

卒業論文

レジリエンスな多品目多段階生産在庫システムにおける
リスク評価指標 AVaR と許可値による最適化

Optimization Using Risk Measure AVaR and Permission Value
in Resilience Multi-Item Multi-Level Production Inventory System

富山県立大学 工学部 電子・情報工学科

1815029 川口 晏璃

指導教員 António Oliveira Nzinga René 講師

提出年月: 令和4年2月

目次

図一覧	ii
表一覧	iii
記号一覧	iv
第1章 はじめに	1
§ 1.1 本研究の背景	1
§ 1.2 本研究の目的	2
§ 1.3 本論文の概要	3
第2章 多品目多段階における生産在庫システム	4
§ 2.1 単一品目・単一段階動的ロットサイズ決定問題	4
§ 2.2 多品目多段階動的ロットサイズ決定問題とエシェロン在庫	6
§ 2.3 引っ張り型生産指示方式の多目的最適化	9
第3章 レジリエンスな生産計画	13
§ 3.1 生産計画の在庫切れのリスク評価尺度	13
§ 3.2 Shapley 値によるリスクの配分	15
§ 3.3 遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化	18
第4章 提案手法	22
§ 4.1 許可構造を伴うゲームと許可値	22
§ 4.2 許可値による多段階工程のリスクの配分	23
§ 4.3 提案手法のアルゴリズム	23
第5章 数値実験並びに考察	26
§ 5.1 数値実験の概要	26
§ 5.2 実験結果と考察	26
第6章 おわりに	28
謝辞	29
参考文献	30

図一覧

2.1	BOMの例 [5]	6
2.2	単一品目・単一段階の概念図	6
2.3	多品目多段階の概念図	8
2.4	エシェロン在庫の例	8
2.5	引っ張り型生産指示方式のモデル [8]	10
3.1	安全在庫について	14
3.2	未達率の図作る	15
3.3	期が進むごとの需要量の分散（作り直すかも）	15
4.1	許可構造	23

表一覧

3.1	安全在庫係数	14
3.2	例における各プレイヤーの限界貢献度	17

記号一覧

以下に本論文において用いられる用語と記号の対応表を示す.

用語	記号
計画期間	t, T
期 t の生産を行うために必要な段取り費用	f_t
期 t の品目 1 個あたりの生産変動費用	c_t
期 t の在庫費用 (品目 1 個あたり, 1 期間あたり)	h_t
期 t の品目の需要量	d_t
期 t の生産可能量の上限	M_t
期 t の期末在庫量	I_t
期 t の生産量	x_t
期 t に生産を行うとき 1, それ以外のとき 0 を表す 0-1 変数	y_t
品目の集合	i
生産を行うのに必要な資源の集合	K

はじめに

§ 1.1 本研究の背景

生産内示は、日本の製造業界の伝統的な情報共有のやり方であり、内示情報を仲立ちとした企業間連携、すなわち日本独特のサプライチェーン・マネジメントである [1]. 内示情報とは発注者が製造者へ提示する事前注文予測量のことである。「内示方式」の詳細は、業界により、業種により、企業間の連携の仕方により異なる。すなわち内示は提示されるタイミングと提示される生産情報期間により多くの種類がある。たとえば、「毎週金曜日に提示、翌々週の月曜日から先1週間までの日別の生産量に関する参考情報」などである。また、数量が確定した注文情報（以下、確定注文という）は、納入日（納期）の数日前から当日までの間に提示されることが多い。したがって、基本形は、「内示情報（提示される期間と内示量の明細）」と「納入日に対して何日前に提示されるか」により規定される。内示情報は確定注文ではないため不確実性をもっている。こういったリスクに対してレジリエンスを考慮した生産・在庫管理が不可欠である。

内示を先行需要情報と考えて、在庫補充政策を論じている研究がある。いわゆる新聞売り子問題の拡張版であり、先行需要情報を入手することは補充リードタイムを需要リードタイムに依拠して削減できることなどが示されている。また製造業では、資材所要量計画（Material Requirement Planning: MRP）[2] が活用されている。MRP は生産計画に基づき、部品表を作成して必要資材の数を管理する手法である。導入する目的は、製品に必要な資材の量や納期を把握することによって、無駄の少ない生産を実現するためである。納期回答（Available to Promise: ATP）は、サプライチェーン・マネジメントでの重要な概念の一つで、注文を受けてから納品できる数量と納期を回答することである。サプライチェーンのグローバル化が進んだり、複雑な製造プロセスで製品が完成する企業においてはATPは難しくなっている。MRPにおけるATPシステムは、先行需要情報として注文を扱う点では似てはいるが、在庫予想と在庫への注文割り当てが中心に議論されている。

一般的には、受注後、その数量、製造仕様に基づいて生産開始する形態である受注生産方式の活用できる範囲は少ない。製造リードタイムは納入リードタイムより長く、そのため確定注文を待ってからでは納入が間に合わない。したがって、確定注文が内示とずれる前提で内示情報に基づいて見込み生産を開始しておき、受注後、確定した製造仕様、数量に基づいて最終製品を生産する形態である見込み生産方式にならざるを得ない。

近年では、市場ニーズの多様化・個性化により、多くの種類の製品やそのバリエーションが市場にあふれ、顧客が製品仕様を自由に選択できる範囲は広がっている。顧客の要望する納入リードタイムはますます短くなり、また個別の製品ごとには、受注量の変動が大き

く、需要の不確実性がますます増大している。このことがサプライチェーン全体や調達先の都合をも含めた予想や発注が難しくしている。

§ 1.2 本研究の目的

生産システムには押し出し型生産システムと引っ張り型生産システムの2つに分けられる。押し出し型生産システムとは、上流の作業工程から下流の作業工程に原材料の調達や作業準備、作業開始のタイミングを通知するシステムである。押し出し型生産システムでは、在庫情報、部品構成表情報、生産計画情報をもとにして、資材の必要量とタイミングを決定する。引っ張り型生産システムとは、押し出し型生産システムとは反対に、下流の作業工程から上流の作業工程に原材料の調達や作業準備、作業開始のタイミングを通知するシステムである。基準数量だけ製品在庫をストックしておき、製品在庫のストックが発注点を切ると補充生産を行うものである。引っ張り型生産システムを実現するにはいくつか前提条件がある。定量在庫の決定と管理ができることや、安定して製品の製造ができることなどが挙げられる。これらの条件を満たすことは難しく、引っ張り型生産システムを行うことができない企業は少なくない。

押し出し型生産システムの先行研究では、多期間における生産計画を考える際、在庫品切れ率（未達率）を定義し、その未達率を各期間に等分することによってリスクを振り分けていた [3]。しかし、不確実な需要というものは正規分布を前提に表現されており、期間が進むにつれて、加法性により正規分布のすそは広がっていくことになる。そのため未達率を等分することは、各期間の内示情報や、在庫品切れの正規分布の加法性は考慮されていなかった。また、在庫切れのリスクをアベレージ・バリュー・アット・リスク（Average value-at-risk: AVaR）で捉え、ゲーム理論のシャープレイ値を用いて生産計画を考えている研究がある [4]。この先行研究は、各期間の特性に応じたリスクの振り分けをされていたが、多期間で単一製品だけを取り扱ったものである。よって、部品や部品の加工などの工程が無視されており、一般的な製造業には適していないものであった。

そのため本研究では、一般的な製造業に対して、複数製品を取り扱う多段階工程の最適な生産・在庫管理を大きな目的としている。市場ニーズの多様化・個性化で顧客がカスタマイズできるようになった背景より、製品の需要の不確実性が増すこととなったため、その不確実性を考慮する。先行研究より生産在庫システムは引っ張り型生産のモデルについて最適化を行う。最終工程に与えられる需要量に分散でばらつきを与え、不確実性を考慮する。需要量を正規分布で表し、在庫量の分布のすその大きさから生じるリスクを表現する AVaR を用いる。引っ張り型生産システムのモデルより、ゲーム理論の提携に制限のある協力ゲームを応用して、許可値によって各工程に AVaR を振り分けるようにすることで、在庫切れが起きない最低限の生産量と在庫量を目的とした生産在庫システムを提案する。

提案手法の有意性を検証する必要がある。まず、各期において確定している需要量を与える。そこから各工程で品目ごとに期末目標在庫量を0として、生産指示量と引き取り指示量を導出し、その際の在庫量と生産量の値を確認する。本研究では、需要量是不確実性を持っている生産計画を考えるため、需要量に分散を与え、不確実性を持たす。不確実性をもった需要量では在庫切れが起こるリスクは増える。よって、期末目標在庫量を0にセットするのではなく、AVaR と許可値によって各工程に在庫切れのリスクを割り振ることによ

