卒業論文

レジリエンスな多品目多段階生産在庫システムにおける リスク評価指標AVaRと許可値による最適化

Optimization Using Risk Measure AVaR and Permission Value
in Resilience Multi-Item Multi-Level Production Inventory System

富山県立大学 工学部 電子・情報工学科
1815029 川口 晏璃
指導教員 António Oliveira Nzinga René 講師
提出年月: 令和4年2月

目 次

図一覧

表一覧

記号一覧

以下に本論文において用いられる用語と記号の対応表を示す.

用語	記号

第1章

はじめに

§ 1.1　本研究の背景

生産内示は，日本の製造業界の伝統的な情報共有のやり方であり，内示情報を仲立ちとした企業間連携，すなわち日本独特のサプライチェーン・マネジメントである [1]. 内示情報とは発注者が製造者へ提示する事前注文予測量のことである.「内示方式」の詳細は，業界により，業種により，企業間の連携の仕方により異なる．すなわち内示は提示されるタイミングと提示される生産情報期間により多くの種類がある．たとえば,「毎週金曜日に提示，翌々週の月曜日から先 1 週間までの日別の生産量に関する参考情報」などである．また，数量が確定した注文情報（以下，確定注文という）は，納入日（納期）の数日前から当日までの間に提示されることが多い．したがって，基本形は,「内示情報（提示される期間と内示量の明細）」と「納入日に対して何日前に提示されるか」により規定される．内示情報は確定注文ではないため不確実性をもっている．こういったリスクに対してレジリエンスを考慮した生産・在庫管理が不可欠である．

内示を先行需要情報と考えて，在庫補充政策を論じている研究がある．いわゆる新聞売り子問題の拡張版であり，先行需要情報を入手することは補充リードタイムを需要リードタイムに応じて削減できることなどが示されている．また製造業では，資材所要量計画（Material Requirement Planning: MRP）[2] が活用されている．MRP は生産計画に基づき，部品表を作成して必要資材の数を管理する手法である．導入する目的は，製品に必要となる資材の量や納期を把握することによって，無駄の少ない生産を実現するためである．納期回答（Available to Promise: ATP）は，サプライチェーン・マネジメントでの重要な概念の一つで，注文を受けてから納品できる数量と納期を回答することである．サプライチェーンのグローバル化が進んだり，複雑な製造プロセスで製品が完成する企業においては ATP は難しくなっている．MRP における ATP システムは，先行需要情報として注文を扱う点では似てはいるが，在庫予想と在庫への注文割り当てが中心に議論されている．

一般的には，受注後，その数量，製造仕様に基づいて生産開始する形態である受注生産方式の活用できる範囲は少ない．製造リードタイムは納入リードタイムより長く，そのため確定注文を待ってからでは納入が間に合わない．したがって，確定注文が内示とずれる前提で内示情報に基づいて見込み生産を開始しておき，受注後，確定した製造仕様，数量に基づいて最終製品を生産する形態である見込み生産方式にならざるを得ない．

近年では，市場ニーズの多様化・個性化により，多くの種類の製品やそのバリエーションが市場にあふれ，顧客が製品仕様を自由に選択できる範囲は広がっている．顧客の要望する納入リードタイムはますます短くなり，また個別の製品ごとには，受注量の変動が大き

く，需要の不確実性がますます増大している．このことがサプライチェーン全体や調達先の都合をも含めた予想や発注が難しくしている．

§ 1.2　本研究の目的

生産システムには押し出し型生産システムと引っ張り型生産システムの 2 つに分けられる．押し出し型生産システムとは，上流の作業工程から下流の作業工程に原材料の調達や作業準備，作業開始のタイミングを通知するシステムである．押し出し型生産システムでは，在庫情報，部品構成表情報，生産計画情報をもとにして，資材の必要量とタイミングを決定する．引っ張り型生産システムとは，押し出し型生産システムとは反対に，下流の作業工程から上流の作業工程に原材料の調達や作業準備，作業開始のタイミングを通知するシステムである．基準数量だけ製品在庫をストックしておき，製品在庫のストックが発注点を切ると補充生産を行うものである．引っ張り型生産システムを実現するにはいくつか前提条件がある．定量在庫の決定と管理ができることや，安定して製品の製造ができることなどが挙げられる．これらの条件を満たすことは難しく，引っ張り型生産システムを行うことができない企業は少なくない．

押し出し型生産システムの先行研究 [] では，多期間における生産計画を考える際，在庫品切れ率（未達率）を定義し，その未達率を各期間に等分することによってリスクを振り分けていた．しかし，不確実な需要というものは正規分布を前提に表現されており．期間が進むにつれて，加法性により正規分布のすそは広がっていくことになる．そのため未達率を等分することは，各期間の内示情報や，在庫品切れの正規分布の加法性は考慮されていなかった．また，在庫切れのリスクをアベレージ・バリュー・アット・リスク（Average value-at-risk: AVaR）で捉え，ゲーム理論のシャープレイ値を用いて生産計画を考えている研究がある []．この先行研究は，各期間の特性に応じたリスクの振り分けをされていたが，多期間で単一製品だけを取り扱ったものである．よって，部品や部品の加工などの工程が無視されており，一般的な製造業には適していないものであった．

そのため本研究では，一般的な製造業に対して，複数製品を取り扱う多段階工程の最適な生産・在庫管理を大きな目的としている．市場ニーズの多様化・個性化で顧客がカスタマイズできるようになった背景より，製品の需要の不確実性が増すこととなったため，その不確実性を考慮する．先行研究より生産在庫システムは引っ張り型生産のモデルについて最適化を行う．最終工程に与えられる需要量に分散でばらつきを与え，不確実性を考慮する．需要量を正規分布で表し，在庫量の分布のすその大きさから生じるリスクを表現する AVaR を用いる．引っ張り型生産システムのモデルより，ゲーム理論の提携に制限のある協力ゲームを応用して，許可値によって各工程に AVaR を振り分けるようにすることで，在庫切れが起きない最低限の生産量と在庫量を目的とした生産在庫システムを提案する．

