

# 非線形ポートフォリオモデル を用いた外国為替自動取引シ ステムの構築

2018年4月25日

富山県立大学 横井稜

# 発表の流れ

- 1：はじめに
- 2：ポートフォリオモデル
- 3：最適化とリバランス
- 4：外国為替自動取引システム
- 5：実験結果

# はじめに

- ・ポートフォリオとは、現金、預金、株式、債券、不動産など、投資家が保有している金融商品の一覧や、その組み合わせの内容（株式の銘柄などまで具体的に）を指している。
- ・資産家もみずから資産をさまざまな種類の金融商品に分けて投資することで、リスクヘッジを図っている。
- ・今回は、従来のモデルと新しいモデルの比較をする。

# 平均分散ポートフォリオモデル

- 時刻  $t$  における投資対象銘柄  $i, (i = 1, 2, \dots, N)$  の取引価格を  $x_i(t)$  とする。その時の収益率は以下のようになる。

$$r_i(t) = \frac{x_i(t) - x_i(t-1)}{x_i(t-1)}$$

# 平均分散ポートフォリオモデル

- 将来時刻における期待収益率とリスクと将来の共分散を、直近T期間の移動平均値とボラティリティによって推定する。

$$\bar{r}_i(t+1) = \bar{r}_i(t) = \frac{1}{T} \sum_{a=0}^{T-1} r_i(t-a)$$

$$\tilde{\sigma}_i(t+1) = \sigma_i(t) = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{a=0}^{T-1} [r_i(t-a) - \bar{r}_i(t)]^2}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_{ij}(t+1) &= \sigma_{ij}(t) \\ &= \frac{1}{T} \sum_{a=0}^{T-1} [r_i(t-a) - \bar{r}_i(t)] \cdot [r_j(t-a) - \bar{r}_j(t)]\end{aligned}$$

# 平均分散ポートフォリオモデル

- したがって、組み合わせ比率 $\{d_i\}$ でポートフォリオを組む時、ポートフォリオの期待収益率とリスクは次式となる。

$$\tilde{r}_p(t+1) = \sum_{i=1}^N d_i \tilde{r}_i(t+1) = \sum_{i=1}^N d_i \bar{r}_i(t)$$
$$\tilde{\sigma}_p(t+1) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N d_i d_j \tilde{\sigma}_{ij}(t+1)} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N d_i d_j \sigma_{ij}(t)}$$

# 平均分散ポートフォリオモデル

- 将来の期待収益率や価格変動リスクを過去の収益率変動の平均値および標準偏差によって推定している。
- しかし、複雑な金融市場を移動平均という単純な方法によって、予測することに相当するため、将来の収益率を評価する予測モデルとしては十分でない。