て、品切れが起こらない最適な生産量・在庫量を決定する。

§ 1.3 本論文の概要

本論文は次のように構成される。

- 第1章** 本研究の背景と目的について説明する。背景ではサプライチェーンと生産・在庫管理の研究の重要性について述べる。目的は多品目多段階生産在庫システムについてリスクを考慮した最適化について提案することを述べる。目的は多品目多段階の最適な生産計画について述べる。
- 第2章** 多品目多段階における生産在庫システムについて説明する。基礎となる単一品目・単一段階から多品目多段階の標準定式化とエシェロン在庫を用いた定式化についてまとめる。また、引っ張り型モデルについて述べる
- 第3章** 単一段階・単一品目におけるリスク評価指標とゲーム理論を組み合わせたレジリエンスな生産計画について述べる。
- 第4章** 提案手法のリスク評価指標の部分とリスクを配分する部分について述べる。その後、本研究の提案手法の流れについて述べる
- 第5章** 提案手法に基づいて多品目における生産計画の最適化を行う。そして、本研究の提案手法に多段階によって得られた結果が有意であることを示す。
- 第6章** 本研究で述べている提案手法をまとめて説明する。また、今後の課題について述べる。

多品目多段階における生産在庫システム

§ 2.1 単一品目・単一段階動的ロットサイズ決定問題

多品種少量の製品の構成部品を、ある加工・組立システムで生産する場合、必要なときに必要な量を作る生産計画法の1つとして、MRPシステムがある。MRPシステムは、親製品の生産計画に合わせて、必要な部品や原材料の所要量を計算し、親製品の生産日程に合うように、計画をたてるシステムである。MRPシステムの流れは以下の通りである。

MRP システムの流れ

1. 受注情報・受注予測を取り込む。
2. マスタースケジュール基準生産計画を作成する。
3. 部品展開表から、総所要量を計算する。
4. 総所要量から原材料、部品の現在庫を引く。
5. 受注残を引く。
6. リードタイムを前倒しする。
7. 発注する。

部品展開表 (Bill Of Materials: BOM) は、図 (2.3) のような製品を造るのに必要な部品を一覧にし、製品の製造に関する重要な情報について示したものである。BOM は通常品目情報 (Parts Number: PN) と PN の親子関係を管理する構成管理情報 (Part Structure: PS) で構成される。こういった BOM 情報を効率的に管理できるか、有効活用できるかが製造業にとって重要である。MRP システムのメリットは、コストの削減が可能となる点、生産変更への対応が早い点などを挙げることができる。目的としては、生産指示を受けた後、資材の部品展開から発注までの速度が早くなること、コンピュータで行うことにより業務の効率化、計算ミス削減、品切れによる納期遅れの減少としている。MRP システムを導入するにあたり、以下の点に注意する必要がある。

1. BOM の整理: MRP では BOM にしたがって生産に必要な部品と資材の数量を計算する。BOM が整理されていなければ MRP システムも機能しない。
2. コミュニケーション: MRP システムを導入しても生産活動は計画通りで進むわけではない。特に顧客の都合によって緊急的な対応が必須となる。そのため各部門でのコミュニケーションが必要となってくる。

3. 在庫管理体制の整備: MRP システムは現時点の在庫量から, 将来的に生産に必要な在庫量を予測する. 在庫数を正確に管理できていない状態だと, 過不足が生じるので MRP システムを導入する意味も失われる.

この MRP システムの中の 1 つの重要な要素として, ロットサイズ決定問題がある. BOM に従って部品展開された各構成レベルのすべての部品に対してロットサイズが必要となる. その基本的な問題として単一製品のロットサイズ決定問題がある. ここでは, 図 (2.2) のような単一品目・単一段階モデルを考える. 単一品目・単一段階の動的ロットサイズ決定問題の基本形 [9] は, 以下の仮定をもつ.

1. 期によって変動する需要量をもつ単一の品目を扱う.
2. 品目を生産する際には, 生産量に依存しない固定費用と数量に比例する変動費用がかかる.
3. 計画期間はあらかじめ決められており, 最初の期における在庫量 (初期在庫量) は 0 とする. 任意でも可能である.
4. 次の期に持ち越した品目の量に比例して在庫 (保管) 費用がかかる.
5. 生産時間は 0 とする. これは, 生産を行ったその期にすぐに需要を満たすことができることを表す. 発注を行う場合には, 発注すればすぐに商品が届くこと, すなわちリードタイムが 0 である.
6. 各期の生産可能量には上限がある.
7. 生産固定費用, 生産変動費用, ならびに在庫費用の合計を最小にするような生産方策を決める.

次の定式化の制約条件式 (2.2) は, 各期における品目の在庫保存式である. 前期からの繰り越しの在庫量 I_{t-q} に今期の生産量を加え, 需要量 d_t を引いたものが来期の在庫量 I_t であることを意味する. 式 (2.3) は, 生産を行わない期における生産量が 0 であり, 生産を行う期においてその上限が M_t 以下であることを表す式である. 式 (2.4) は, 初期在庫量が 0 である. 各期の生産可能量に制約がない場合には容量制約なしのロットサイズ決定モデルと呼ばれる. 容量制約なしの単一品目・単一段階のロットサイズ決定モデルは, 動的最適化を適用することによって, 効率的に解くことが可能である.

単一品目・単一段階動的ロットサイズ決定問題の定式化

$$\text{minimize} \quad \sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t I_t) \quad (2.1)$$

$$\text{subject to} \quad I_{t-1} + x_t - I_t = d_t \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (2.2)$$

$$x_t \leq M_t y_t \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (2.3)$$

$$I_0 = 0 \quad (2.4)$$

$$x_t, I_t \geq 0 \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (2.5)$$

$$y_t \in \{0, 1\} \quad \forall t = 1, \dots, T \quad (2.6)$$



図 2.1: BOM の例 [5]

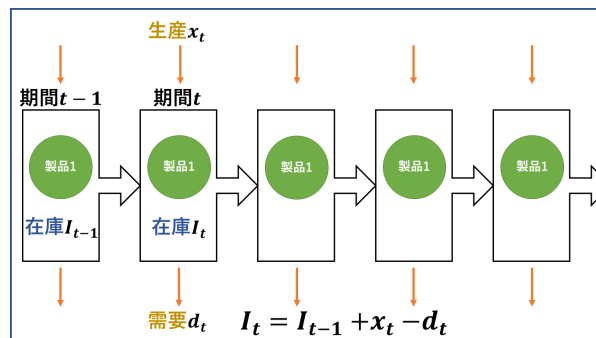


図 2.2: 単一品目・単一段階の概念図

$1, \dots, j$ 期までの需要を満たすときの最小費用を $F(j)$ と書く．初期条件は,

$$F(0) = 0 \quad (2.7)$$

と書くことができる．再帰方程式は, 期 j までの最小費用が期 i ($i < j$) までの最小費用に, 期 $i+1$ に生産を行うことによって期 $i+1$ から j までの需要をまかなうときの費用 $f_{i+1} + c_{i+1}(\sum_{t=i+1}^j d_t) + \sum_{s=1}^{j-1} h_s \sum_{t=s+1}^j d_t$ を加えたものになる．よって,

$$F(j) = \min_{i \in \{1, \dots, j-1\}} \{F(i) + f_{i+1} + c_{i+1}(\sum_{t=i+1}^j d_t) + \sum_{s=i+1}^{j-1} h_s \sum_{t=s+1}^j d_t\} \quad (2.8)$$

となる．式 (2.8) の再帰方程式を $j = 1, 2, \dots, T$ の順に計算することによって, もとの問題の最適費用 $F(T)$ を得ることができる．

§ 2.2 多品目多段階動的ロットサイズ決定問題とエシェロン在庫

ここで, 多段階にわたって多品目の製造を行うときのロットサイズ決定問題を考える．多品目多段階ロットサイズ決定問題とは, 多品目多段階生産在庫システムにおいて取り扱われる各々の品目に対する処理（原材料の発注, 半製品の加工, 製品の組立など）のロットサイズをそれぞれいくりにするかを決定する問題である．