提案手法の有意性を検証する必要がある．まず，各期において確定している需要量を与える．そこから各工程で品目ごとに期末目標在庫量を 0 として，生産指示量と引き取り指示量を導出し，その際の在庫量と生産量の値を確認する．本研究では，需要量は不確実性を持っている生産計画を考えるため，需要量に分散を与え，不確実性を持たす．不確実性をもった需要量では在庫切れが起こるリスクは増える．よって，期末目標在庫量を 0 にセットするのではなく，AVaR と許可値によって各工程に在庫切れのリスクを割り振ることによっ

て，品切れが起こらない最適な生産量・在庫量を決定する．

§ 1.3　本論文の概要

本論文は次のように構成される．

第 1 章 本研究の背景と目的について説明する．背景ではサプライチェーンと生産・在庫管理の研究の重要性について述べる．目的は多品目多段階生産在庫システムについてリスクを考慮した最適化について提案することを述べる．目的は多段階多品目の最適な生産計画について述べる．

第 2 章 多段階多品目動的ロットサイズについて説明する．基礎となる単一段階・単一品目についてまとめる．また，標準定式化とエシェロン在庫を用いた定式化について述べる．

第 3 章 単一段階・単一品目におけるリスク評価指標とゲーム理論を組み合わせたレジリエンスな生産計画について述べる．

第 4 章 提案手法のリスク評価指標の部分とリスクを配分する部分について述べる．その後，本研究の提案手法の流れについて述べる

第 5 章 提案手法に基づいて多段階多品目における生産計画の最適化を行う．そして，本研究の提案手法によって得られた結果が有意であることを示す．

第 6 章 本研究で述べている提案手法をまとめて説明する．また，今後の課題について述べる．

第2章

多品目多段階動的ロットサイズ決定問題

§ 2.1　単一品目・単一段階動的ロットサイズ決定問題

多品種少量の製品の構成部品を，ある加工・組立システムで生産する場合，必要なときに必要な量を作る生産計画法の１つとして，MRP システムがある．この MRP システムの中の１つの重要な要素として，ロットサイズ決定問題がある．部品構成表に従って部品展開された各構成レベルのすべての部品に対してロットサイズが必要となる．その基本的な問題として単一製品のロットサイズ決定問題がある．ここでは，図 2.1 のような単一品目・単一段階モデルを考える．単一品目・単一段階の動的ロットサイズ決定問題の基本形は，以下の仮定をもつ．

1. 期によって変動する需要量をもつ単一の品目を扱う．
2. 品目を生産する際には，生産量に依存しない固定費用と数量に比例する変動費用がかかる．
3. 計画期間はあらかじめ決められており，最初の期における在庫量（初期在庫量）は 0 とする．任意でも可能である．
4. 次の期に持ち越した品目の量に比例して在庫（保管）費用がかかる．
5. 生産時間は 0 とする．これは，生産を行ったその期にすぐに需要を満たすことができることを表す．発注を行う場合には，発注すればすぐに商品が届くこと，すなわちリードタイムが 0 である．
6. 各期の生産可能量には上限がある．
7. 生産固定費用，生産変動費用，ならびに在庫費用の合計を最小にするような生産方策を決める．

単一品目・単一段階動的ロットサイズ決定問題の定式化

$$
\begin{aligned}
\text{minimize} \quad & \sum_{t=1}^{T} (f_t y_t + c_t x_t + h_t I_t) & & (2.1)\\
\text{subject to} \quad & I_{t-1} + x_t - I_t = d_t & \forall t = 1, \ldots, T \quad & (2.2)\\
& x_t \leq M_t y_t & \forall t = 1, \ldots, T \quad & (2.3)\\
& I_0 = 0 & & (2.4)\\
& x_t, I_t \geq 0 & \forall t = 1, \ldots, T \quad & (2.5)
\end{aligned}
$$

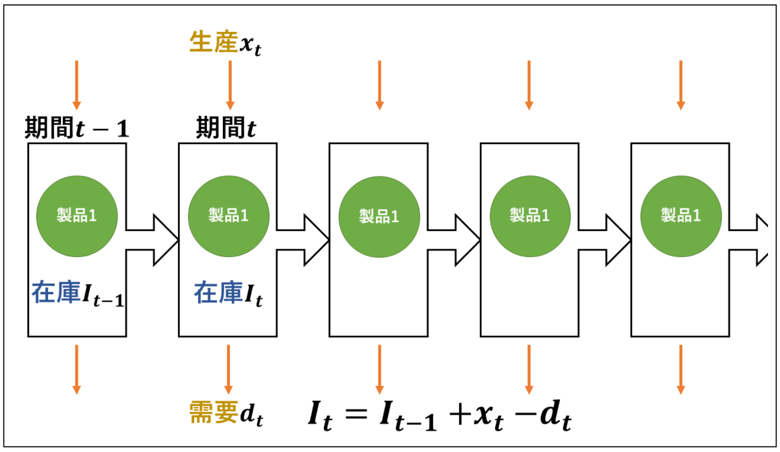

図 2.1: 単一品目・単一段階の概念図

$$y_t \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, \ldots, T \tag{2.6}$$

上の定式化の制約条件式（2.2）は，各期における品目の在庫保存式である．前期からの繰り越しの在庫量 I_{t-q} に今期の生産量を加え，需要量 d_t を減らしたものが来期に持ち越す在庫量 I_t であることを意味する．式（2.3）は，生産を行わない気における生産量が 0 であり，生産を行う期においてその上限が M_t 以下であることを表す式である．式（2.4）は，初期在庫量が 0 である．各期の生産可能量に制約がない場合には容量制約なしのロットサイズ決定モデルと呼ばれる．容量制約なしの単一品目・単一段階のロットサイズ決定モデルは，動的最適化を適用することによって，効率的に解くことができる．

