \frac{1}{20}$$

$$\Delta P = \frac{P_{J+1} - P_0}{400} = \frac{1}{50}$$

時間: $t \in [0, T] \quad (T = 20)$

状態空間: $[P_{\min}, P_{\max}] \in \mathcal{R}$

$P_{\min} = P_0 = 0$

$P_{\max} = P_{J+1} = 8$

危惧 I 境界値 $P_{\max} = P_{J+1}$ にすることの理解

ΔP の設定方法

$$P^j = P_0 + j\Delta P$$

=

P^j	$j = 0$	$j = 1$	$j = 2$	$\cdots$	$j = J$
$i = 0$ $\vdots$ $i = I$	P_0	$P_0 + \Delta P$	$P_0 + 2\Delta P$	$\cdots$	$P_0 + J\Delta P$

修正

- P^j の時間 i を固定することで生じる危惧もある

$P^j = P_0 + j\Delta P$

$=$

P^j	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$\cdots$	$j=J$
$i=0$ $\vdots$ $i=I$	P_0	$P_0+\Delta P$	$P_0+2\Delta P$	$\cdots$	$P_0+J\Delta P$

危惧 II

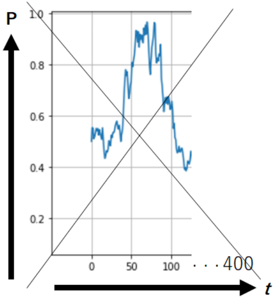
生成したデータを一切使っていない
→ドリフト・拡散項だけ使った？

$$\alpha(t,P) = \alpha P \simeq \alpha(P_0 + j\Delta P)$$

$$\sigma(t,P) = \sigma P \simeq \sigma(P_0 + j\Delta P)$$

【論文】Pが幾何ブラウン運動に従う

$$dP(t) = \alpha(t,P)dt + \sigma(t,P)dZ(t)$$



(1) 終端アクティビティ"F"の価値導出 (下準備)

修正

- α, σ, π も時間 i に依存しないと仮定

$$\alpha(t,P)=\alpha P$$

$\simeq$

αP^j	$j=0$	$j=1$	$j=2$	$\cdots$	$j=J$
$i=0$ $\vdots$ $i=I$	αP_0	$\alpha(P_0+\Delta P)$	$\alpha(P_0+2\Delta P)$	$\cdots$	$\alpha(P_0+J\Delta P)$

$$\sigma(t,P)=\sigma P\simeq\sigma P^j\ \text{(同様)}$$

論文準拠

$$\pi_F(t,P)=P-1$$

(J 次元)

$$\simeq\boldsymbol{\pi}_F^i=\pi(t^i,P^j)=P^j-\mathbf{1}=\begin{bmatrix}\alpha P_0-1\\ \alpha P_0+\alpha\Delta P-1\\ \alpha P_0+\alpha 2\Delta P-1\\ \vdots\\ \alpha P_0+\alpha J\Delta P-1\end{bmatrix}$$

(1) 終端アクティビティ"F"の価値導出 (本手順 前回)

- (前回) 論文の差分化方程式で V を求めると，振動発散していた

価値 V を求める式 (終端アクティビティの場合)

$$\frac{\partial V(t,P)}{\partial t} + \alpha(t,P)\frac{\partial V(t,P)}{\partial P} + \frac{1}{2}\{\sigma(t,P)\}^2\frac{\partial^2 V(t,P)}{\partial P^2} - rV(t,P) + \pi(t,P) = 0$$