研究の視点は実際の処理に先立って各品目のロットサイズの目安を与えるという点にある．したがって実際の処理計画すなわちスケジューリングについては円滑な処理ができるようあらかじめ配慮しておく必要がある．具体的には, これは工程稼働率の状況に応じてバッファーとしての仕掛品在庫の量を調整することであるが, これは供給側と需要側の処理の位相を分析者が工程の状況に応じて設定して問題に与えることによって可能である．

また, 多品目多段階の場合, 段取り替え費用と段取り替え時間を考慮する必要がある．段取り替えとは, 生産ラインに流す製品に似合わせて, 加工機や装置の設定を変更する作業のことである．段取り替え時間をどこまで短縮できるかという点が生産効率に直結する．しかしながら, ほとんどの製造業では, 単位時間あたりの生産性であったり, 1人当たりの生産性を見た場合, 段取り時間を短縮することが難しく, かえってコストが高くなることが

ある．そこで，多品目多段階ロットサイズ決定問題を考える際には，段取り替え時間と段取り替え費用も考慮する必要がある．以下は，多品目多段階動的ロットサイズの定式化である．

標準定式化

$$\text{minimize} \quad \sum_{t=1}^T \sum_{p \in P} (f_t^p y_t^p + c_t^p x_t^p + h_t^p I_t^p) \quad (2.9)$$

$$\text{subject to} \quad I_{t-1}^p + x_t^p = d_t^p + \sum_{q \in \text{Parent}_p} \phi_{pq} x_t^p + I_t^p \quad \forall p \in P, t = 1, 2, \dots, T \quad (2.10)$$

$$\sum_{p \in P_k} x_t^p + \sum_{p \in P_k} g_t^p y_t^p \leq M_t^k \quad \forall k = K, t = 1, 2, \dots, T \quad (2.11)$$

$$x_t^p \leq U B_t^p y_t^p \quad \forall p \in P, t = 1, 2, \dots, T \quad (2.12)$$

$$I_0^p = 0 \quad \forall p \in P \quad (2.13)$$

$$x_t^p, I_t^p \geq 0 \quad \forall p \in P, t = 1, 2, \dots, T \quad (2.14)$$

$$y_t \in \{0, 1\} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (2.15)$$

上の定式化で，制約式 (2.10) は，各期および各品目に対する在庫の保存式を表す．より具体的には，品目 p の期 $t-1$ からの在庫量 I_{t-1}^p と生産量 x_t^p を加えたものが，期 t における需要量 d_t^p ，次の期への在庫量 I_t^p ，およびほかの品目を生産するときに必要な量 $\sum_{q \in \text{Parent}_p} \phi_{pq} x_t^q$ の和に等しいことを表す．制約式 (2.11) は，各期の生産時間の上限制約を表す．すべての品目の生産時間は，1 単位あたり 1 時間になるようにスケーリングしてあると仮定していたが，実際問題のモデル化の際には，品目 p を 1 単位生産されるときに，資源 r を使用する時間を用いたほうが汎用性がある．制約式 (2.12) は，段取り替えをしない期は生産できないことを表す．

近年，モノを作る世界では，消費量が減少したことから大量に生産することにリスクが生じ始め，社会が天然資源の枯渇問題および地球環境への負荷の低減のために，持続可能な循環型社会をめざしていることから，サプライチェーンマネジメント (Supply Chain Management: SCM) が注目されている．(参考論文) サプライチェーンとは，原材料・部品の調達から，配送までの製品の全体的な流れを 1 つの連続したシステムとして捉えることである．SCM は不確定な需要を満たすために，順序依存関係があり能力変動のあるオペレーションをマネジメントすることで最小のコストで最大のスループットを上げることを目的としている．次にエシェロン在庫について述べる．「エシェロン」とは階層のことをいい，「エシェロン在庫」とは，ある特定のお店だけの在庫ではなく，サプライチェーン全体での在庫のことをいう．ある在庫点から見た場合は，ある在庫点を含めたサプライチェーン下流に位置する在庫量（輸送中の数量を含む）の総和である．図 2.1 のエシェロン在庫の例で考えると，配送センター B のエシェロン在庫は，B を含め，B の下流に位置する在庫量と輸送量を合計したものとなる．

エシェロン在庫のメリットは，まず在庫管理が難しい場合に対応可能である．在庫管理を行う際，ある特定の企業の在庫の増減をすると，他の企業の在庫がその反動で在庫を増減

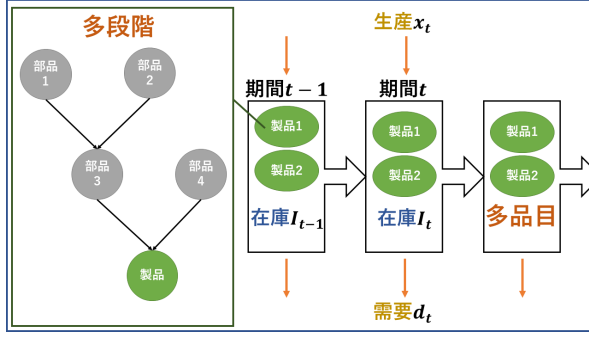


図 2.3: 多品目多段階の概念図

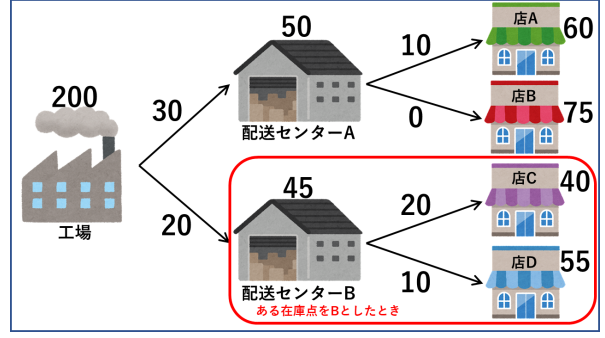


図 2.4: エシェロン在庫の例

させてしまうことがある．この場合，在庫管理が「部分的な最適解」になってしまい，サプライチェーン全体としては解決しないという事態が発生する．このような課題があるため，「在庫」を「エシェロン在庫」として考えると，ある特定の企業の在庫管理ではなく，サプライチェーン全体での在庫管理となる．2つ目は，「マルチエシェロン在庫最適化」である．マルチエシェロン在庫最適化とは，在庫を保管型倉庫に集約するのではなく，メーカーから保管型倉庫，小売りから各段階にわたって在庫を分散させて，サプライチェーン全体を効率化する考えのことである．マルチエシェロン在庫最適化のメリットは，店舗側の需要予測だけでなく物流センターなどの中間拠点でも受注データなどを用いて需要予測を行い，メーカーや店舗の需要予測と整合させることで全体を反映した需要予測をすることができる．

まず， t 期における品目 p に対するエシェロン在庫費用 H_t^p は，品目 p を生産することによって得られた付加価値に対する在庫費用を表し，品目 p を製造するのに必要な品目の集合を $Child_p$ としたとき，以下のように定義される．

$$H_t^p = h_t^p - \sum_{q \in Child_p} h_t^q \phi_{qp} \quad (2.16)$$

また， t 期における品目 p のエシェロン在庫量 E_t^p は，在庫点と在庫点の先祖の品目の在庫量を合わせたものである．品目 p の先祖の集合 $Ancestor_p$ は，品目 p 自身を含まない集合を表し，以下のように定義される．

$$E_t^p = I_t^p + \sum_{q \in Ancestor_p} \rho_{pq} I_t^q \quad (2.17)$$

式 (2.16) と式 (2.17) より，多段階多品目の標準定式化を品目間の親子関係ではなく先祖を導入しエシェロン在庫を用い定式化し直す．

エシェロン在庫を用いた定式化

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && \sum_{t=1}^T \sum_{p \in P} (f_t^p y_t^p + c_t^p x_t^p + H_t^p E_t^p) \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} & \text{subject to} && E_{t-1}^p + x_t^p - E_t^p = d_t^p + \sum_{q \in Ancestor_p} \rho_{pq} d_t^q \quad \forall p \in P, t = 1, 2, \dots, T \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\sum_{p \in P_k} x_t^p + \sum_{p \in P_k} g_t^p y_t^p \leq M_t^k \quad \forall k = K, t = 1, 2, \dots, T \quad (2.20)$$

$$E_t^p \geq \sum_{q \in \text{Parent}_p} \phi_{pq} E_t^q \quad \forall p \in P, t = 1, 2, \dots, T \quad (2.21)$$

$$x_t^p \leq U B_t^p y_t^p \quad \forall p \in P, t = 1, 2, \dots, T \quad (2.22)$$

$$E_0^p = 0 \quad \forall p \in P \quad (2.23)$$

$$x_t^p, E_t^p \geq 0 \quad \forall p \in P, t = 1, 2, \dots, T \quad (2.24)$$

$$y_t \in \{0, 1\} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (2.25)$$

§ 2.3 引っ張り型生産指示方式の多目的最適化

引っ張り型生産指示方式は、下流の製造工程から上流の製造工程に製品や製造開始のタイミングなどを指示する方式である。代表的なものとして、トヨタのカンバン方式などを上げることができる。在庫量の削減、無駄の徹底的排除による原価低減を図ることを基本目標として、「必要なものを、必要なときに、必要な量だけ作ること」として定義を実現するために引っ張り型生産指示方式が採用されている。このモデルが対象とするシステムは次のような多段階、多品目生産・在庫・運搬システム [8] である。