$1, \ldots, j$ 期までの需要を満たすときの最小費用を $F(J)$ と書く．初期条件は，

$$F(0) = 0 \tag{2.7}$$

と書くことができる．再帰方程式は，期 j までの最小費用が期 $i(< j)$ までの最小費用に，期 $i+1$ に生産を行うことによって期 $i+1$ から j までの需要をまかなうときの費用 $f_{i+1} + c_{i+1}(\sum_{t=i+1}^{j} d_t) + \sum_{s=1}^{j-1} h_s \sum_{t=s+1}^{j} d_t$ を加えたものになる．よって，

$$F(j) = \min_{i \in \{1, \ldots, j-1\}} \{F(i) + f_{i+1} + c_{i+1}(\sum_{t=i+1}^{j} d_t) + \sum_{s=i+1}^{j-1} h_s \sum_{t=s+1}^{j} d_t\} \tag{2.8}$$

となる．式（2.8）の再帰方程式を $j = 1, 2, \ldots, T$ の順に計算することによって，もとの問題の最適費用 $F(T)$ を得ることができる．

§ 2.2　多品目多段階動的ロットサイズ決定問題とエシェロン在庫

ここで，多段階にわたって多品目の製造を行うときのロットサイズ決定問題を考える．多品目多段階ロットサイズ決定問題とは，多品目多段階生産在庫システムにおいて取り扱わ

れる各々の品目に対する処理（原材料の発注，半製品の加工，製品の組立など）のロットサイズをそれぞれいくらにするかを決定する問題である．

研究の視点は実際の処理に先立って各品目のロットサイズの目安を与えるという点にある．したがって実際の処理計画すなわちスケジューリングについては円滑な処理ができるようあらかじめ配慮しておく必要がある．具体的には，これは工程稼働率の状況に応じてバッファーとしての仕掛品在庫の量を調整することであるが，これは供給側と需要側の処理の位相を分析者が工程の状況に応じて設定して問題に与えることによって可能である．

多品目多段階では，部品展開を考える．その際，部品表を用いる．部品表（Bill Of Materials: BOM）は，製品を造るのに必要な部品を一覧にし，製品の製造に関する重要な情報について端的に示したものである．BOM は通常品目情報（Parts Number: PN）と PN の親子関係を管理する構成管理情報（Part Structure: PS）で構成される．こういった BOM 情報を効率的に管理できるか，有効活用できるかが製造業にとって重要である．

また，多品目多段階の場合，段取り替え費用と段取り替え時間を考慮する必要がある．段取り替えとは，生産ラインに流す製品に似合わせて，加工機や装置の設定を変更する作業のことである．段取り替え時間をどこまで短縮できるかという点が生産効率に直結する．しかしながら，ほとんどの製造業では，単位時間あたりの生産性であったり，1 人当たりの生産性を見た場合，段取り時間を短縮することが難しく，かえってコストが高くなることがある．そこで，多品目多段階ロットサイズ決定問題を考える際には，段取り替え時間と段取り替え費用も考慮する必要がある．以下は，多品目多段階動的ロットサイズの定式化である．

標準定式化

$$
\begin{aligned}
\text{minimize} \quad & \sum_{t=1}^{T} \sum_{p \in P} (f_t^p y_t^p + c_t^p x_t^p + h_t^p I_t^p) && && (2.9)\\
\text{subject to} \quad & I_{t-1}^p + x_t^p = d_t^p + \sum_{q \in Parent_p} \phi_{pq} x_t^p + I_t^p && \forall p \in P, t = 1, \ldots, T && (2.10)\\
& \sum_{p \in P_k} x_t^p + \sum_{p \in P_k} g_t^p y_t^p \leq M_t^k && \forall k = K, t = 1, \ldots, T && (2.11)\\
& x_t^p \leq UB_t^p y_t^p && \forall p \in P, t = 1, \ldots, T && (2.12)\\
& I_0^p = 0 && \forall p \in P && (2.13)\\
& x_t^p, I_t^p \geq 0 && \forall p \in P, t = 1, \ldots, T && (2.14)\\
& y_t \in \{0, 1\} && \forall t = 1, \ldots, T && (2.15)
\end{aligned}
$$

上の定式化で，制約式（2.10）は，各期および各品目に対する在庫の保存式を表す．より具体的には，品目 p の期 $t-1$ からの在庫量 I_{t-1}^p と生産量 x_t^p を加えたものが，期 t における需要量 d_t^p，次の期への在庫量 I_t^p，およびほかの品目を生産するときに必要な量 $\sum_{q \in Parent_p} \phi_{pq} x_t^q$ の和に等しいことを表す．制約式（2.11）は，各期の生産時間の上限制約を表す．すべての品目の生産時間は，1 単位あたり 1 時間になるようにスケーリングしてあると仮定していたが，実際問題のモデル化の際には，品目 p を 1 単位生産されるときに，資源 r を使用する時間を用いたほうが汎用性がある．制約式（2.12）は，段取り替えをしない期は生産できないことを表す．