差分化 (Crank-Nicolson法)

$$\underbrace{\begin{bmatrix} b_1^i & c_1^i & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2^i & b_2^i & c_2^i & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_3^i & bi_3 & c_3^i & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{J-3}^i & b_{J-3}^i & c_{J-3}^i & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & a_{J-2}^i & b_{J-2}^i & c_{J-2}^i \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{J-1}^i & b_{J-1}^i \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{L}_n^i\,(J\times J\text{ 次元})} \underbrace{\begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ \vdots \\ V_{J-3}^i \\ V_{J-2}^i \\ V_{J-1}^i \end{bmatrix}}_{(J\text{ 次元})} + \underbrace{\begin{bmatrix} d_1^i & c_1^i & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2^i & d_2^i & c_2^i & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_3^i & d_3^i & c_3^i & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{J-3}^i & d_{J-3}^i & c_{J-3}^i & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & a_{J-2}^i & d_{J-2}^i & c_{J-2}^i \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{J-1}^i & d_{J-1}^i \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{M}_n^i\,(J\times J\text{ 次元})} \underbrace{\begin{bmatrix} V_1^{i+1} \\ V_2^{i+1} \\ V_3^{i+1} \\ \vdots \\ V_{J-3}^{i+1} \\ V_{J-2}^{i+1} \\ V_{J-1}^{i+1} \end{bmatrix}}_{(J\text{ 次元})} + \underbrace{\begin{bmatrix} \pi_1^i \\ \pi_2^i \\ \pi_3^i \\ \vdots \\ \pi_{J-3}^i \\ \pi_{J-2}^i \\ \pi_{J-1}^i \end{bmatrix}}_{(J\text{ 次元})} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

行列内の要素

$$a_j^i = -\frac{\alpha_j^i}{4\Delta P} + \frac{(\sigma_j^i)^2}{4(\Delta P)^2},$$

$$b_j^i = -\frac{1}{\Delta T} + \frac{(\sigma_j^i)^2}{2(\Delta P)^2} - r,$$

$$c_j^i = \frac{\alpha_j^i}{4\Delta P} + \frac{(\sigma_j^i)^2}{4(\Delta P)^2},$$

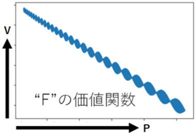
$$d_j^i = \frac{1}{\Delta T} + \frac{(\sigma_j^i)^2}{2(\Delta P)^2}$$

$$\boldsymbol{L}^i \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ \vdots \\ V_{J-3}^i \\ V_{J-2}^i \\ V_{J-1}^i \end{bmatrix} + \boldsymbol{M}^i \begin{bmatrix} V_1^{i+1} \\ V_2^{i+1} \\ V_3^{i+1} \\ \vdots \\ V_{J-3}^{i+1} \\ V_{J-2}^{i+1} \\ V_{J-1}^{i+1} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\pi}^i = \boldsymbol{0}$$

(終端条件)

$$\boldsymbol{V}_n^I := \max.\left[\boldsymbol{F}_n,\ \max_{m\in O(n)}.\left\{\boldsymbol{V}_m^I - \boldsymbol{1}C_{n,m}\right\}\right];$$

$\leftarrow i = I$ から $i = 0$:
後ろから V^i 求められる



(1) 終端アクティビティ"F"の価値導出 (本手順)

Crank-Nicholson 法による差分化再現

- 自分で導出して原因確認

$$\frac{\partial V(t,P)}{\partial t} + \alpha(t,P)\frac{\partial V(t,P)}{\partial P} + \frac{1}{2}\{\sigma(t,P)\}^2\frac{\partial^2 V(t,P)}{\partial P^2} - rV(t,P) + \pi(t,P) = 0$$

差分化 (Crank-Nicolson法)

$$\frac{V_j^{i+1}-V_j^i}{\Delta T} + \frac{1}{2}\alpha_j^i\left(\frac{V_{j+1}^i - V_{j-1}^i}{2\Delta P} + \frac{V_{j+1}^{i+1} - V_{j-1}^{i+1}}{2\Delta P}\right) + \frac{1}{2}\frac{(\sigma_j^i)^2}{2}\left(\frac{V_{j+1}^i - 2V_j^i + V_{j-1}^i}{(\Delta P)^2} + \frac{V_{j+1}^{i+1} - 2V_j^{i+1} + V_{j-1}^{i+1}}{(\Delta P)^2}\right)$$
$$-\frac{1}{2}r\left(V_j^i + V_j^{i+1}\right) + \pi_j^i = 0$$