# 埋め込み定理

- 系の一部の情報だけからその系と同じ状態を持った新しい系を再構成できる定理
- モデルと計測データを結ぶ上で重要な役割

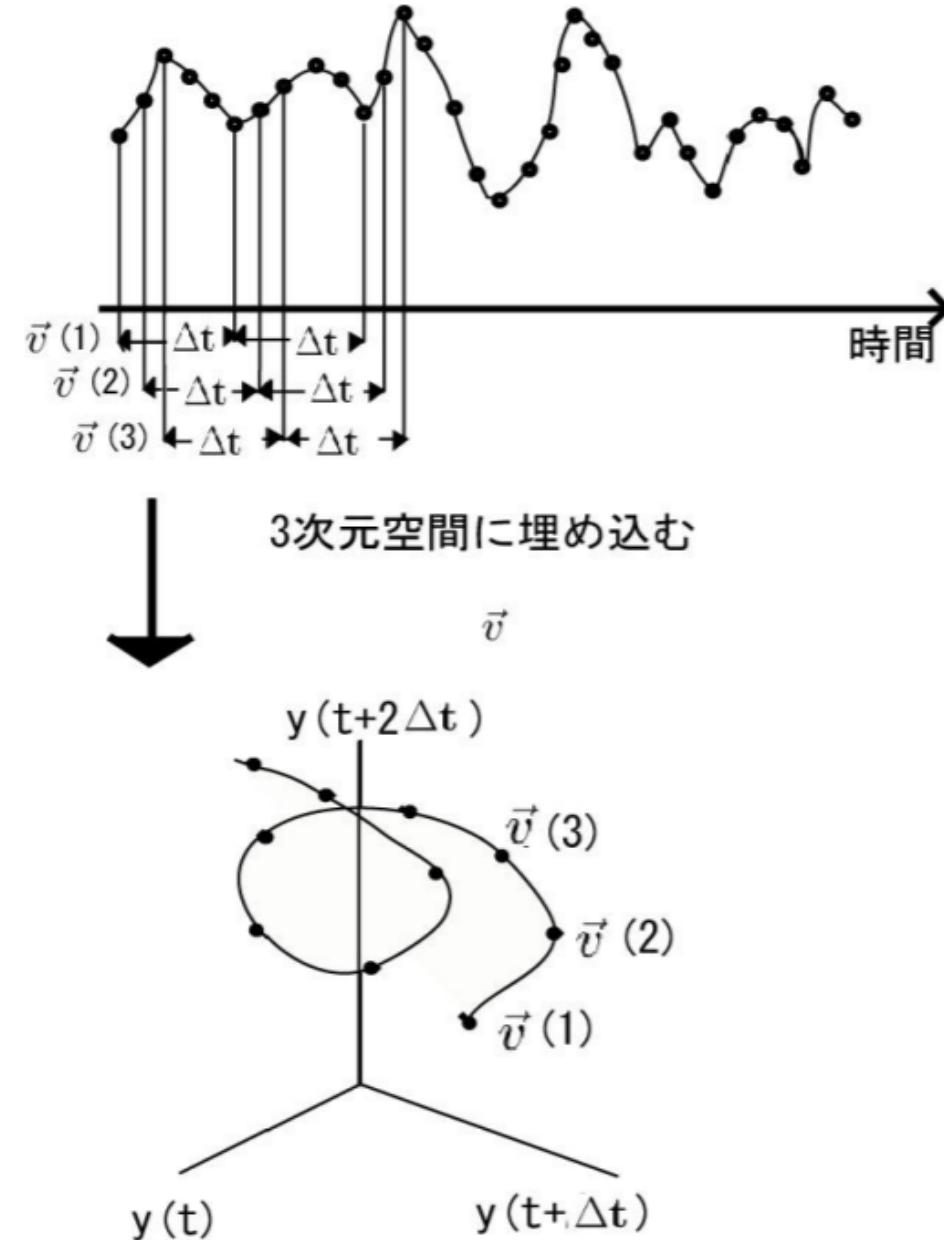


図 2.5: 埋め込みのイメージ

# 非線形ポートフォリオモデル

- 期待収益率とは最も出現確率が高い将来値であるので、この部分を非線形予測法を用いて変更する。
- 前処理として、時系列データ  $r_i(t)$  に対して埋め込み定理を適用し、多次元状態ベクトルを構成する。
- $\tau$  は遅れ時間、 $d$  は埋め込み次元を表す。

$$v_i(t) = [r_i(t), r_i(t - \tau), \dots, r_i(t - (d - 1)\tau)]$$

# 非線形ポートフォリオモデル

- 将来の期待収益率の推定に非線形予測モデルを適用すると、次式になる。

$$\tilde{r}_i(t+1) = [v_i(t) \ 1] \cdot F$$

- 次に、過去のヒストリカルデータを学習データとし(データ長 $L$ )、重み付き最小二乗法によってモデル係数 $F$ を推定する。

# 非線形ポートフォリオモデル

- 予測対象点と各学習データ間のユークリッド距離を算出し、

$$l_i(t, a) = \|v_i(t) - v_i(t - a)\|$$

- 重み係数を次式とし、対角成分に収め、対角行列にする。

$$w_i(t, a) = \exp(-l_i(t, a))$$

$$W = \text{diag}(w_i(t, 1), w_i(t, 2), \dots, w_i(t, L + (d-1)\tau + 1))$$

# 非線形ポートフォリオモデル

- 次にXとYを次のようにする。

$$X = \begin{bmatrix} v_i(t-1) & 1 \\ v_i(t-2) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ v_i(t-L+(d-1)\tau+1) & 1 \end{bmatrix}$$
$$Y = [r_i(t), r_i(t-1), \dots, r_i(t-L+(d-1)\tau+2)]^t$$

# 非線形ポートフォリオモデル

- $WY = WX\tilde{F}$  の近似誤差を最小にする係数  $\tilde{F}$  は次のように推定される。

$$\tilde{F} = [X^t W^t W X]^{-1} X^t W^t W Y$$

- リスクは過去の予測誤差を直接的に用いる。

$$\tilde{\sigma}_i(t+1) = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{a=0}^{T-1} [r_i(t-a) - \tilde{r}_i(t-a)]^2}$$