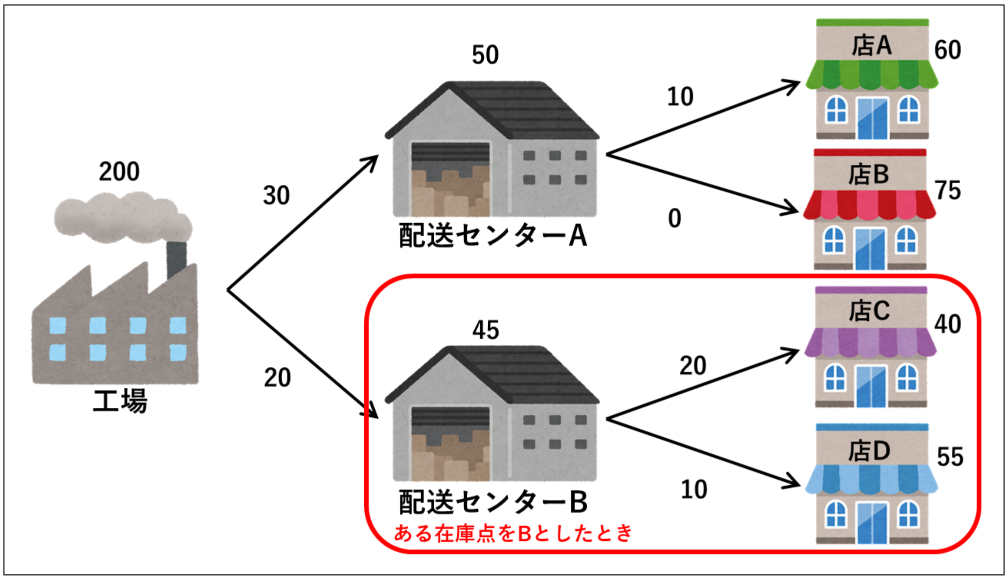

図 2.2: エシェロン在庫の例

近年，モノを作る世界では，消費量が減少したことから大量に生産することにリスクが生じ始め，社会が天然資源の枯渇問題および地球環境への負荷の低減のために，持続可能な循環型社会をめざしていることから，サプライチェーンマネジメント（Supply Chain Management: SCM）が注目されている.（参考論文）サプライチェーンとは，原材料・部品の調達から，配送までの製品の全体的な流れを 1 つの連続したシステムとして捉えることである．サプライチェーンマネジメントは不確定な需要を満たすために，順序依存関係があり能力変動のあるオペレーションをマネジメントすることで最小のコストで最大のスループットを上げることを目的としている．

次にエシェロン在庫について述べる.「エシェロン」とは階層のことをいい,「エシェロン在庫」とは，ある特定のお店だけの在庫ではなく，サプライチェーン全体での在庫のことをいう．ある在庫点から見た場合は，ある在庫点を含めたサプライチェーン下流に位置する在庫量（輸送中の数量を含む）の総和である．図 2.1 のエシェロン在庫の例で考えると，配送センター B のエシェロン在庫は，B を含め，B の下流に位置する在庫量と輸送量を合計したものとなる．

エシェロン在庫のメリットは，まず在庫管理が難しい場合に対応可能である．在庫管理を行う際，ある特定の企業の在庫の増減をすると，他の企業の在庫がその反動で在庫を増減させてしまうことがある．この場合，在庫管理が「部分的な最適解」になってしまい，サプライチェーン全体としては解決しないという事態が発生する．このような課題があるため,「在庫」を「エシェロン在庫」として考えると，ある特定の企業の在庫管理ではなく，サプライチェーン全体での在庫管理となる．2 つ目は，マルチエシェロン在庫最適化」である．マルチエシェロン在庫最適化とは，在庫を保管型倉庫に集約するのではなく，メーカーから保管型倉庫，小売りから各段階にわたって在庫を分散させて，サプライチェーン全体を効率化する考えのことである．マルチエシェロン在庫最適化のメリットは，店舗側の需要予測だけでなく物流センターなどの中間拠点でも受注データなどを用いて需要予測を行い，メー

カーや店舗の需要予測と整合させることで全体を反映した需要予測をすることができる．

まず，t 期における品目 p に対するエシェロン在庫費用 H_t^p は，品目 p を生産することによって得られた付加価値に対する在庫費用を表し，品目 p を製造するのに必要な品目の集合を $Child_p$ としたとき，以下のように定義される．

$$H_t^p = h_t^p - \sum_{q \in Child_p} h_t^q \phi_{qp} \tag{2.16}$$

また，t 期における品目 p のエシェロン在庫量 E_t^p は，在庫点と在庫点の先祖の品目の在庫量を合わせたものである．品目 p の先祖の集合 $Ancestor_p$ は，品目 p 自身を含まない集合を表し，以下のように定義される．

$$E_t^p = I_t^p + \sum_{q \in Ancestor_p} \rho_{pq} I_t^q \tag{2.17}$$

式（2.16）と式（2.17）より，多段階多品目の標準定式化を品目間の親子関係ではなく先祖を導入しエシェロン在庫を用い定式化し直す．

エシェロン在庫を用いた定式化

$$\begin{aligned}
\text{minimize} \quad & \sum_{t=1}^{T} \sum_{p \in P} (f_t^p y_t^p + c_t^p x_t^p + H_t^p E_t^p) && && (2.18)\\
\text{subject to} \quad & E_{t-1}^p + x_t^p - E_t^p = d_t^p + \sum_{q \in Ancestor_p} \rho_{pq} d_t^q && \forall p \in P, t = 1, \ldots, T && (2.19)\\
& \sum_{p \in P_k} x_t^p + \sum_{p \in P_k} g_t^p y_t^p \le M_t^k && \forall k = K, t = 1, \ldots, T && (2.20)\\
& E_t^p \ge \sum_{q \in Parent_p} \phi_{pq} E_t^q && \forall p \in P, t = 1, \ldots, T && (2.21)\\
& x_t^p \le UB_t^p y_t^p && \forall p \in P, t = 1, \ldots, T && (2.22)\\
& E_0^p = 0 && \forall p \in P && (2.23)\\
& x_t^p, E_t^p \ge 0 && \forall p \in P, t = 1, \ldots, T && (2.24)\\
& y_t \in \{0, 1\} && \forall t = 1, \ldots, T && (2.25)
\end{aligned}$$