1. 1つの組立工程に収束していく多段階工程で N 工程から構成される。 $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ で工程を表す。最終工程は $n = 1$ である。
2. 各工程は生産工程，加工済み在庫点および後続工程加工待ち在庫点（ $n = 1$ では納入待ち製品在庫点）からなる。
3. 期間 $t \in \{0, 1, \dots, 10\}$ とする。計画期間は1期より始まる。

また、このモデルは以下の条件で示される生産状況を対象としている。

1. 受注先から最終製品の各期の納入量についての内示があり，受注残は認められない。
2. 各工程で M 種類の品目が生産される。品目 $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ で表す。
3. 各期の各品目に対する生産及び引き取り指示量は前期の期末に生産される。
4. 各期の各品目に対する生産および引き取り指示量は前期の期末に計算される。
5. 資源は十分にあるものとする。各工程での生産および引き取りは加工待ちおよび加工済み在庫量の制約をうける。
6. 第 n 工程での生産リードタイムは LP^n である。すなわち， t 期に生産された品目は $t + LP^n$ 期中に加工済み在庫点に納入される。また，引き取りリードタイムは LH^n とし， t 期中部「引き取られた品目は， $t + LH^n$ 期中に納入待ち製品在庫点あるいは加工待ち在庫点に納入される。
7. 各品目の段取り替え時間および単位量当たりの加工時間は既知で一定である。
8. 各工程の各品目について期末目標在庫量が設定されている。
9. 段取り替えが必要な工程においては，サブロットの大きさが決まっており，生産はサブロット単位で行われる。

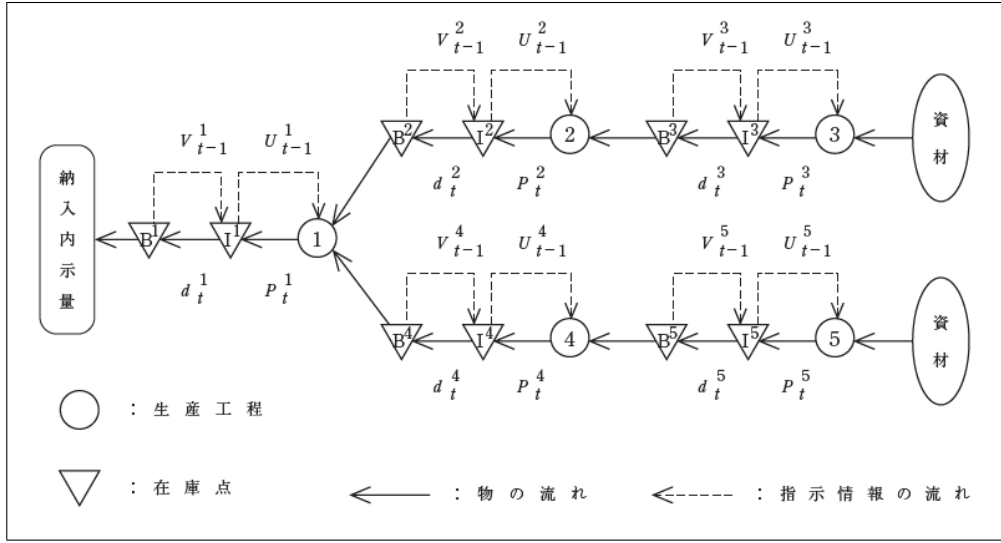


図 2.5: 引っ張り型生産指示方式のモデル [8]

$N = 5$ の場合のモデルの概念図を図 2.5 に示す.

引っ張り型生産指示方式の多目的モデルは、次のような目標計画法の問題に定式化される.

引っ張り型生産指示方式の定式化

minimize

$$u = \{(z_r^+ - z_r^-), \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^T z_t^{n+}\} \quad (2.26)$$

subject to

$$\sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^M (I_0^{n(i)} + \sum_{j=1}^{LP^n} P_{j-LP^n}^{n(i)} + U_0^{n(i)} + B_0^{n(i)} + \sum_{j=1}^{LH^n} d_{j-LH^n}^{n(i)} + V_0^{n(i)}) + (z_r^- - z_r^+) = 0 \quad (2.27)$$

$$\sum_{i=1}^M a^{n(i)} P_t^{n(i)} + \sum_{i=1}^M S^{n(i)} X_t^{n(i)} + (z_t^{n-} - z_t^{n+}) = W_t^n \quad (n \in K; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.28)$$

$$\sum_{i=1}^M a^{n(i)} P_t^{n(i)} + (z_t^{n-} - z_t^{n+}) = W_t^n \quad (n \in J - K; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.29)$$

$$I_t^{n(i)} = I_{t-1}^{n(i)} + P_{t-LP^n}^{n(i)} - d_t^{n(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.30)$$

$$B_t^{1(i)} = B_{t-1}^{1(i)} + d_{t-LH^1}^{1(i)} - D_t^{(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.31)$$

$$B_t^{n(i)} = B_{t-1}^{n(i)} + d_{t-LH^n}^{n(i)} - e^{sn(i)} P_t^{sn(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J1; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.32)$$

$$U_t^{n(i)} = U_{t-1}^{n(i)} - P_t^{n(i)} + d_t^{n(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.33)$$

$$V_t^{1(i)} = V_{t-1}^{1(i)} - d_t^{1(i)} + D_t^{(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.34)$$

$$V_t^{n(i)} = V_{t-1}^{n(i)} - d_t^{n(i)} + e^{sn(i)} P_t^{sn(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.35)$$

$$P_t^{n(i)} \leq U_{t-1}^{n(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.36)$$

$$d_t^{n(i)} \leq V_{t-1}^{n(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.37)$$

$$P_t^{n(i)} = L^{n(i)} X_t^{n(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in K; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.38)$$

$$\sum_{t=1}^T P_t^{n(i)} \geq Q^{n(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J) \quad (2.39)$$

$$\sum_{t=1}^T d_t^{n(i)} \geq R^n(i) \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J) \quad (2.40)$$

ここで,

$$R^{1(i)} = \max\{0, \sum_{t=1}^T D_t^{(i)} - B_0^{1(i)} + SB_T^{1(i)}\} \quad (i = 1, 2, \dots, M) \quad (2.41)$$

$$Q^{n(i)} = \max\{0, R^{n(i)} - I_0^{n(i)} + SI_T^{n(i)}\} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J) \quad (2.42)$$

$$R^{n(i)} = \max\{0, e^{sn(i)} Q^{sn(i)} - B_0^{n(i)} + SB_T^{n(i)}\} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J1) \quad (2.43)$$

$$B_t^{1(i)} \geq SB_t^{1(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.44)$$

$$B_t^{n(i)} \geq SB_t^{n(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J1; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.45)$$

$$I_t^{n(i)} \geq SI_t^{n(i)} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.46)$$

$$X_t^{n(i)} : \text{非負の整数} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in K; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.47)$$

$$P_t^{n(i)}, d_t^{n(i)} : \text{非負の整数} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.48)$$

$$U_0^{n(i)}, V_0^{n(i)} : \text{非負の整数} \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J) \quad (2.49)$$

$$z_t^{n-}, z_t^{n+} \geq 0 \quad (n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (2.50)$$

$$z_r^-, z_r^+ \geq 0 \quad (2.51)$$

式 (2.26) は、補充目標在庫水準の総和の最小化を表している。式 (2.27) は式 (2.26) の目標制約式である。式 (2.28) と式 (2.29) は各工程の各期における生産必要量と基準生産量と基準生産能力との差異で追加手当すべき生産能力の総和の最小化に関する目標制約式である。差異変数 z_t^{n-}, z_t^{n+} の値が生産能力調整に必要なデータとなる。

