A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II

松村晴琉
Haru Matsumura
u320062@st.pu-toyama.ac.jp

富山県立大学 工学部 情報システム工学科

14:50-18:00, Monday, November 17, 2025
N516, Toyama Prefectural University

NSGA-II

Nondominated Sorting Genetic Algorithm II

研究背景

- **多目的最適化** (MOP): 複数の目的関数を同時に最適化し, パレートフロンティアを探索.
- **従来の課題 (NSGA, etc.)**:
  1. **高い計算複雑性**: $O(MN^3)$ の非支配的ソーティング.
  2. **非エリート主義**: 優秀な解が失われやすい.
  3. **パラメータ依存**: 多様性維持のためのシェアリングパラメータ指定が必要.

特徴 1: 高速な非支配的ソーティング

計算複雑性の改善

- 従来の $O(MN^3)$ を $\mathbf{O(MN^2)}$ へ削減.
- **アルゴリズムの効率化**: 各解 p に対して, **支配数** (n_p) と **支配集合** (S_p) を事前に計算.

高速化の要点

- $n_p = 0$ の解 ($\mathcal{F}_1$) を特定後,$\mathcal{F}_1$ の解 p が支配する解 $q \in S_p$ の n_q をデクリメント (減算).
- $n_q = 0$ となった解 q が次のフロンティア ($\mathcal{F}_2$) へ移動.

特徴 2 & 3: エリート主義と多様性維持

特徴 2: エリート主義の導入

- 親個体群と子個体群を結合し, 次世代には**最良の N 個**を選抜するオペレータを導入.
- 優秀な解を確実に次世代に残すことで, **収束性**を強化.

特徴 3: 混雑距離の導入

- パラメータフリーで解の密度を推定し, 多様性を維持.
- 混雑距離: ある解の周囲にある隣接解との**平均辺長**として定義される.

混雑距離の計算 (数式)

混雑距離 ($\mathcal{I}[i]_{\text{distance}}$) の計算

- 各目的関数 m ごとに, 目的関数の正規化された差分を合計する.

$$\mathcal{I}[i]_{\text{distance}} = \sum_{m} \frac{\mathcal{I}[i+1].m - \mathcal{I}[i-1].m}{f_m^{\max} - f_m^{\min}}$$

- $f_m^{\max}$, $f_m^{\min}$: 目的関数 m の最大値と最小値.
- **注意**: 境界解は優先的に選ばれるよう, 距離 ∞ が割り当てられる.

混雑比較オペレータ ($\prec_n$)

選択時の優劣比較

- **収束性** (rank) と **多様性** (distance) を統合した比較オペレータ.

解 i が解 j より優れている ($i \prec_n j$):

$$\begin{aligned} i \prec_n j \quad & \text{if} \quad (i_{\mathrm{rank}} < j_{\mathrm{rank}}) \\ & \text{or} \quad ((i_{\mathrm{rank}} = j_{\mathrm{rank}}) \quad \text{and} \quad (i_{\mathrm{distance}} > j_{\mathrm{distance}})) \end{aligned}$$

1. **ランク優先**: **より低いランク**（真のフロンティアに近い）を優先.
2. **距離優先**: ランクが同じなら, **より大きな混雑距離**（疎な領域）を優先.

数値実験: 評価指標

比較対象アルゴリズム

- **PAES** (Pareto-Archived Evolution Strategy)
- **SPEA** (Strength-Pareto EA)

主要な評価指標

- **1. 収束メトリック (γ)**:
  - 真のパレートフロンティアへの**近さ**を評価. $\rightarrow$ 値が**小さい**ほど良い.
- **2. 多様性メトリック (Δ)**:
  - フロンティア上での解の**広がりと均一性**を評価. $\rightarrow$ 値が**小さい**ほど良い.

数値実験: 結果

表 1: NSGA-II の性能比較結果

側面	指標	NSGA-II vs. 他手法	特記事項
収束性	γ	**多くの問題で優位**	ZDT4 (多局所解) でも優れた性能
多様性	Δ	**ほぼ全ての問題で最良**	より均一で広い範囲の解を発見

結論

- NSGA-II は, 高速化とエリート主義, パラメータフリーの多様性維持により, **収束性**と**多様性**の両面で既存手法を凌駕する性能を実証した.