§ 2.3　引っ張り型生産指示方式の多目的最適化

引っ張り型生産指示方式は，下流の製造工程から上流の製造工程に製品や製造開始のタイミングなどを指示する方式である．代表的なものとして，トヨタのカンバン方式などを上げることができる．在庫量の削減，無駄の徹底的排除による原価低減を図ることを基本目標として,「必要なものを，必要なときに，必要な量だけ作ること」として定義を実現するために引っ張り型生産指示方式が採用されている．このモデルが対象とするシステムは次のような多段階，多品目生産・在庫・運搬システムである．

1. 1 つの組立工程に収束していく多段階工程で N 工程から構成される．$n \in \{1, 2, \ldots, N\}$ で工程を表す．最終工程は $n = 1$ である．

2. 各工程は生産工程，加工済み在庫点および後続工程加工待ち在庫点（$n=1$では納入待ち製品在庫点）からなる．
3. 期間$t \in \{0,1,\ldots,10\}$とする．計画期間は1期より始まる．

また，このモデルは以下の条件」で示される生産状況を対象としている．

1. 受注先から最終製品の各期の納入量についての内示があり，受注残は認められない．
2. 各工程でM種類の品目が生産される．品目$i \in \{1,2,\ldots,M\}$で表す．
3. 各期の各品目に対する生産及び引き取り指示量は前期の期末に生産される．
4. 各期の各品目に対する生産および引き取り指示量は前期の期末に計算される．
5. 資源は十分にあるものとする．各工程での生産および引き取りは加工待ちおよび加工済み在庫量の制約をうける．
6. 第n工程での生産リードタイムはLP^nである．すなわち，t期に生産された品目は$t+LP^n$期中に加工済み在庫点に納入される．また，引き取りリードタイムはLH^nとし，t期中部「引き取られた品目は，$t+LH^n$期中に納入待ち製品在庫点あるいは加工待ち在庫点に納入される．
7. 各品目の段取り替え時間および単位量当たりの加工時間は既知で一定である．
8. 各工程の各品目について期末目標在庫量が設定されている．
9. 段取り替えが必要な工程においては，サブロットの大きさが決まっており，生産はサブロット単位で行われる．

$N=5$の場合のモデルの概念図を図○○に示す．

引っ張り型生産指示方式の多目標モデルは，次のような目標計画法の問題に定式化される．

引っ張り型生産指示方式の定式化

minimize

$$u = \{(z_r^+ - z_r^-), \sum_{n=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} z_t^{n+}\} \tag{2.26}$$

subject to

$$\sum_{n=1}^{N}\sum_{i=1}^{M}(I_0^{n(i)} + \sum_{j=1}^{LP^n} +U_0^{n(i)} + B_0^{n(i)} + \sum_{j=1}^{LH^n} d_{j-LH^n}^{n(i)} + V_0^{n(i)}) + (z_r^- - z_r^+) = 0 \tag{2.27}$$

$$\sum_{i=1}^{M} a^{n(i)} P_t^{n(i)} + \sum_{i=1}^{M} S^{n(i)} X_t^{n(i)} + (z_t^{n-} - z_t^{n+}) = W_t^n \qquad (n \in K; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.28}$$

$$\sum_{i=1}^{M} a^{n(i)} P_t^{n(i)} + (z_t^{n-} - z_t^{n+}) = W_t^n \qquad (n \in J-K; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.29}$$

$$I_t^{n(i)} = I_{t-1}^{n(i)} + P_{t-LP^n}^{n(i)} - d_t^{n(i)} \qquad (i=1,2,\ldots,M; n \in J; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.30}$$

$$B_t^{1(i)} = B_{t-1}^{1(i)} + d_{t-LH^1}^{1(i)} - D_t^{(i)} \qquad (i=1,2,\ldots,M; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.31}$$

$$B_t^{n(i)} = B_{t-1}^{n(i)} + d_{t-LH^n}^{n(i)} - e^{sn(i)} P_t^{sn(i)} \qquad (i=1,2,\ldots,M; n \in J1; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.32}$$

$$U_t^{n(i)} = U_{t-1}^{n(i)} - P_t^{n(i)} + d_t^{n(i)} \qquad (i=1,2,\ldots,M; n \in J; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.33}$$

$$V_t^{1(i)} = V_{t-1}^{1(i)} - d_t^{1(i)} + D_t^{(i)} \qquad (i=1,2,\ldots,M; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.34}$$

$$V_t^{n(i)} = V_{t-1}^{n(i)} - d_t^{n(i)} + e^{sn(i)} P_t^{sn(i)} \qquad (i=1,2,\ldots,M; n \in J; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.35}$$

$$P_t^{n(i)} \leq U_{t-1}^{n(i)} \qquad (i=1,2,\ldots,M; n \in J; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.36}$$

$$d_t^{n(i)} \leq V_{t-1}^{n(i)} \qquad (i=1,2,\ldots,M; n \in J; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.37}$$

$$P_t^{n(i)} = L^{n(i)} X_t^{n(i)} \qquad (i=1,2,\ldots,M; n \in K; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.38}$$

$$\sum_{t=1}^{T} P_t^{n(i)} \geq Q^{n(i)} \qquad (i=1,2,\ldots,M; n \in J) \tag{2.39}$$

$$\sum_{t=1}^{T} d_t^{n(i)} \geq R^n(i) \qquad (i=1,2,\ldots,M; n \in J) \tag{2.40}$$