$$\left(-\frac{\alpha_j^i}{4\Delta P} + \frac{(\sigma_j^i)^2}{4(\Delta P)^2}\right)V_{j-1}^i + \left(-\frac{1}{\Delta T} - \frac{(\sigma_j^i)^2}{2(\Delta P)^2} - \frac{1}{2}r\right)V_j^i + \left(\frac{\alpha_j^i}{4\Delta P} + \frac{(\sigma_j^i)^2}{4(\Delta P)^2}\right)V_{j+1}^i$$
$$+\left(-\frac{\alpha_j^i}{4\Delta P} + \frac{(\sigma_j^i)^2}{4(\Delta P)^2}\right)V_{j-1}^{i+1} + \left(\frac{1}{\Delta T} - \frac{(\sigma_j^i)^2}{2(\Delta P)^2} - \frac{1}{2}r\right)V_j^{i+1} + \left(\frac{\alpha_j^i}{4\Delta P} + \frac{(\sigma_j^i)^2}{4(\Delta P)^2}\right)V_{j+1}^{i+1} + \pi_j^i = 0$$

$$\boxed{\begin{aligned} a_j^i &= -\frac{\alpha^i j}{4\Delta P} + \frac{(\sigma^i j)^2}{4(\Delta P)^2} & c_j^i &= \frac{\alpha_j^i}{4\Delta P} + \frac{(\sigma_j^i)^2}{4(\Delta P)^2} \\ b_j^i &= -\frac{1}{\Delta T} - \frac{(\sigma_j^i)^2}{2(\Delta P)^2} - \frac{1}{2}r & d_j^i &= \frac{1}{\Delta T} - \frac{(\sigma_j^i)^2}{2(\Delta P)^2} - \frac{1}{2}r \end{aligned}}$$

Crank-Nicholson 法による差分化再現 2

$$a_j^i V_{j-1}^i + b_j^i V_j^i + c_j^i V_{j+1}^i + a_j^i V_{j-1}^{i+1} + d_j^i V_j^{i+1} + c_j^i V_{j+1}^{i+1} + \pi_j^i = 0$$

$\underline{a_j^i V_{j-1}^i + b_j^i V_j^i + c_j^i V_{j+1}^i}$ **について** $j=1$ **から** $j=J-1$ **まで展開**

$$\begin{array}{ll}
j=1 & a_1^i V_0^i + b_1^i V_1^i + c_1^i V_2^i \\
j=2 & \quad a_2^i V_1^i + b_2^i V_2^i + c_2^i V_3^i \\
j=3 & \quad\quad a_3^i V_2^i + b_3^i V_3^i + c_3^i V_4^i \\
\vdots & \quad\quad\quad \vdots \\
j=J-3 & \quad\quad a_{J-3}^i V_{J-4}^i + b_{J-3}^i V_{J-3}^i + c_{J-3}^i V_{J-2}^i \\
j=J-2 & \quad\quad\quad a_{J-2}^i V_{J-3}^i + b_{J-2}^i V_{J-2}^i + c_{J-2}^i V_{J-1}^i \\
j=J-1 & \quad\quad\quad\quad a_{J-1}^i V_{J-2}^i + b_{J-1}^i V_{J-1}^i + c_{J-1}^i V_J^i
\end{array}$$

Crank-Nicholson 法による差分化再現 3

同様の V_j^i をまとめることで行列化

for j in $(1 \le j \le J-1)$ $\quad a_j^i V_{j-1}^i + b_j^i V_j^i + c_j^i V_{j+1}^i =$

$$\begin{bmatrix} b_1^i & c_1^i & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2^i & b_2^i & c_2^i & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_3^i & b_3^i & c_3^i & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{J-3}^i & b_{J-3}^i & c_{J-3}^i & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & a_{J-2}^i & b_{J-2}^i & c_{J-2}^i \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{J-1}^i & b_{J-1}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ \vdots \\ V_{J-3}^i \\ V_{J-2}^i \\ V_{J-1}^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1^i V_0^i \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ c_{J-1}^i V_J^i \end{bmatrix}$$

