GMDH に基づく非線形自己回帰モデルの同定とスペクトル解析

林光二 ・ 篠原慶邦 ・ 金野秀敏

蒲田　涼馬 (Ryoma Gamada)
u020010@st.pu-toyama.ac.jp

富山県立大学　情報システム工学科

June 16, 2023

背景と目的

背景

GMDH は 1960 年代後半に提案されたモデリング手法であるが，これによって同定されるモデルは物理的な解釈が困難であることからブラックボックスとして取り扱われている．
それによって近年の研究熱が下火になりつつある．

目的

GMDH の適用範囲を時系列データのモデリングに限定し，また GMDH によって得られた階層モデルから系の全体的な応答特性を近似する非線形インパルス応答関数を推定し，ある程度物理的な解釈を可能にする．

GMDH について

GMDH(Group Method of Data Handling)

GMDH は複数の局所演算ユニットを多層に配置したニューラルネットワークである.
複数の入力データと一つの出力データを与えると局所的なフィッティングを通じて各ユニットと同定する.
また予測誤差などの基準に基づいてユニット間の結合を取捨選択することにより, 自己組織的にモデルを構築することができる.

GMDH について 1

GMDH について

ここで G は基礎関数, その出力 (中間変数) を z で示す.
第 L 層における k 番目の部分表現 $G_{k,L}$ とその出力 $z_{k,L}$ は次のように表すことができる.

$$z_{k,L} = G_{k,L}(z_{i,L-1}, z_{j,L-1}) \tag{1}$$

p 個の入力によって求まる 1 つの完全モデルが以下の式で表される.

$$y = f(x_{1i}, x_{2i}, ..., x_{pi}) + \epsilon_i \tag{2}$$

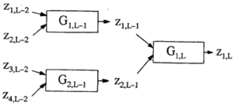

図 1: GMDH によって生成されるカスケード構造

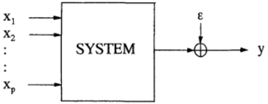

図 2: GMDH の入出力イメージ

インパルス応答関数とパワースペクトル1

インパルス応答の推定

一般的に非線形自己回帰モデルでは, 1 変数であってもかなりの数の非線形インパルス応答が考えられる.
GMDH により同定される階層モデルでは個々の非線形インパルス応答関数を完全に推定することは不可能とされている.

提案手法

システム全体の非線形性を解析することで, 一つのインパルス入力に対するシステム全体の応答を近似的に評価する.
GMDH による階層モデルで入力インパルスとして+1, 0, -1 の 3 つを用いる.

数値実験

数値実験について

手法の有効性を示すため，低次の非線形校だけからなる簡単な人工的非線形データ解析に活用する．今回の場合は確率ダフィング方程式に適用する．

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2}+k\frac{dx(t)}{dt}+\frac{\partial V(x)}{\partial x}=f_x(t)$$

$$V(x)=A_0+\sum_{i=1}^{n}\frac{A_i}{i}x^i$$

$$=A_0+A_1x+(A_2/2)x^2+\cdots+(A_n/n)x^n$$

図 3: ダフィング方程式

係数は以下のように設定する．
$k=1.0, D=20, n=4, A_0=0, A_1=0,$
$A_2=-50, A_3=0, A_4=100$
このときポテンシャルは $x=0,\pm 0.707$ となる．
発生したデータはサンプリング時間間隔　$\Delta t=0.03, 0.06, 0.15$ で改めてサンプリングし，3 つの実験用データを作った．

数値実験

数値実験について

テストデータに対して, GMDH による自己回帰型 1 変数階層モデルのフィッティングを行った.
基礎関数としては, はじめに Kolmogorov-Babor 型の 2 次の多項式を用いたが, 跳躍を繰り返す的確なモデルは得られなかった.
これは基礎関数に不要な非線形項が含まれていたことに起因していると考えられる.
そこで実験では

$$G(z_1, z_2) = c_0 + c_1 z_1 + c_2 z_2 + c_3 z_1^3 + c_4 z_2^3 \tag{3}$$

$$G(z_1, z_2) = c_0 + c_1 z_1 + c_2 z_2 \tag{4}$$

を基礎関数として用いることにした.

結果

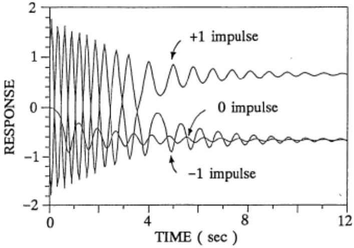

図 4: case2 のインパルス応答関数

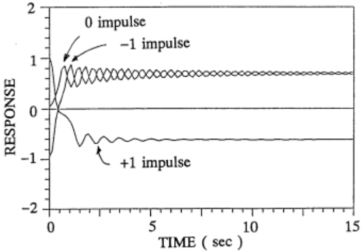

図 5: case3 のインパルス応答関数

考察

結果

case2 の場合, +1, -1 のインパルス応答関数は両者ともに大きく振動しながら収束していった.
収束した値はそれぞれ 0649129, -0.674778 でポテンシャルの理論的な位置と良く近似していた.
一方, case3 の場合は+1, -1 ともに大きな振動は見せずにいきなりポテンシャル付近に動き, -0.656525, +0.683223 に収束した.

考察

いずれの結果からも, GMDH によって同定された階層モデルがダフィング方程式の特徴である細かく振動しながら, 突発的な跳躍を繰り返すという特徴をしっかりと補えているということがわかった.

まとめ

まとめ

本論文では GMDH によって同定された階層モデルを用いた解析手法の一つとして, 非線形インパルス応答関数を提案し, 例としてダフィング方程式のデータ解析に応用した.
本論文で提案した非線形インパルス関数は従来ブラックボックスとして多く扱われてきた GMDH に基づく非線形階層モデルに役立つものと思われる.