ここで,

$$R^{1(i)} = \max\{0, \sum_{t=1}^{T} D_t^{(i)} - B_0^{1(i)} + SB_T^{1(i)}\} \qquad (i=1,2,\ldots,M) \tag{2.41}$$

$$Q^{n(i)} = \max\{0, R^{n(i)} - I_0^{n(i)} + SI_T^{n(i)}\} \qquad (i=1,2,\ldots,M; n \in J) \tag{2.42}$$

$$R^{n(i)} = \max\{0, e^{sn(i)} Q^{sn(i)} - B_0^{n(i)} + SB_T^{n(i)}\} \qquad (i=1,2,\ldots,M; n \in J1) \tag{2.43}$$

$$B_t^{1(i)} \geq SB_t^{1(i)} \qquad (i=1,2,\ldots,M; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.44}$$

$$B_t^{n(i)} \geq SI_t^{n(i)} \qquad (i=1,2,\ldots,M; n \in J; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.45}$$

$$X_t^{n(i)} : \text{非負の整数} \qquad (i=1,2,\ldots,M; n \in K; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.46}$$

$$P_t^{n(i)}, d_t^{n(i)} : \text{非負の整数} \qquad (i=1,2,\ldots,M; n \in J; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.47}$$

$$U_0^{n(i)}, V_0^{n(i)} : \text{非負の整数} \qquad (i=1,2,\ldots,M; n \in J) \tag{2.48}$$

$$z_t^{n-}, z_t^{n+} \geq 0 \qquad (n \in J; t=1,2,\ldots,T) \tag{2.49}$$

$$z_r^-, z_r^+ \geq 0 \tag{2.50}$$

式（2.26）は，補充目標在庫水準の総和の最小化を表している．式（2.27）は式（2.26）の目標制約式である．式（2.28）と式（2.29）は各工程の各期における生産必要量と基準生産量と基準生産能力との差異で追加手当すべき生産能力の総和の最小化に関する目標制約式である．差異変数 z_t^{n-}，z_t^{n+} の値が生産能力調整に必要なデータとなる．

式（2.30）から式（2.32）は各在庫点の各期末における在庫量のバランス式である．式（2.33）から式（2.35）は各工程の，各品目の生産指示量，引き取り指示量のバランス式である．各工程における生産・引き取り指示量はその直後工程で実際に消費された量に基づいて決定されるという引っ張り型生産指示方式の概念 [] を表現している．式（2.36），式（2.37）は指示量による生産量制約および引き取り量制約を示している．式（2.38）は，条件（9）に対応するもので，段取り替えが必要な工程での生産量とサブロットとの関係を表している．式（2.39），式（2.40）は条件（3）に対応するもので，計画期間全体の割当量による生産・引き取り量制約を表現している．式（2.41）から式（2.43）はその割当量を定めたものである．式（2.44）から式（2.46）は各在庫点における期末在庫量に対する制約である．式（2.47）から式（2.48）は段取り回数，生産量，引き取り量および初期指示量に対する非負整数制約である．式（2.49），式（2.50）は差異変数の非負制約である．

第3章

レジリエンスな生産計画

§ 3.1　生産計画の在庫切れのリスク評価尺度

生産管理においては，レジリエンスを備えつつ，在庫切れを生じさせず，在庫はできるだけ持たない生産計画が求められる．レジリエンスな生産計画を向上させるためには，リスクに対する高い認識が必要であり，リスクを計算するものとしてリスク評価尺度が重要である．従来より，適正在庫を決定する要素の1つに安全在庫がある．安全在庫とは，不確定な要素によって欠品が生じないように，最低限保管しておく在庫のことである．安全在庫の量が決まると，適正在庫の下限となる量が決定し，在庫の下限量を維持するよう努めれば，無駄な在庫を抱え込むことがなくなるうえ，在庫が不足するリスクもなくなり，余剰在庫によるキャッシュフローの悪化も防ぐことができる．安全在庫の計算では，安全係数の根拠や需要のばらつきに標準偏差を使うことなど不確実な要素の表現に正規分布を前提としている場合が多い．

安全在庫量の定義

$$\text{安全係数} \times \text{在庫使用料の標準偏差} \times \sqrt{\text{発注リードタイム} + \text{発注感覚}}$$

内示情報を用いた生産計画問題は，従来から不確実な需要に対して，単位当たりの在庫コストと単位あたりの在庫切れ機会損失を与えて，在庫コストと在庫切れ機会損失の合計の期待値を最小となるように在庫補充を行うモデルがある．しかし，上野らは，単位当たりの在庫切れ機会損失を軽量することは実務上，非常に困難であるとの認識から，これを使わず期間全体を通じての未達率を定義し，計画目標未達率を制約としてモデルに組み込むこととしている．未達率とは，計画期間において「少なくとも1つ以上の期の在庫量が0未満になる（在庫切れが起きる）確率」である．期間全体の未達率は以下のように定義される（参考）．**未達率の定義**

$$SO_n = 1 - Pr\{(S_1, S_2, \ldots, S_n| \cap_t^n (S_t \geq 0)\} \tag{3.1}$$

代表的なリスク評価尺度としては Value-at-Risk（VaR），Average Value-at-Risk（AVaR）がある．VaR とは，リスク分析の手法の1つで，現有資産の損失可能性を時価推移より測定する分析指標である．金融商品のポートフォリオを，現時点からある一定の期間保有するときに，リスク・ファクターの変動により，ある一定の確率で生じうる最大損失額のことである．VaR を求めることは，損益の分布の 100α 点を求めることができるが，超過損失の程度について把握することが困難であるという点や，劣加法性を満たさないという点が

指摘されている．一方，AVaR では，分布のすそが厚い場合には超過損失が大きくなりやすい場合の超過損失の平均は AVaR で把握することができる．AVaR は，単調性，劣加法性，正の同次性，平行移動不変性を満たしている．VaR と AVaR は次のように定義されている．

VaR と AVaR の定義

$$
\begin{aligned}
VaR(\epsilon) &= -\inf(F(x) \geq \varepsilon) = -F_x^{-1}(\varepsilon) \\
AVaR(\varepsilon) &= \frac{\varepsilon}{1}\int_0^{\varepsilon} VaR(p)\,dp
\end{aligned}
\tag{3.2}
$$