式 (2.30) から式 (2.32) は各在庫点の各期末における在庫量のバランス式である。式 (2.33) から式 (2.35) は各工程の、各品目の生産指示量、引き取り指示量のバランス式である。各工程における生産・引き取り指示量はその後工程で実際に消費された量に基づいて決定されるという引っ張り型生産指示方式の概念 \square を表現している。式 (2.36)、式 (2.37) は指示量による生産量制約および引き取り量制約を示している。式 (2.38) は、条件 (9) に対応するもので、段取り替えが必要な工程での生産量とサブロットとの関係を表している。式 (2.39)、式 (2.40) は条件 (3) に対応するもので、計画期間全体の割当量による生産・引き取り量制約を表現している。式 (2.41) から式 (2.43) はその割当量を定めたものである。式 (2.44) から式 (2.46) は各在庫点における期末在庫量に対する制約である。式 (2.47) から式 (2.49) は段取り回数、生産量、引き取り量および初期指示量に対する非負整数制約である。式 (2.50)、式 (2.51) は差異変数の非負制約である。

レジリエンスな生産計画

§ 3.1 生産計画の在庫切れのリスク評価尺度

生産管理においては、レジリエンスを備えつつ、在庫切れを生じさせず、在庫はできるだけ持たない生産計画が求められる。レジリエンスな生産計画を向上させるためには、リスクに対する高い認識が必要であり、リスクを計算するものとしてリスク評価尺度が重要である。従来より、適正在庫を決定する要素の1つに安全在庫 [6] がある。安全在庫とは、不確定な要素によって欠品が生じないように、最低限保管しておく在庫のことである。安全在庫の量が決まると、適正在庫の下限となる量が決定し、在庫の下限量を維持するよう努めれば、無駄な在庫を抱え込むことがなくなるうえ、在庫が不足するリスクもなくなり、余剰在庫によるキャッシュフローの悪化も防ぐことができる。安全在庫の計算では、安全係数の根拠や需要のばらつきに標準偏差を使うことなど不確実な要素の表現に正規分布を前提としている場合が多い。

安全在庫量の定義

$$\text{安全在庫係数} \times \text{在庫使用料の標準偏差} \times \sqrt{\text{発注リードタイム} + \text{発注感覚}} \quad (3.1)$$

内示情報を用いた生産計画問題は、従来から不確実な需要に対して、単位当たりの在庫コストと単位当たりの在庫切れ機会損失を与えて、在庫コストと在庫切れ機会損失の合計の期待値を最小となるように在庫補充を行うモデルがある。しかし、上野らは、単位当たりの在庫切れ機会損失を軽量することは実務上、非常に困難であるとの認識から、これを使わず期間全体を通じての未達率を定義し、計画目標未達率を制約としてモデルに組み込むこととしている。未達率とは、計画期間において「少なくとも1つ以上の期の在庫量が0未満になる（在庫切れが起きる）確率」である。期間全体の未達率は以下のように定義される [7]。

未達率の定義

$$SO_n = 1 - Pr\{(S_1, S_2, \dots, S_n | \cap_t^n (S_t \geq 0))\}$$

代表的なリスク評価尺度としてはバリュー・アット・リスク (Value-at-Risk: VaR)、AVaR がある。VaR とは、リスク分析の手法の1つで、現有資産の損失可能性を時価推移より測定する分析指標である。金融商品のポートフォリオを、現時点からある一定の期間保有するときに、リスク・ファクターの変動により、ある一定の確率で生じうる最大損失額のこ

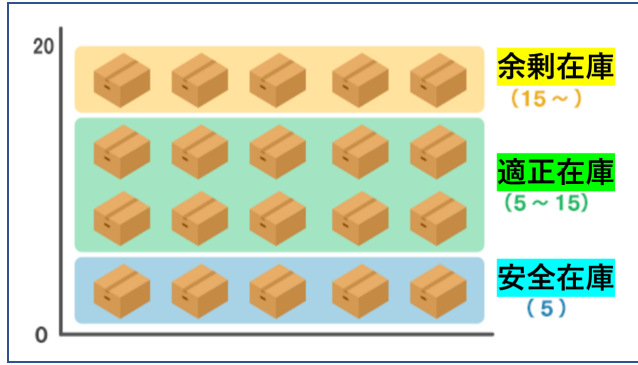


図 3.1: 安全在庫について

表 3.1: 安全在庫係数

許容欠品率 (%)	安全在庫係数
0.1	3.10
1.0	2.33
2.0	2.06
5.0	2.06
10.0	1.29
20.0	0.85
30.0	0.53

とである。VaRを求めることは、損益の分布の 100α 点を求めることができるが、超過損失の程度について把握することが困難であるという点や、劣加法性を満たさないという点が指摘されている。一方、AVaRでは、分布のすそが厚い場合には超過損失が大きくなりやすい場合の超過損失の平均は AVaR で把握することができる。AVaR は、単調性、劣加法性、正の同次性、平行移動不変性を満たしている。VaR と AVaR は次のように定義されている。

VaR と AVaR の定義

$$VaR(\epsilon) = -\inf(F(x) \geq \epsilon) = -F_x^{-1}(\epsilon) \quad (3.2)$$

$$AVaR(\epsilon) = \frac{\epsilon}{1} \int_0^\epsilon VaR(p) dp \quad (3.3)$$

生産計画を考えるときには、AVaR を用いることとする。ここで、AVaR に基づく生産計画問題について述べる。

AVaR に基づく週間生産計画問題

計画期間を n 期とする。 i ($\leq n$) 期の不確実な需要を d_i 、需要量の期待値を \bar{d}_i 、需要量の分散を ω_i^2 とし、互いに独立な正規分布に従うとする。

$$d_i \sim N(\bar{d}_i, \omega_i^2) \quad \forall i \quad (3.4)$$

$$Cov(d_i, d_j) = 0 \quad \forall i, j, i \neq j \quad (3.5)$$

需要量の分散共分散行列 A は、

$$A = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

となる。また、1 期から n 期までの累積需要量 D は、

$$D \equiv d_1 + d_2 + \dots + d_n \quad (3.7)$$

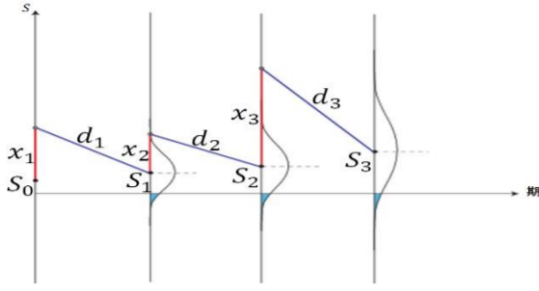


図 3.2: 未達率の図作る

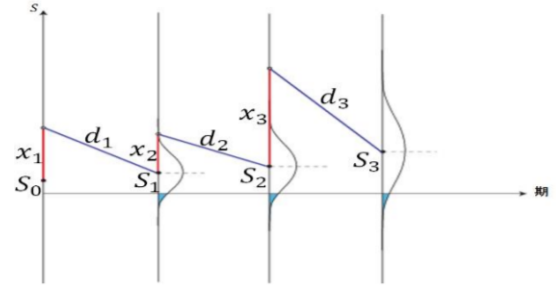


図 3.3: 期が進むごとの需要量の分散 (作り直すかも)

である．信頼水準を α とし， $VaR_D(1 - \alpha)$ を $Pr(D \geq x) \leq \alpha$ となる最小の x であるとする．全期間の累積需要量 D に対する $AVaR_{D|D}(1 - \alpha)$ は，

$$AVaR_{D|D}(1 - \alpha) = E[D|D > VaR_D(1 - \alpha)] \quad (3.8)$$

である．

§ 3.2 Shapley 値によるリスクの配分

協力ゲームの理論では，プレイヤーが提携し，その提携によって獲得された報酬を分配するような状況を考える．このときプレイヤー間で提携への貢献度が異なるとしたら，どのように報酬を分配することが公正な分配であるといえるか，各プレイヤーは作業全体に対してどれほど重要であり，その重要度に応じた合理的な報酬を期待できるか，という問題が生じる．Shapley 値はこのような状況における公正な報酬計算方法の 1 つである．状況を定式化するために，特性関数型ゲームの概念を導入する． n 人のプレイヤーの集合を $N = \{1, 2, \dots, n\}$ とする． \mathbb{R} を実数の集合とした場合， N の部分集合 2^N 上での実数値関数 $v: 2^N \rightarrow \mathbb{R}$ を特性関数と呼ぶ．各提携 $S (\subseteq N)$ に対して， $v(S)$ は提携 S のプレイヤーが協力することにより獲得できる報酬を表す．そのとき以下の性質をもつ．

$$v(\emptyset) = 0 \quad (3.9)$$

$$v(S \cup T) \geq v(S) + v(T) \quad (3.10)$$

式 3.10 は，優加法性を表している．すなわち，プレイヤー同士で協力した方が 1 人で行動するよりも報酬が低くならないことを表している．プレイヤーの集合 N と特性関数 v の組 (N, v) を特性関数形ゲームと呼ぶ．