※ (37) 式 第 4 項以降も同様に展開

まとめると以下の式に

$$\begin{bmatrix} b_1^i & c_1^i & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2^i & b_2^i & c_2^i & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_3^i & b_3^i & c_3^i & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{J-3}^i & b_{J-3}^i & c_{J-3}^i & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & a_{J-2}^i & b_{J-2}^i & c_{J-2}^i \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{J-1}^i & b_{J-1}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ \vdots \\ V_{J-3}^i \\ V_{J-2}^i \\ V_{J-1}^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1^i V_0^i \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ c_{J-1}^i V_J^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1^i & c_1^i & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2^i & d_2^i & c_2^i & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_3^i & d_3^i & c_3^i & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{J-3}^i & d_{J-3}^i & c_{J-3}^i & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & a_{J-2}^i & d_{J-2}^i & c_{J-2}^i \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{J-1}^i & d_{J-1}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^{i+1} \\ V_2^{i+1} \\ V_3^{i+1} \\ \vdots \\ V_{J-3}^{i+1} \\ V_{J-2}^{i+1} \\ V_{J-1}^{i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1^{i+1} V_0^{i+1} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ c_{J-1}^{i+1} V_J^{i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \pi_1^i \\ \pi_2^i \\ \pi_3^i \\ \vdots \\ \pi_{J-3}^i \\ \pi_{J-2}^i \\ \pi_{J-1}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{a_j^i V_{j-1}^i \quad + b_j^i V_j^i \quad + c_j^i V_{j+1}^i} \qquad \boxed{a_j^i V_{j-1}^{i+1} \quad + d_j^i V_j^{i+1} \quad + c_j^i V_{j+1}^{i+1}}$$

原因と思われる要因

行列 L, M の要素が論文と異なった

論文の要素

$$a_j^i = -\frac{\alpha_j^i}{4\Delta P} + \frac{(\sigma_j^i)^2}{4(\Delta P)^2},$$
$$b_j^i = -\frac{1}{\Delta T} + \frac{(\sigma_j^i)^2}{2(\Delta P)^2} - r,$$
$$c_j^i = \frac{\alpha_j^i}{4\Delta P} + \frac{(\sigma_j^i)^2}{4(\Delta P)^2},$$
$$d_j^i = \frac{1}{\Delta T} + \frac{(\sigma_j^i)^2}{2(\Delta P)^2}$$

自分で導出した要素

$$a_j^i = -\frac{\alpha_j^i}{4\Delta P} + \frac{(\sigma_j^i)^2}{4(\Delta P)^2}$$
$$b_j^i = -\frac{1}{\Delta T} - \frac{(\sigma_j^i)^2}{2(\Delta P)^2} - \frac{1}{2}r$$
$$c_j^i = \frac{\alpha_j^i}{4\Delta P} + \frac{(\sigma_j^i)^2}{4(\Delta P)^2}$$
$$d_j^i = \frac{1}{\Delta T} - \frac{(\sigma_j^i)^2}{2(\Delta P)^2} - \frac{1}{2}r$$

危惧 III

L, *M* に影響

$$\boldsymbol{L}^i = \begin{bmatrix} b_1^i & c_1^i & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2^i & b_2^i & c_2^i & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_3^i & b_3^i & c_3^i & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{J-3}^i & b_{J-3}^i & c_{J-3}^i & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & a_{J-2}^i & b_{J-2}^i & c_{J-2}^i \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{J-1}^i & b_{J-1}^i \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{M}^i = \begin{bmatrix} d_1^i & c_1^i & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2^i & d_2^i & c_2^i & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_3^i & d_3^i & c_3^i & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & a_{J-3}^i & d_{J-3}^i & c_{J-3}^i & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & a_{J-2}^i & d_{J-2}^i & c_{J-2}^i \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & a_{J-1}^i & d_{J-1}^i \end{bmatrix}$$

(1) 終端アクティビティ"F"の価値導出 (本手順)