生産計画を考えるときには，AVaR を用いることとする．ここで，AVaR に基づく生産計画問題について述べる．**AVaR に基づく週間生産計画問題**計画期間を n 期とする．$i\ (\leq n)$ 期の不確実な需要を d_i，需要量の期待値を $\overline{d}_i$，需要量の分散を ω_i^2 とし，互いに独立な正規分布に従うとする．

$$
\begin{aligned}
d_i &\sim N(\overline{d}_i, \omega_i^2)\ \forall_i \\
Cov(d_i, d_j) &= 0\ \forall i, j, i \neq j
\end{aligned}
\tag{3.3}
$$

需要量の分散共分散行列 A は，

$$
\mathsf{A} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \omega_n^2 \end{bmatrix} \tag{3.4}
$$

となる．また，1 期から n 期までの累積需要量 D は，

$$
D \equiv d_1 + d_2 + \cdots + d_n \tag{3.5}
$$

である．信頼水準を α とし，$VaR_D(1-\alpha)$ を $Pr(D \geq x) \leq \alpha$ となる最小の x であるとする．全期間の累積需要量 D に対する $AVaR_{D|D}(1-\alpha)$ は，

$$
AVaR_{D|D}(1-\alpha) = E[D|D > VaR_D(1-\alpha)] \tag{3.6}
$$

である．

§ 3.2　Shapley 値によるリスクの配分

まずゲーム理論の Shapley 値について述べる．協力ゲームは，n 人のプレイヤーの集合 $N = 1, 2, \dots, n$ と特性関数 ν の組 (N, ν) によって表現される．

特性関数 ν は，N に部分集合 S に対して，S に含まれるメンバーが獲得できる利得を与える関数である．2 つの提携 S と T における特性関数 ν が $\nu(S)+\nu(T)\le\nu(S\cup T)$ となるとき，ν は優加法性を満たす.

Shapley 値は，協力ゲーム (N,ν) において，提携に対するプレイヤーの貢献度に基づき，利得が配分されると考える．プレイヤー i の配分量 π_i は Shapley 値と呼ばれ，次のように計算できる．ここで Shapley 値は全体合理性と個人合理性を満たしている.

ゲーム理論における Shapley 値

$$\pi_i=\sum_{S\subset N-\{i\}}\frac{|S|!(n-|S|-1)!}{n!}(\nu(S\cup\{i\})-\nu\{S\}) \tag{3.7}$$

ここでゲーム理論を適用して考える先行研究がある [1]. 累積需要量 D に対する $AVaR_{D|D}(1-\alpha)$ を満足して，かつ期別の生産計画を求めるには，$AVaR_{D|D}(1-\alpha)$ を期別に適正に配分することが必要である．特性関数は，$-AVaR$ により優加法性を満たす.

提携 S の特性関数

特性関数 $\nu(S)$ を求める．i 期の在庫量に影響を及ぼす需要量 D_i とその特性を求めておく.

$$D_i\equiv d_1+d_2+\cdots+d_t=\sum_{t=1}^{i}d_t \tag{3.8}$$

である．D_i の特性は，$i<j$ として，

$$E[D_i]=\sum_{t=1}^{i}\overline{d}_t \tag{3.9}$$

$$Var[D_i]=\omega_1^2+\omega_2^2+\cdots+\omega_i^2=\sum_{t=1}^{i}\omega_t^2\equiv\sigma_{ii} \tag{3.10}$$

$$Cov[D_i,D_j]=\omega_1^2+\omega_2^2+\cdots+\omega_i^2=\sum_{t=1}^{i}\omega_t^2\equiv\sigma_{ij} \tag{3.11}$$

となる．すなわち，D_i の分散共分散行列 Σ は,

$$\mathsf{A}=\begin{bmatrix}\omega_1^2 & \omega_1^2 & \dots & \omega_1^2\\ \omega_1^2 & \omega_1^2+\omega_2^2 & \ddots & \vdots\\ \vdots & \ddots & \ddots & \omega_1^2+\omega_2^2+\cdots+\omega_{n-1}^2\\ \omega_1^2 & \dots & \omega_1^2+\omega_2^2+\cdots+\omega_{n-1}^2 & \omega_1^2+\omega_2^2+\cdots+\omega_n^2\end{bmatrix} \tag{3.12}$$

$$\equiv\begin{bmatrix}\sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n}\\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \ddots & \vdots\\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ \sigma_{n1} & \dots & & \sigma_{nn}\end{bmatrix} \tag{3.13}$$

となる．これらを用いて，提携 S の特性関数は,

$$\nu(S)=-AVaR_{D(S)|D}(1-\alpha)=-(\sum_{i\in S}\overline{d}_i+K\sqrt{\sum_{i\in S}\sum_{j\in S}\sigma_{ij}}) \tag{3.14}$$

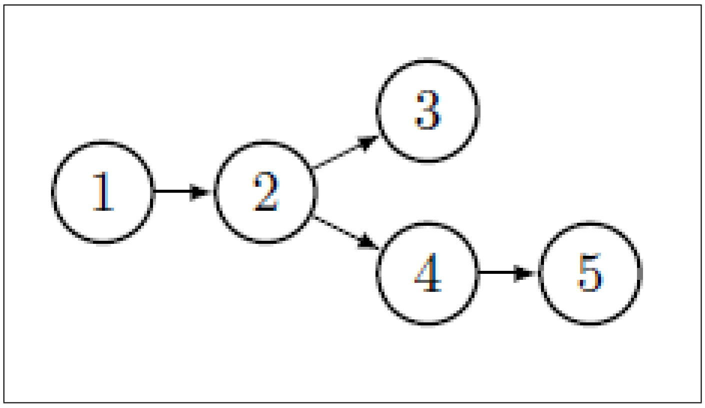

図 3.1: 許可構造

$$K = \frac{\varphi(z_{1-\alpha})}{1-\Phi(z_{1-\alpha})} \tag{3.15}$$

$$z_{1-\alpha} = \frac{VaR_{D(S)}(1-\alpha) - \sum_{i\in S}\overline{d}_i}{\sum_{i\in S}\sum_{j\in S}\sigma_{ij}} \tag{3.16}$$