Shapley 値は，提携に対するプレイヤーの貢献度に応じて報酬を分配する方法である．この解は，Shapley [] によって定義されたため，Shapley 値と呼ばれる．任意の $i \in N$ と任意の部分集合 $S \subseteq N \setminus \{i\}$ に対して $v(S \cup \{i\}) - v(S)$ を S に対するプレイヤー i の限界貢献度と呼ぶ．これは，プレイヤー i が S に加わることによって，獲得できる報酬が $v(S)$ から $v(S \cup \{i\})$ に変化するため，その差はプレイヤー i が S に加わることによって生じる追加的な貢献度と解釈できる．この限界貢献度を用いて，Shapley 値は以下のように定義される．

ゲーム理論における Shapley 値

任意の部分集合 S に対して

$$\phi_i(v) = \sum_{S \subset N \setminus \{i\}} \frac{|S|!(n - |S| - 1)!}{n!} (v(S \cup \{i\}) - v(S)) \quad (3.11)$$

また, Shapley 値は以下のような性質を満たすため, 配分として扱う.

個人合理性

個人合理性とは, すべてのプレイヤーに 1 人で提携を作るときの利得 $v(\{i\})$ 以上の利得を与える性質. すなわち, N のすべてのプレイヤー i に対して,

$$\phi_i(v) \geq v(\{i\}) \quad (3.12)$$

が成り立つ.

全体合理性

N 全体の提携値は各プレイヤーの利得の総和である.

$$\sum_{i \in N} \phi_i(v) = v(N) \quad (3.13)$$

対称性

プレイヤー i とプレイヤー j が同様の意味を持つ. すなわち, $v(S \cup \{i\}) = v(S \cup \{j\})$ が N の i も j も含まない全ての部分集合 S に成り立つ場合,

$$\phi_i(v) = \phi_j(v) \quad (3.14)$$

である.

加法性

2つの特性関数 v と w によって作った提携ゲームの和 $v + w$ において, 各プレイヤーの報酬はそれぞれの提携ゲームで得られる報酬の和と一致する.

$$\phi_i(v + w) = \phi_i(v) + \phi_i(w) \quad (3.15)$$

これが N のすべてのプレイヤーについてそれぞれ成り立つ.

ナルプレイヤーに関する性質

ナルプレイヤー i に対して報酬を与えない. ここで, プレイヤー i がナルプレイヤーであるとは, i が N の i を含まないすべての部分集合 S について, $v(S \cup \{i\}) = v(S)$ を満たすことをいう.

以下に特性関数形ゲームの例を挙げ, Shapley 値で解く.

表 3.2: 例における各プレイヤーの限界貢献度

全体提携の形成過程	各プレイヤーの限界貢献度		
	1	2	3
1 ← 2 ← 3	0	18	21
1 ← 3 ← 2	0	21	18
2 ← 1 ← 3	18	0	21
2 ← 3 ← 1	18	0	21
3 ← 1 ← 2	18	21	0
3 ← 2 ← 1	18	21	0
シャープレイ値 $\phi(v)$	12	13.5	13.5

特性関数形ゲームの例

A, B, C の3人がお店からタクシーを相乗りして帰宅することにした。お店と3人の家は同じ国道沿いにあり、お店から A, B, C の順に家があるため、そのお店からそれぞれの家にタクシーで帰宅した場合、 A の家まで1800円、 B の家まで2100円、 C の家まで2900円の料金がかかる。最後に下車する C が料金を支払い、翌日にみんなで清算する場合、それぞれいくらずつタクシー料金を負担すればよいか。

Shapley 値で解く

プレイヤー数は3人であるため、1人ずつ加わり、全体提携が形成される過程は6通りある。その各形成過程において、各プレイヤーの限界貢献度は、表3.2となる。表3.2において、第1列は全体の提携の形成過程を表し、例えば、 $1 \leftarrow 2 \leftarrow 3$ は、プレイヤー1, 2, 3の順で加わり、全体提携が形成されることを表している。表3.2より、例における各プレイヤーの Shapley 値は、 $\phi_1(v) = (18 \cdot 4)/6 = 12$, $\phi_2(v) = \phi_3(v) = (18 + 21 \cdot 3)/6 = 13.5$ となる。したがって例において、Shapley 値の考え方に従った場合、 A, B, C はそれぞれ $1800 - 1200 = 600$ 円、 $2100 - 1350 = 750$ 円、 $2900 - 1350 = 1550$ 円ずつタクシー代を負担することになる。

ここで生産計画にゲーム理論を適用して考える先行研究がある [1]。累積需要量 D に対する $AVaR_{D|D}(1 - \alpha)$ を満足して、かつ期別の生産計画を求めるには、 $AVaR_{D|D}(1 - \alpha)$ を期別に適正に配分することが必要である。 $AVaR$ は劣加法性を満たしていることから、特性関数 v は、 $-AVaR$ とすることで優加法性を満たす。

提携 S の特性関数

特性関数 $v(S)$ を求める。 i 期の在庫量に影響を及ぼす需要量 D_i とその特性を求めておく。

$$D_i \equiv d_1 + d_2 + \cdots + d_t = \sum_{t=1}^i d_t \quad (3.16)$$

である． D_i の特性は， $i < j$ として，

$$E[D_i] = \sum_{t=1}^i \bar{d}_t \quad (3.17)$$

$$Var[D_i] = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \cdots + \omega_i^2 = \sum_{t=1}^i \omega_t^2 \equiv \sigma_{ii} \quad (3.18)$$

$$Cov[D_i, D_j] = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \cdots + \omega_i^2 = \sum_{t=1}^i \omega_t^2 \equiv \sigma_{ij} \quad (3.19)$$

となる．すなわち， D_i の分散共分散行列 Σ は，

$$A = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \omega_1^2 & \cdots & \omega_1^2 \\ \omega_1^2 & \omega_1^2 + \omega_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \omega_1^2 + \omega_2^2 + \cdots + \omega_{n-1}^2 \\ \omega_1^2 & \cdots & \omega_1^2 + \omega_2^2 + \cdots + \omega_{n-1}^2 & \omega_1^2 + \omega_2^2 + \cdots + \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\equiv \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ \sigma_{n1} & \cdots & & \sigma_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

となる．これらを用いて，提携 S の特性関数は，

$$v(S) = -AVaR_{D(S)|D}(1 - \alpha) = -\left(\sum_{i \in S} \bar{d}_i + K \sqrt{\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \sigma_{ij}}\right) \quad (3.22)$$

$$K = \frac{\varphi(z_{1-\alpha})}{1 - \Phi(z_{1-\alpha})} \quad (3.23)$$

$$z_{1-\alpha} = \frac{VaR_{D(S)}(1 - \alpha) - \sum_{i \in S} \bar{d}_i}{\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} \sigma_{ij}} \quad (3.24)$$

である．式 3.22 で求めた特性関数を式 3.11 に代入することで Shapley 値を導出することができる．

§ 3.3 遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化

遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm: GA）とは，1975 年に，ミシガン大学の John Holland が提案した，近似解を探索するためのメタヒューリスティックアルゴリズムである [10]．メタヒューリスティックアルゴリズムとは，特定の問題だけに限らず，どんな問題に対しても汎用的に対応できるように設計された，アルゴリズムの基本的な枠組みのことである．

GA は、解の候補であるデータを遺伝子で表した「個体」を複数体用意し、適応度関数によって計算された適応度の高い個体を優先して選択し、生命の進化過程である交叉、突然変異や淘汰などの操作を繰り返し行うことで最適な解の探索をする。