# 非線形ポートフォリオモデル

- 共分散についても同様に、次のようにする。

$$\tilde{\sigma}_{ij}(t+1) = \frac{1}{T} \sum_{a=0}^{T-1} [r_i(t-a) - \tilde{r}_i(t-a)] \\ \cdot [r_j(t-a) - \tilde{r}_j(t-a)]$$

- これで、ポートフォリオのリスクを推定できる。

# ポートフォリオの最適化

- 合理的な投資を実現するには、期待収益率を最大化かつリスクを最小化すれば良い。よって以下のシャープレシオを最大化すれば良い。
- 取引コスト率の総和 $C_p(t)$
- 資産額 $M(t)$

$$S_r(t) = \frac{\tilde{r}_p(t+1) - r_f}{\tilde{\sigma}_p(t+1)}$$

$$S''_r(t) = S'_r(t) - \frac{C_p(t)}{\sigma_p}$$

$$\begin{aligned} S'_r(t) &= S_r(t) - \frac{c(t)/M(t)}{\tilde{\sigma}_p(t+1)} \\ c(t) &= f(v(t)) \\ v(t) &= M(t) \sum_{i=1}^N |d_i^*(t) - d_i(t)| \end{aligned}$$

# ポートフォリオの最適化

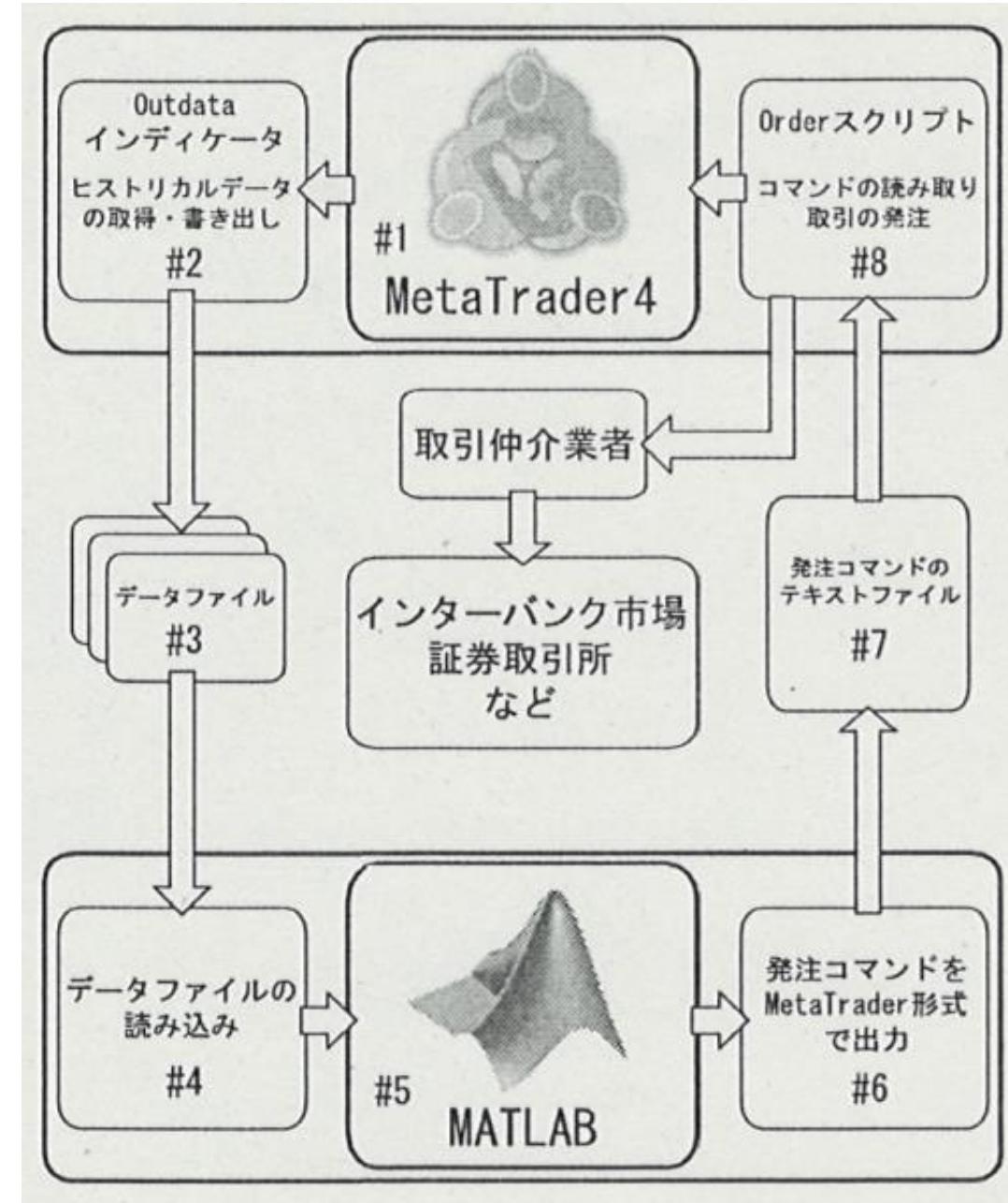
- 資産額と収益率は  
下式のようになる
- 実際に運用できた金額 $m'(t)$
- レバレッジ $\chi$