である．式（3.8）で求めた特性関数を式（3.7）に代入することで Shapley 値を導出することができる．

§ 3.3　許可構造を伴うゲームと許可値

許可構造はプレイヤーを頂点とする有向グラフ (N, D) で与えられる．ただし，$D \subseteq \{(i,j)|i,j \in N, i \neq j\}$ は有向枝 (i,j) が D に含まれることはプレイヤー j が行動するためにはプレイヤー i の許可が必要であることを表している．許可構造を伴うゲームを (N, v, D) で表す．許可構造を伴うゲームにおける実行可能な提携を定義する．ある提携が実行可能となるためには，そのメンバーの上位プレイヤーすべてがその提携に参加する必要があると仮定する．したがって，許可構造をを (N, D) とすると，実行可能な提携の集合は $\mathcal{F}_d = \{S \subseteq N | \varGamma_D^-(i) \subseteq S, \forall i \subseteq S\}$ と定義される [1]．各 $S \subseteq N$ に対して，S に包含される最大の実行可能提携を $\overline{S}$ とすると，(N, v, D) に対する制限ゲーム v^D は以下のように定義される．各 $S \subseteq N$ に対して，

$$v^D(S) = v(\overline{S}) \tag{3.17}$$

許可構造を伴うゲーム (N, v, D) に対する許可値 $\rho(v, D)$ は制限ゲーム v^D の Shapley 値によって定義される．

$$\rho(v, D) = \phi(v^D) \tag{3.18}$$

例題

$N = 12345$，$a = (1, 2, 3, 3, 4)$ とし，各 $S \subseteq N$ に対して，提携値を $v(S) = \sum_{i\in S} a_i$ で与える．プレイヤー間に図 3.1 のような根付き木の許可構造 $D = \{(1,2),(2,3),(2,4),(4,5)\}$ があるとする．実行可能提携の集合は $\mathcal{F}_D = \{1, 12, 123, 124, 1234, 1245, 12345\}$ となる．

制限がない場合，Shapley 値は $\phi(v) = a = (1, 2, 3, 3, 4)$ となる．許可値 $\rho(v, D)$ を求める．制限ゲーム v^D の Harsany 係数は，$S \in \{1, 12, 123, 124, 1245\}$ に対しては，$d_1 = 1$,

$d_{12} = 2$，$d_{123} = 3$，$d_{124} = 3$，$d_{1245} = 4$，それ以外の提携では 0 になるため，許可値は $\rho(v, D) = (5, 4, 1, 2, 1)$ となる．

第4章

提案手法

§ 4.1　多段階における許可値の導出

従来の研究では，押し出し型生産システムにおける単一品目単一段階の生産計画にゲーム理論を適用しているものを 3 章で述べた．しかし，多品目多段階における生産・在庫システムにゲーム理論を応用しているものはなく，内示情報の不確実性を考慮されているものはなかった．よって本研究では，多品目多段階の製造ラインのモデルをゲーム理論の許可構造と置き換え，各工程の許可値を導出する．多段階では，下流にいくにつれて製品が完成するものとなっているが，上流の工程の部品が在庫切れになれば下流の工程にも影響を及ぼすこととなる．

需要量 D にばらつき（分散）を与え，AVaR を導出多段階を許可構造と捉え，許可値を導出それによって AVaR をわけ，在庫切れが起きない生産・在庫システムを提案

§ 4.2　許可値による多段階工程のリスクの配分

引っ張り型生産指示方式は，最終工程に需要量 D が指示される．従来の研究では 3.3 章より，需要量 D は定まっており，不確実性を考慮していない．すなわち，必ず需要量分だけ生産する形となっている．また，期末目標在庫量は期間ごとに各工程の各品目で値が決められており，期末目標在庫量を下回らないようになっている．期末目標在庫量を下回れば，前段階の工程から部品を持ってくるという流れとなっている．

そこで本研究では，需要量 D に分散でばらつきを与えることによって，不確実性を持っているものとする．需要量 D の在庫切れのリスクを正規分布で捉え，AVaR を用いることによってリスクを導出する．また，期末目標在庫量を 0 とし，最低限の在庫を保持するものとする．期末目標在庫量を 0 とした引っ張り型生産指示方式を解いた結果が表〇〇である．

hspace5cm

§ 4.3　提案手法のアルゴリズム

第5章

数値実験並びに考察

§ 5.1　数値実験の概要

本研究では，4.3 章で説明したように，多段階多品目の生産計画について，リスク評価尺度 AVaR とゲーム理論の許可構造を用いて，在庫切れのリスクを配分することによって，

§ 5.2　実験結果と考察

今回の実験結果により，提案手法で

第6章

おわりに

従来の生産計画では，不確実性をもっており，それを考慮するときに，在庫切れのリスクを各期間に等確率で割り振るものや，AVaR と Shapley 値を用いるものがあったが，単一段階・単一品目で考えられていた．しかし実際の製造業では，そうではないため多段階多品目に拡張した．

謝辞

本研究を遂行するにあたり，多大なご指導と終始懇切丁寧なご鞭撻を賜った富山県立大学工学部電子・情報工学科情報基盤工学講座の奥原浩之教授，António Oliveira Nzinga René 講師に深甚な謝意を表します．またシステム開発にあたり，協力をしていただいた電子・情報工学科 3 年の大森一輝さんに深甚な謝意を表します．最後になりましたが，多大な協力をしていただいた研究室の同輩諸氏に感謝致します．

2022 年 2 月

川口 晏璃

参考文献

[1] Sunil Chopra and Peter Meindl, “Supply Chain Management Strategy, Planning and Operations: Strategy, Planning and Operation ”, Pretice Hall, 2000.

[2] Guillermo Gallego and Ozalp Ozer, “Optimal Use of Demand Information in Supply Chain Management ”, Economics, 2002.