GA の基本的な流れを以下に示し、各ステップの説明をする。

1. ランダムで複数の個体を生成
2. 各個体それぞれの適応度を計算
3. 「選択」、「交叉」、「突然変異」の操作により次世代の個体を生成
4. 世代交代
5. 最終世代で一番高い適応度を持つ個体が解

最初に一世代目の個体をランダムに生成する。このとき、個体の各遺伝子のパラメータはランダムに設定がされている。次に、その世代のすべての個体の適応度を計算する。適応度とは、初期に生成した個体が環境にどれだけ適応できているかを評価する値である。一般に GA では、適応度関数は最大化、または最小化の形で定義されることが多い。

選択

選択とは、新しい世代を生み出す際の遺伝子操作の一つであり、適応度によって次の世代の母集団を作成する。適応度の高い個体ほど多くの子どもを生むように選択を行う。選択の方法として、ルーレット選択、トーナメント選択、ランキング選択、エリート選択があるが、どの方法も、生き残る個体を絞り込み、母集団を最適解に収束させる役割を持っている。

ルーレット選択

ルーレット選択とは、個体群におけるそれぞれの個体の適応度と、それらの統計を求め、適応度の合計に対する、各個体の適応度の割合を選択確率として個体を選択するという考え方である。従って、適応度の高い個体が次世代の個体として選ばれる可能性が高くなる一方、適応度の低い個体であっても次世代の個体に選ばれる可能性もゼロではないので、個体群の多様性を保つことができ、局所的な最適解に陥ってしまうことを防止できるというメリットがある。

トーナメント選択

トーナメント選択とは、あらかじめトーナメントサイズを決めておき、個体群からランダムで個体をサイズ分取り出し、取り出した個体の中で一番高い適応度を持つ個体を選択する方法である。トーナメントサイズの設定により、どれくらい淘汰するかといった具合を調整できる。

エリート保存選択

エリート保存選択とは、個体群の中で最も適応度の高い個体を、そのまま無条件で次世代に残すという選択と、それに類似した選択方法のことである。確率のみに従って個体を選択し、交叉や突然変異のステップに進むと、非常に適応度の高い個体が現れても消滅してしまうことがあるということは、局所的な最適解に陥るのを防ぐことにも繋がるが、良い解を少ない回数で得たい場合には障害になってしまう。そのため、エリート保存選択が提案されてきた。

交叉

交叉とは、生物が交配によって子孫を残すことをモデル化したものである。基本的には選択によって選ばれた個体に対して、ある交叉位置における双方の染色体の一部ずつを組み換え、新しい個体の染色体を作成する遺伝子操作である。

突然変異

突然変異とは、ある一定の確率で、個体の染色体上の遺伝子を別の遺伝子に置き換える操作である。交叉によって生成される個体は、その親遺伝子に依存した限られた範囲の個体であるため、突然変異は個体群の多様性を維持する役割を担っているといえる。

突然変異の操作の後、適応度関数によって各個体の適応度を求め、上記の選択、交叉、突然変異の過程を繰り返すことで、世代を交代しながら最適な解を探索する。世代交代の過程で最適解が得られたと判断された場合や、世代交代数を設定しておき、最終世代数に達したときに生き残っていた個体集団の中で、もっとも高い適応度の個体を最適解と見なす場合に GA は終了する。

次に、本研究で扱う手法である、非優越ソート GA(Non-dominated Sorting Genetic Algorithm: NSGA-II) について説明する。NSGA-II とは、Deb らによって 2002 年に提案された [11]、GA を多目的最適化問題に拡張したものである。

NSGA は、Goldberg により提案された非優越ランキングソート [12] とシェアリングを組み合わせた個体の評価方法を用いており、パレートのアプローチに基づく手法の一つである。NSGA-II では、NSGA と比較して次の 3 点において改良、変更が行われている。

- エリート主義の導入
- 混雑距離の導入
- 高速ソートの実現

上記におけるエリート主義とは、探索中に得られる多目的におけるパレート個体の保存を意味している。NSGA-II では、パレート保存する個体数は常に一定であり、保存したパレート個体を選択に反映させる方法を用いている。また、混雑距離とは従来までのシェアリングに代わる個体のばらつき度合いを評価する方法であり、解の両隣にある 2 つの解の平均距離である。

ここで、 i 番目の解 $x^{(i)}$ の混雑距離は、 $x^{(i)}$ に関数値が最も近接する $i-1$ 番目と $i+1$ 番目の解 $x^{(i-1)}$ と $x^{(i+1)}$ 、 $\bar{f}_j(\cdot)$ は、 i 番目の目的関数 $f_j(\cdot)$ をその値域幅で正規化した目的関数とすると、次のように定義される。

$$CD(x^{(i)}) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k |\bar{f}_j(x^{(i+1)}) - \bar{f}_j(x^{(i-1)})| \quad (3.25)$$

隣接する個体間の距離を適合度とする為、シェアリングと異なりパラメータフリーという特徴を持っている。また、NSGA-II は NSGA 同様、Goldberg の非優越ソートを用いている。

NSGA-II における一連のアルゴリズムについて各 Step ごとに以下示す。

1. 初期化: N 個の個体をランダムに生成する (パレート保存個体群 P_1 生成). 世代 $t = 1$ とする.
2. 遺伝的操作: 個体群 P_t を用いて選択, 交叉, 突然変異といった遺伝的操作を行い次世代子個体群 Q_{t+1} を作成する.
3. 個体群の統合: 母集団 P_t と Q_t を組み合わせる. $R_t = P_t \cup Q_{t+1}$
4. パレート個体保存選択: 母集団 R_t に対して高速非優越ソートおよび混雑度の計算を行い, 各個体の適合度割り当てを行う. 適合度の上位から順に N 個体を選択しパレート保存個体群 P_{t+1} を作成する.
5. 終了判定: 世代を $t = t + 1$ とし, 終了判定を行う. 終了条件を満たしている場合は, パレート保存個体群 P_{t+1} を最終解 A として出力. 終了条件を満たしていなければ Step2 へ戻る.

ここで重要となるのが, Step2 におけるバイナリトーナメント選択の際の判断基準の, 適合度割り当てについてである. NSGA-II ではこの選択において, ニッチ比較操作に基づく選択を行っており, より多様性を重視した選択を行っている.

提案手法

§ 4.1 許可構造を伴うゲームと許可値

許可構造 [13] はプレイヤーを頂点とする有向グラフ (N, D) で与えられる。ただし、 $D \subseteq \{(i, j) | i, j \in N, i \neq j\}$ は有向枝 (i, j) が D に含まれることはプレイヤー j が行動するためにはプレイヤー i の許可が必要であることを表している。許可構造を伴うゲームを (N, v, D) で表す。許可構造を伴うゲームにおける実行可能な提携を定義する。ある提携が実行可能となるためには、そのメンバーの上位プレイヤーすべてがその提携に参加する必要があると仮定する。したがって、許可構造を (N, D) とすると、実行可能な提携の集合は $\mathcal{F}_D = \{S \subseteq N | \Gamma_D^-(i) \subseteq S, \forall i \in S\}$ と定義される [14]。各 $S \subseteq N$ に対して、 S に包含される最大の実行可能提携を \bar{S} とすると、 (N, v, D) に対する制限ゲーム v^D は以下のように定義される。各 $S \subseteq N$ に対して、

$$v^D(S) = v(\bar{S}) \quad (4.1)$$

許可構造を伴うゲーム (N, v, D) に対する許可値 $\rho(v, D)$ は制限ゲーム v^D の Shapley 値によって定義される。

$$\rho(v, D) = \phi(v^D) \quad (4.2)$$

例題

$N = 12345$, $a = (1, 2, 3, 3, 4)$ とし、各 $S \subseteq N$ に対して、提携値を $v(S) = \sum_{i \in S} a_i$ で与える。プレイヤー間に図 3.1 のような根付き木の許可構造 $D = \{(1, 2), (2, 3), (2, 4), (4, 5)\}$ があるとする。実行可能提携の集合は $\mathcal{F}_D = \{1, 12, 123, 124, 1234, 1245, 12345\}$ となる。制限がない場合の Shapley 値は $\phi(v) = a = (1, 2, 3, 3, 4)$ となる。許可値 $\rho(v, D)$ を求める。制限ゲーム v^D の Harsanyi 係数は、 $S \in \{1, 12, 123, 124, 1245\}$ に対しては、 $d_1 = 1$, $d_{12} = 2$, $d_{123} = 3$, $d_{124} = 3$, $d_{1245} = 4$, それ以外の提携では 0 になるため、許可値は $\rho(v, D) = (5, 4, 1, 2, 1)$ となる。許可構造を考慮することによって下位プレイヤーではなく上位のプレイヤーに報酬が集中することがわかる。