研究概要
意思決定モデル
進捗状況
結果
今後の予定
評価関数の推定

懸念事項

- 別の項が含まれるため，簡単に $\boldsymbol{V}^i$ を求められない
- $\mathbf{0}$ とみなし，論文と同じ形で計算

論文方程式

$$\boldsymbol{L}^i \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ \vdots \\ V_{J-3}^i \\ V_{J-2}^i \\ V_{J-1}^i \end{bmatrix} + \boldsymbol{M}^i \begin{bmatrix} V_1^{i+1} \\ V_2^{i+1} \\ V_3^{i+1} \\ \vdots \\ V_{J-3}^{i+1} \\ V_{J-2}^{i+1} \\ V_{J-1}^{i+1} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\pi}^i = \mathbf{0}$$

危惧 V

・終端条件の $\boldsymbol{F}_n$ の設定値 明記なし

・サイクル構造 (3) では計算不可

(終端条件)

$$V_n^{\mathrm{I}} := \max.\left[\boldsymbol{F}_n,\ \max_{m\in O(n)}.\left\{V_m^{\mathrm{I}} - \mathbf{1}C_{n,m}\right\}\right];$$

危惧 IV

=0 として計算

自分で導出した式

$$\boldsymbol{L}^i \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ \vdots \\ V_{J-3}^i \\ V_{J-2}^i \\ V_{J-1}^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1^i V_0^i \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ c_{J-1}^i V_J^i \end{bmatrix} + \boldsymbol{M}^i \begin{bmatrix} V_1^{i+1} \\ V_2^{i+1} \\ V_3^{i+1} \\ \vdots \\ V_{J-3}^{i+1} \\ V_{J-2}^{i+1} \\ V_{J-1}^{i+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_1^{i+1} V_0^{i+1} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ c_{J-1}^{i+1} V_J^{i+1} \end{bmatrix} + \boldsymbol{\pi}^i = \mathbf{0}$$

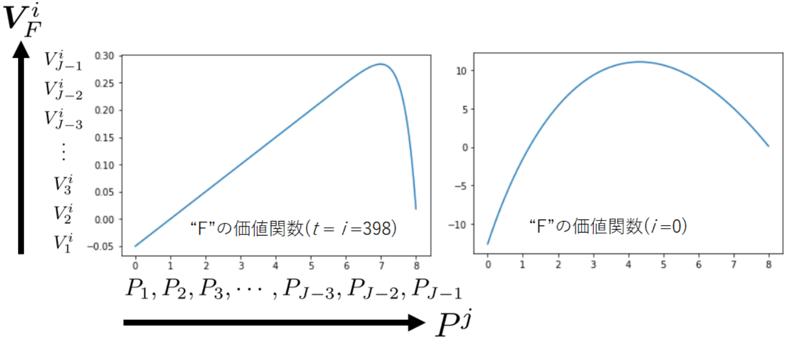
求めるもの

研究概要
意思決定モデル
進捗状況
結果
今後の予定
評価関数の推定

$\mathbf{V_F}$ 計算結果

- (全ての時間 i で) 曲線にはなったので，現状これで進む

```
for i in range(I-1):
    # 終端アクティビティFの価値計算
    i_rev = I-1-i
    act_now["F"][i_rev-1,:] = ( -np.linalg.inv(L[i_rev-1])
        @ (M[i_rev-1] @ act_now["F"][i_rev,:].T + act_pi["F"][i_rev-1,:].T) ).T
```



Merit 関数による解の更新 [5]

- 最適 $\boldsymbol{X}_n^i$ を求めることで，(※) から $\boldsymbol{V}_n^i$ が求められる

[NCP^i-c] Find X_c^i such that **【求めたいもの】**

$$X_c^i \cdot G_c^i(X_c^i) = 0, \quad \text{and} \quad X_c^i \geq \mathbf{0},\ G_c^i(X_c^i) \geq \mathbf{0}.$$

[Alg-Merit] **導出アルゴリズム(論文記述)**

Step 0 初期可能解 $X_c^{i(1)} \in \mathcal{R}_+$, $k := 1$.