$$M(t+1) = M(t) + (r_p(t+1) - C_p(t))m'(t) + \frac{m(t) - m'(t)}{\chi}$$

$$r_p(t+1) = \sum_{i \in \{i_A\}}^{N_A(t)} d_i^*(t) r_{A,i}(t+1) + \sum_{i \in \{i_B\}}^{N_B(t)} d_i^*(t) r_{B,i}(t+1)$$

# 自動取引システム

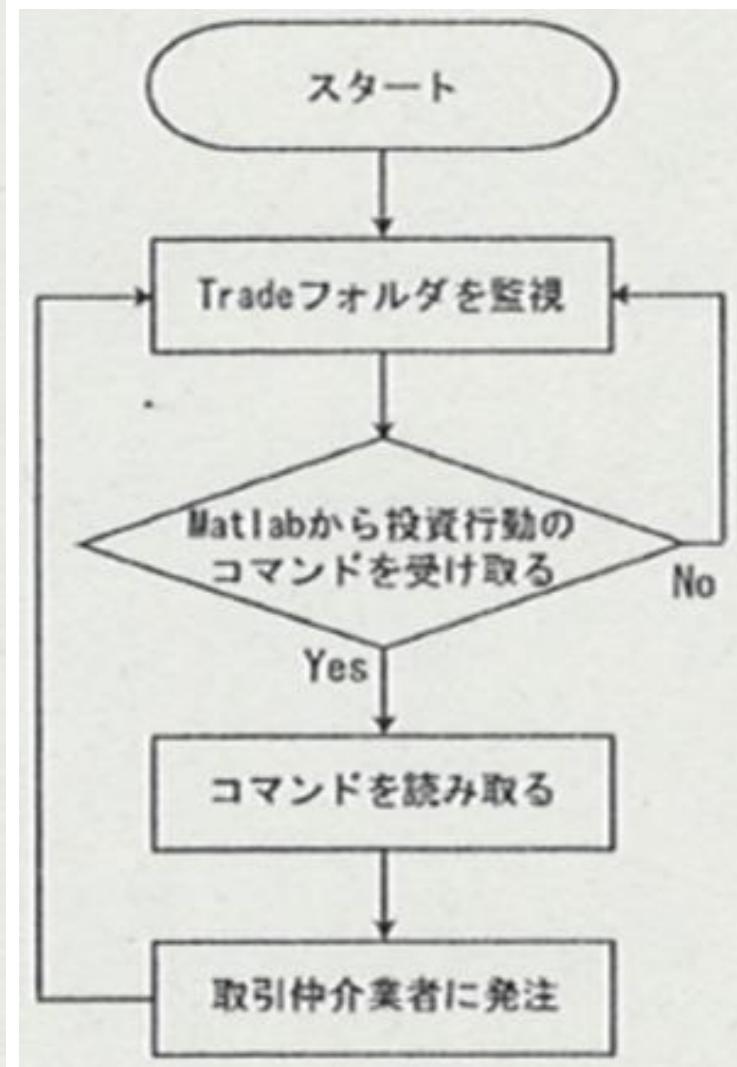