また川の汚染を許可構造とみなしてゲーム理論の許可構造で解いている先行研究がある [15]。汚染された川がいくつか異なる地域を通るときに、川をきれいにするための費用を地域間でどのように分担すべきかという問題である。この先行研究では、接続詞許可値の公理化に基づいて 2 つの共有方法の新しい公理化を取得すること、および別の制限付きゲームの Shapley 値として取得される代替の選言許可値を適用することを目的としている。また、アップストリーム均等共有 (Upstream Equal Sharing: UES) 方式や、ダウンスト

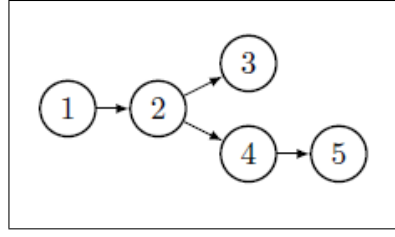


図 4.1: 許可構造

リーム均等共有（Downstream Equal Sharing: DES）方式について，許可構造を持つ関連ゲームの接続許可値と一致することを示す．許可構造のあるゲームは，協力的な譲渡可能なユーティリティゲームのプレイヤーが，他のプレイヤーと協力する前に上司の許可が必要な階層構造に属している状況をモデル化する．許可構造をもつゲームで最もよく知られていることの1つは，関連する制限付きゲームの Shapley 値として取得される接続許可値である．

有限のプレイヤー $N \subset N$ が協力によって特定の見返りを生み出すことができる状況は，譲渡可能な効用を備えた協力ゲーム（または単に TU ゲーム）によって説明できる．ここで， $v: 2^N \rightarrow \mathbb{R}$ の (N, v) は， $v(\emptyset) = 0$ を満たす N の特性関数である．

§ 4.2 許可値による多段階工程のリスクの配分

引っ張り型生産指示方式は，最終工程に需要量 D が指示される．従来の研究では 3.3 章より，需要量 D は定まっており，不確実性を考慮していない．すなわち，必ず需要量分だけ生産する形となっている．また，期末目標在庫量は期間ごとに各工程の各品目で値が決められており，期末目標在庫量を下回らないようになっている．期末目標在庫量を下回れば，前段階の工程から部品を持ってくるという流れとなっている．

そこで本研究では，需要量 D に分散でばらつきを与えることによって，不確実性を持っているものとする．需要量 D の在庫切れのリスクを正規分布で捉え，AVaR を用いることによってリスクを導出する．また，期末目標在庫量を 0 とし，最低限の在庫を保持するものとする．期末目標在庫量を 0 とした引っ張り型生産指示方式を解いた結果が表〇〇である．

§ 4.3 提案手法のアルゴリズム

最後に，本研究で提案したリスク評価指標 AVaR と許可値を用いたリスクを考慮した生産在庫システムのアルゴリズムについてまとめる．2.3 章で説明した引っ張り型生産指示方式のモデルを用いる．ここでモデルを使うにあたり，定式化の制約条件の式 (2.32)，式 (2.44)，式 (2.45) と式 (2.46)，を以下のように修正する．

$$B_t^{n(i)} = B_{t-1}^{n(i)} + d_{t-LH^n}^{n(i)} - \sum_{j=1}^M e^{sn(i,j)} P_t^{sn(j)} \quad (i, j = 1, 2, \dots, M; n \in J1; t = 1, 2, \dots, T) \quad (4.3)$$

$$V_t^{n(i)} = V_{t-1}^{n(i)} - d_t^{n(i)} + \sum_{j=1}^M e^{sn(i,j)} P_t^{sn(j)} \quad (i, j = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (4.4)$$

$$B_t^{1(i)} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots, T) \quad (4.5)$$

$$B_t^{n(i)} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J1; t = 1, 2, \dots, T) \quad (4.6)$$

$$I_t^{n(i)} \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, M; n \in J; t = 1, 2, \dots, T) \quad (4.7)$$

ここで、式 (4.3) と式 (4.4) は第 n 工程の品目 i とし、直後工程の品目 j として、品目 j を 1 個作るために品目 i がいくつ必要になるか $e^{sn(i,j)}$ で表している。式 (4.5)、式 (4.6)、式 (4.7) は期末目標在庫の制約式となっている。元のモデルでは、期末目標在庫を決めていたが、ここで 0 に設定することで、在庫をできるだけ持たないような制約となる。

数値実験並びに考察

§ 5.1 数値実験の概要

本研究では，4.3 章で説明したように，多段階多品目の生産計画について，リスク評価尺度 AVaR とゲーム理論の許可構造を用いて，在庫切れのリスクを配分することによって，

§ 5.2 実験結果と考察

今回の実験結果により，提案手法で

おわりに

従来の生産計画では、不確実性をもっており、それを考慮するときに、在庫切れのリスクを各期間に等確率で割り振るものや、AVaR と Shapley 値を用いるものがあったが、単一段階・単一品目で考えられていた。しかし実際の製造業では、そうではないため多段階多品目に拡張した。

謝辞

本研究を遂行するにあたり，多大なご指導と終始懇切丁寧なご鞭撻を賜った富山県立大学工学部電子・情報工学科情報基盤工学講座の奥原浩之教授，António Oliveira Nzinga René 講師に深甚な謝意を表します．またシステム開発および数値実験にあたり，ご助力いただいた電子・情報工学科3年の大森一輝氏に感謝の意を表します．最後になりましたが，多大な協力をしていただいた研究室の同輩諸氏に感謝致します．

2022 年 2 月

川口 晏璃

参考文献

- [1] Sunil Chopra and Peter Meindl, “Supply Chain Management Strategy, Planning and Operations: Strategy, Planning and Operation ”, *Prentice Hall*, 2000.
- [2] Guillermo Gallego and Ozalp Ozer, “Optimal Use of Demand Information in Supply Chain Management ”, *Economics*, 2002.
- [3] 上野信行, 古田恭三, 奥原浩之, 渋谷宏明, 倉本敏明, “マスカスタマイゼーション対応生産計画システムの多品種モデルへの拡張”, システム制御情報学会論文誌, Vol. 18, pp. 89-99, 2005.
- [4] 上野信行, 田口雄基, 奥原浩之, “AVaR に基づいた週間生産計画法の提案-ゲーム理論的アプローチ-”, 日本オペレーションズ・リサーチ学会和文論文誌, Vol. 58, pp. 101-121, 2015.
- [5] “BOM とは?”, <https://www.presight.co.jp/glossary/detail/bom.php>, 閲覧日 2022. 1. 15.
- [6] “安全在庫とは? 在庫管理を最適化して利益を上げる計算方法”, <https://www.robot-befriend.com/blog/anzenzaiko/>, 閲覧日 2022. 1. 15.
- [7] 上野信行, 川崎雅也, 奥原浩之, “内示情報を用いた未達率指標による生産計画システムの提案”, システム制御情報学会論文誌, Vol. 23, No. 7, pp. 147-156, 2010.
- [8] 渡辺展男, “モデリングシステムを用いた生産計画問題の解法 (2): 引っ張り型生産指示方式の多目標モデル”, 専修経営年報, Vol. 31, pp. 45-77, 2007.
- [9] “動的ロットサイズ問題”, <https://scmopt.github.io/opt100/51lotsize.html>, 閲覧日 2022. 1. 25.
- [10] John Holland, “Genetic Algorithms”, *Scientific American* Vol. 267, pp. 66-73. 1992.
- [11] Kalyanmoy Deb, Amrit Pratap, Sameer Agarwal and T. Meyarivan, “A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, pp. 182-197, 2002.
- [12] David Goldberg, “Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning”, *Addison-Wesley*, 1989.
- [13] 楠木祥文, “提携の実現に制限のある協力ゲーム”, システム制御情報学会論文誌, Vol. 62, pp. 28-33, 2018.
- [14] Rene van den Brink, “Games with a permission structure - A survey on generalizations and applications”, *TOP*, Vol. 25, No.1, pp. 1-33, 2017.

- [15] Rene van den Brink, Smin He, Jia-Ping Huang, “Polluted river problems and games with a permission structure”, *Games and Economic Behavior*, Vol. 108, pp. 182-205, 2018.