Step 1 降下方向ベクトルの決定.

$$d^{(k)} := H(X_c^{i(k)}). \tag{34}$$

Step 2 ステップ・サイズ α を，以下の一次元探索問題の解として求める.

$$\alpha^* = \arg. \min_{\alpha \in [0,1]} \Phi\left(X_c^{i(k)} + \alpha d^{(k)}\right). \tag{35}$$

Step 3 解の改訂. $X_c^{i(k+1)} := X_c^{i(k)} + \alpha^* d^{(k)}$

Step 4 収束判定：収束していれば停止，そうでなければ $k := k+1$ として Step 1 へ.

$$\alpha \in [0, 1]$$

$$\alpha = \frac{i}{1000}, \quad \left(\frac{1}{1000}, \frac{2}{1000}, \cdots, \frac{1000}{1000}\right)$$

【論文解釈】

$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{X}_c^i)$ を求める処理

$$L_n^i V_n^{i(k)} = -X_n^{i(k)} - M_n^i V_n^{i+1} - \pi_n^i \quad \text{----------(※)}$$

$$G_n^{i(k)} := \min\left[\min_{m \in O_c(n)} \left\{V_n^{i(k)} - V_m^{i(k)} - \mathbf{1}C_{n,m}\right\}, \min_{m' \in \hat{O}_c(n)} \left\{V_n^{i(k)} - V_{m'}^i - \mathbf{1}C_{n,m'}\right\}\right], \ \forall n \in N_c.$$

Step1: $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{X}_c^i)$ を求める処理

$$H(X_c^i) \equiv \left[X_c^i - G(X_c^i)\right]_+ - X_c^i$$

Step2: $\Phi(\boldsymbol{X}_c^i)$ を求める処理

$$\Phi(X_c^i) \equiv -G(X_c^i) \cdot H(X_c^i) - \frac{1}{2} H(X_c^i) \cdot H(X_c^i)$$

1000 通りの $\Phi(\boldsymbol{X}_c^{i(k)} + \alpha \boldsymbol{d}^{(k)})$ 計算

Step3:

最小の $(\boldsymbol{X}_c^{i(k)} + \alpha \boldsymbol{d}^{(k)})$ を $\boldsymbol{X}_c^{i(k+1)}$ に代入

[5] Fukushima., 1992.

V_P 計算結果

- 解 $\boldsymbol{X}_P^i$ の収束が遅い (常に $\alpha^* = 1$ が選ばれる)
  - $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{X}_P^i)$: 負→正に徐々に増加
  - $\boldsymbol{X}_P^i$ の更新量も徐々に減少

Merit関数 本処理(Python)

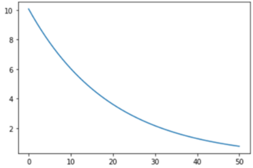
```python
#Vpを求める本処理
    k = 1
    isExist = True
    while isExist:  # Xn_ikが更新される限りkを回す
        ###### Step1 #####
        d_k = np.maximum(Xn_ik - getGxFromViForNc(Xn_ik, "P"),
            np.matrix(np.full((1,J), 0)), dtype='float') - Xn_ik
        ###### Step2 #####
        phi = []
        ss = 1000  # αの分母
        for s in range(ss + 1):
            Xn_re = Xn_ik + (s / ss) * d_k
            G_x = getGxFromViForNc(Xn_re, "P")
            H_x = np.maximum(Xn_re - G_x, np.matrix(np.full((1,J), 0))) - Xn_re
            phi0 = -G_x @ H_x.T - (1 / 2) * H_x @ H_x.T
            phi.append(phi0[0,0])
        als = np.argmin(phi)
        ##### Step3 #####
        Xn_ik_re = Xn_ik + (als / ss) * d_k
        ##### Step4 #####
        if (Xn_ik_re == Xn_ik).any():
            isExist = False  # 収束したのでkを止める
        else:
            k = k + 1
            Xn_ik = Xn_ik_re
```

$\boldsymbol{X}_P^{i(k)}$ (400 次元) ($i = J - 1$ のとき)