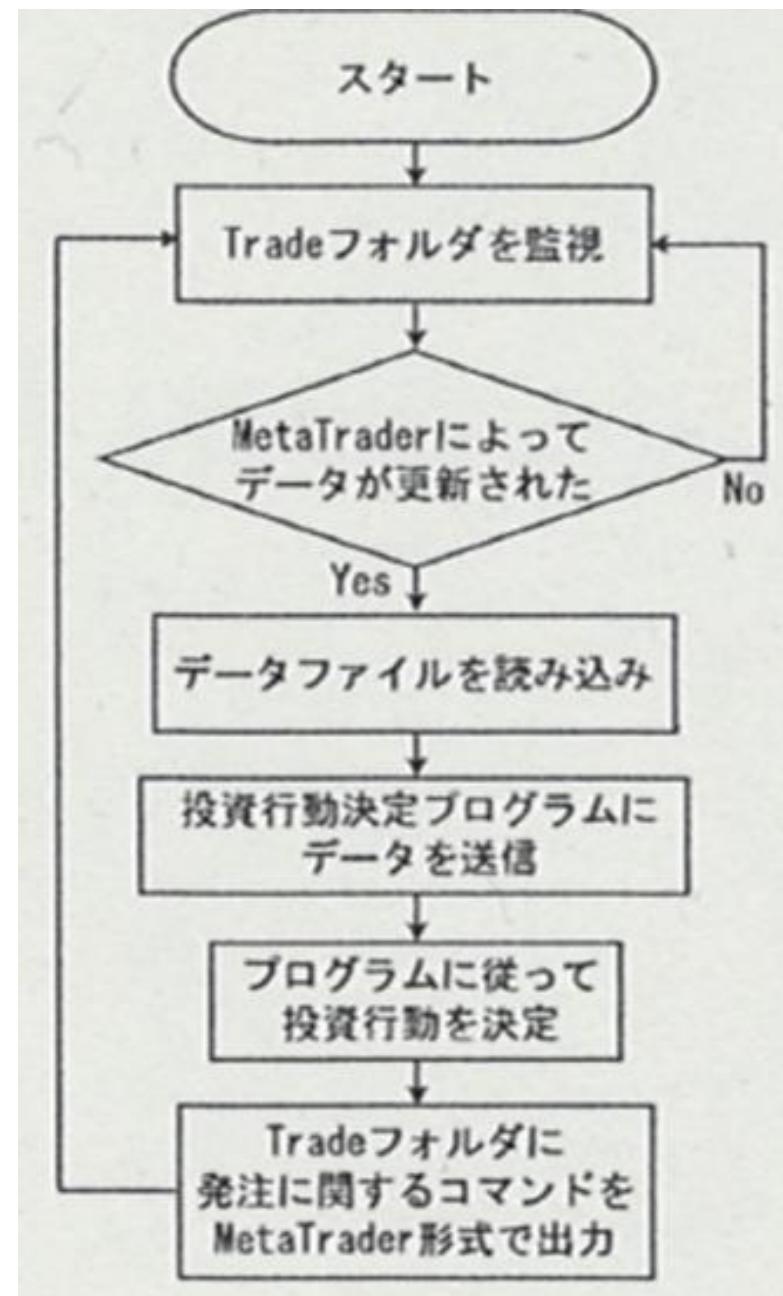
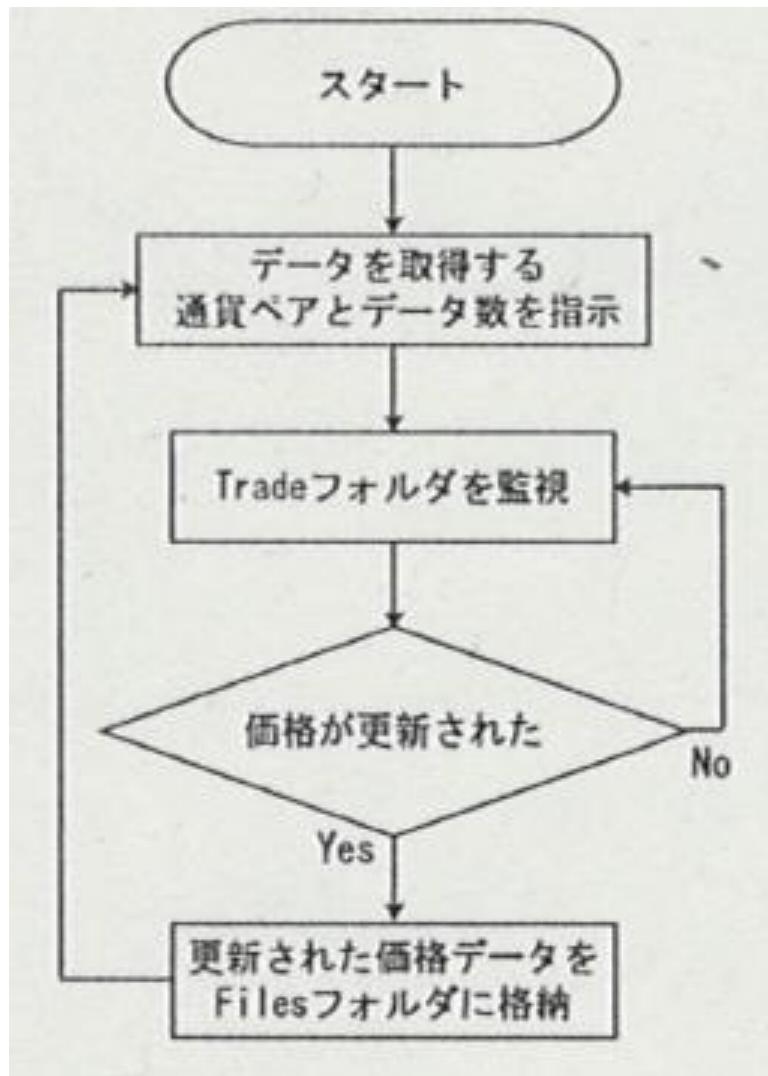
- MetaTraderは独自のプログラミング言語を用い、また、システムのバージョンアップに伴いプログラム形式が変更される場合もある
- メインプログラムとして利用するには問題あり
- そこで、データ取得と発注のみMTを利用し、残りをMatlabで実装