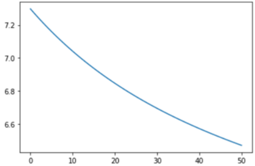
k更新速度: 約12秒/回

後ろの要素ほど収束遅い

→ $\alpha = i/10000$ (計算量大) にしないと収束しそうにない



$\boldsymbol{X}_P^{i(k)}$(0 番目) の収束状況 ($k = 50$ まで)



$\boldsymbol{X}_P^{i(k)}$(399 番目) の収束状況

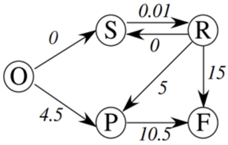
結果の分析

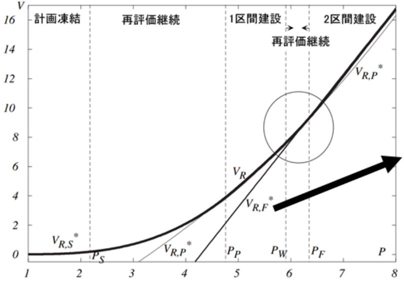
収束しない (遅い) 原因分析

- 懸念事項 (危惧 I〜V) が引き金の可能性

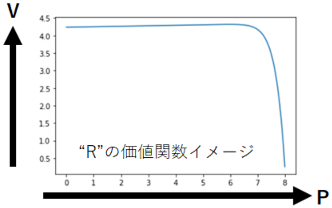
危惧 VI

- 接線が引けない (形にならない)



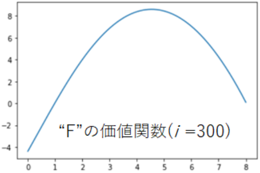


“R”の価値関数 $t=15$ ($i=300$)



$$V^*_{\mathrm{R,F}} \equiv V_{\mathrm{F}} - C_{\mathrm{R,F}}$$

危惧 VI



今後の予定

今後の予定

- オプショングラフのもとになった金融理論を勉強する
- 評価関数推定部分の手法検討

ロボットの起き上がり運動獲得のための
正規化ガウス関数ネットワーク (NGnet) を用いた Actor-critic 強化学習 [6]

研究概要

「目標出力 y(t) メートルまで頭が上がるように関節を動かす」ように学習させる

- ロボットは目標出力に達するように最適な「関節の動き」を探る
- 推定評価関数=「この動きをすれば**目標出力**に達する」と考えた自己評価の集約
  →この関数を最適化するような行動を行う

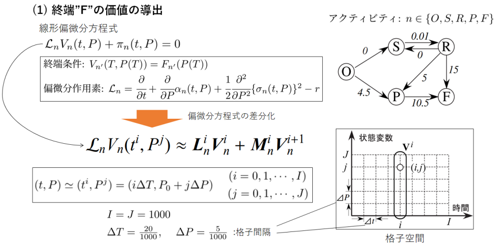
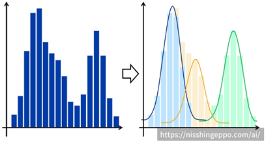


図 1: 推定評価関数と実際の行動

[6] 森本, 銅谷., 1999.

評価関数の推定

評価関数推定の概要



(1)関数の設定

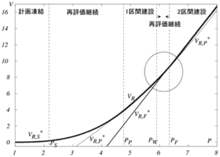
利潤: $\pi_n(t, P)$, 推移コスト: $C_{n,m(t)}$

$\longrightarrow\ b_{1,k}(\boldsymbol{x}) \qquad b_{2,k}(\boldsymbol{x})$

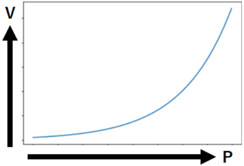
(2)アクティビティ価値導出アルゴリズム
(前々ページ)

$$y(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{K} w_k \underline{b_k(\mathbf{x})}$$

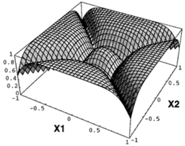
基底関数



2乗誤差e



V(価値)-P(状態)図の出力



(3)eが最小になるように w_k を更新

(4) (1)〜(3)を指定回数だけ繰り返す

(5)評価関数の出力