# MATLAB

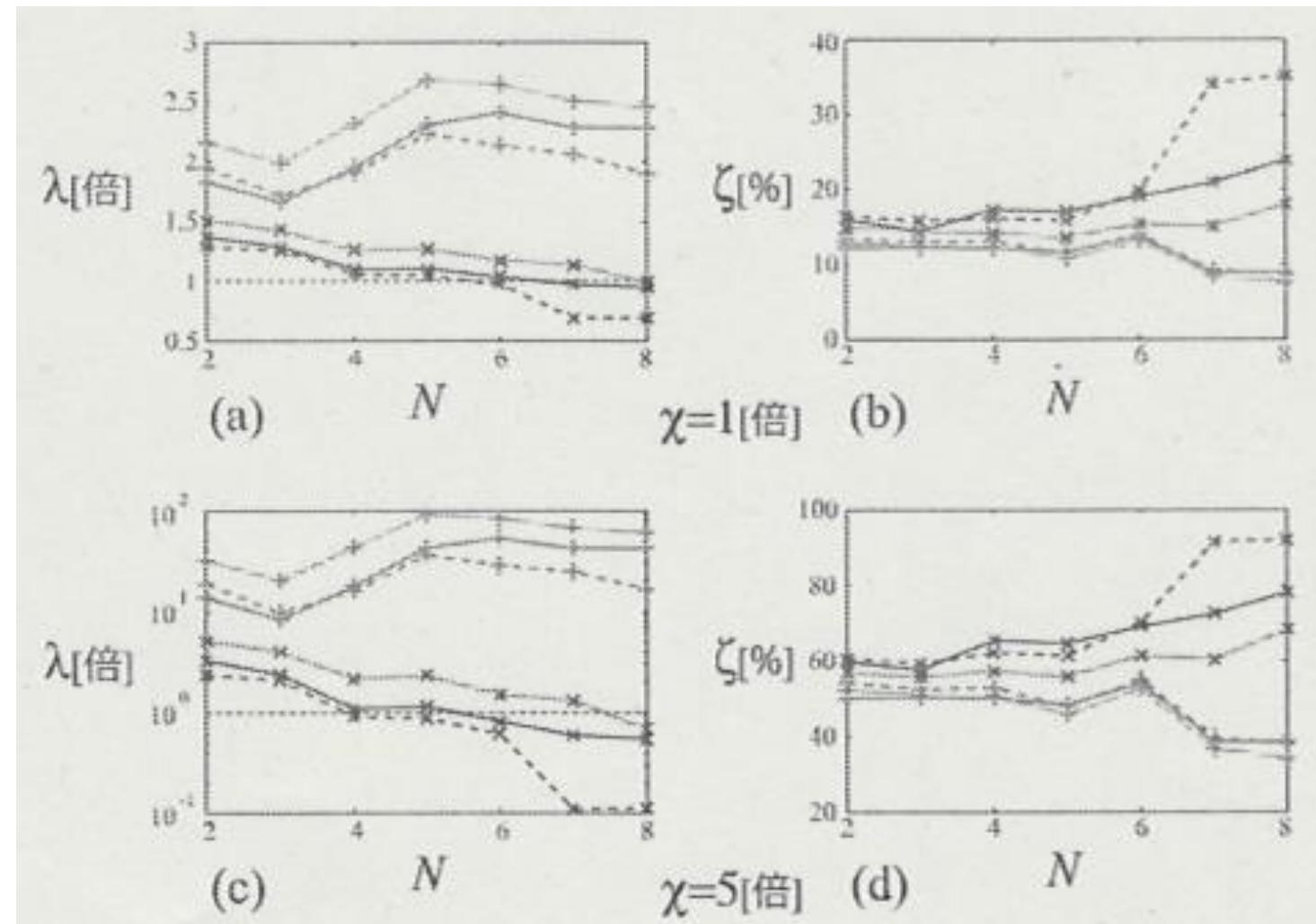
- MATLABは、MATrix LABoratoryを略したものであり、行列計算、ベクトル演算、グラフ化や3次元表示などの豊富なライブラリを持った、インタプリタ形式の高性能なテクニカルコンピューティング言語、環境としての機能を持つ。
- 標準で数多くのライブラリを有しているが、それ以上のデータ解析や統計、アプリケーション展開などが必要な場合には Toolboxと呼ばれる拡張パッケージをインストールすることで、MATLABの機能拡張を図ることができる。

# フローチャート



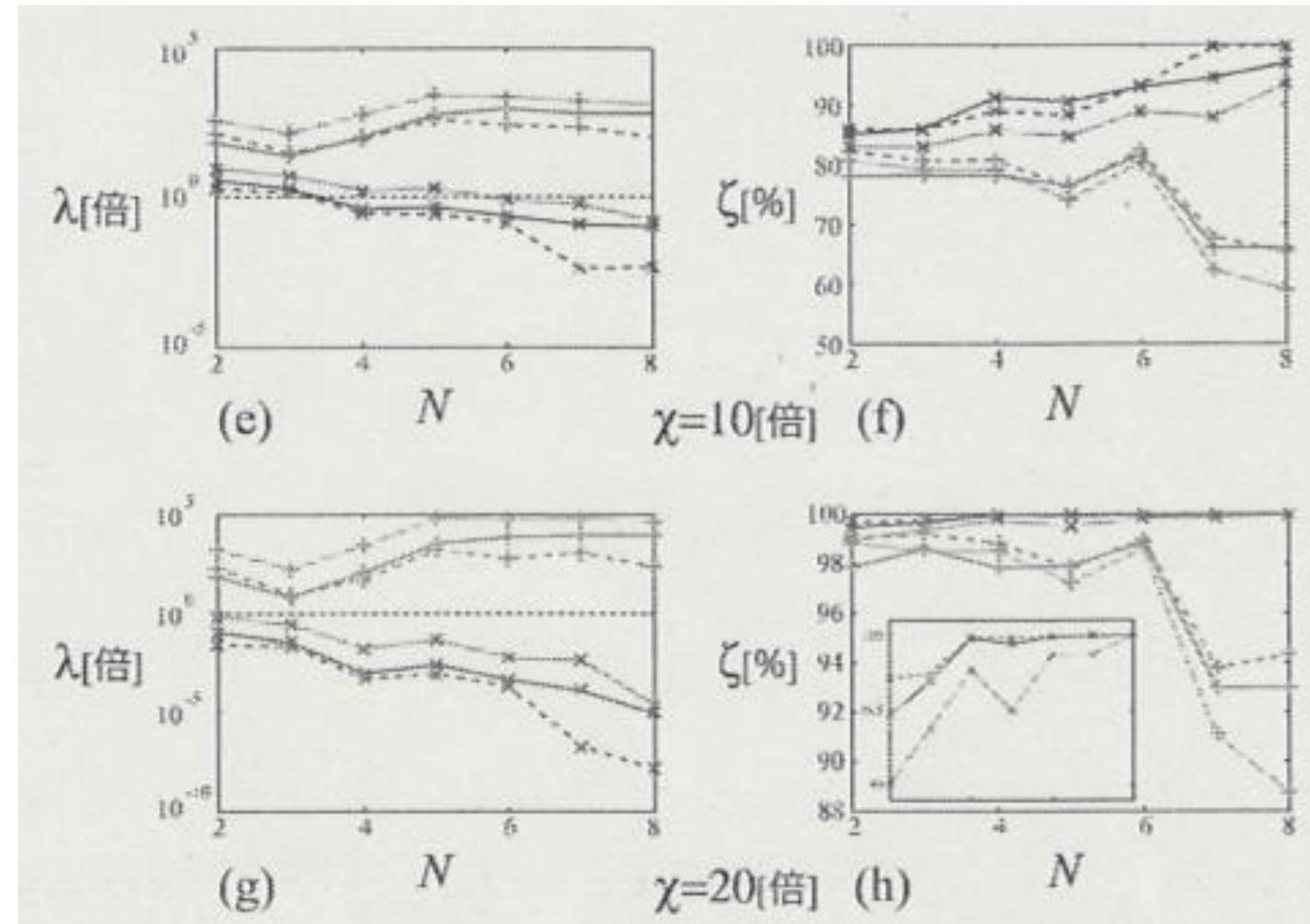
# 結果

- これまで提案したシステムを実際に稼働させたバックテスト結果
- 資産增加倍率 $\lambda$
- 通貨数 $N$
- 最大ドローダウン率 $\zeta$



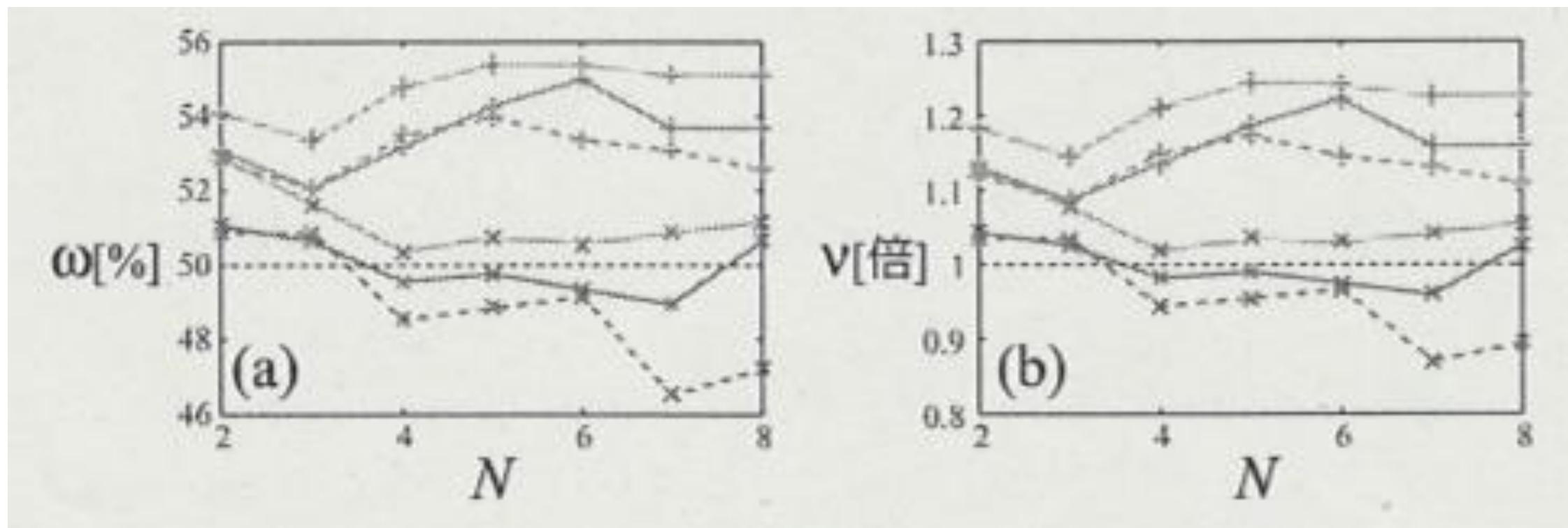
# 結果

- ・従来のポートフォリオモデルより非線形ポートフォリオモデルが優れている。
- ・通貨数を増やすほど、最大ドローダウン率を低減できている。



# 結果

- この結果からも、非線形ポートフォリオモデルが優れていることがわかる
- 勝率 $\omega$ ,ペイオフレシオ $\nu$



# まとめ

- MetatraderとMatlabの結合による、外国為替自動取引システムの構築
- 従来のポートフォリオモデルより、高収益低リスク