レジリエンスな 多品目多段階生産在庫システムにおける リスク評価指標 AVaR と許可値による最適化

川口 晏璃
大森 一輝

富山県立大学　電子・情報工学科
t915015@st.pu-toyama.ac.jp

January 21, 2022

本研究の背景

背景

近年では, 市場ニーズの多様化・個性化によりたくさんの種類の製品やそのバリエーションが増え, 顧客が製品仕様をカスタマイズできるようになっている.
これにより, 納入リードタイムは短くなり, 製品ごとの受注量の変動が大きく, 需要の不確実性が増大している.

目的

本研究では, 環境の変化や不確実性にレジリエンスに対応できるリスク評価指標 $Average Value at Risk (AVaR)$ とゲーム理論の $Shapley$ 値を融合させた生産計画手法を提案する.

2.1 生産計画とレジリエンス

生産計画

生産計画とは，「どの製品をいつ，どれだけ，いつまでに生産するのか」を計画することである．日本の製造業界では，生産内示が伝統的なやり方であり，生産内示は内示情報を仲立ちとした企業間連携である．
内示情報とは発注者が仕入れ先へ提示する事前注文予測量のことである．内示情報は確定注文ではないため不確実性をもっている．

レジリンス

レジリエンスとは，リスクを予想しながら，想定される状況下あういは，想定外の状況下でも，求められている動作を継続する力あるいは，回復する力のことである．変化や不確実性に対応できるレジリエンスの高いオペレーションやサプライチェーンの構築は不可欠である．

2.2 安全在庫と未達率

従来研究では安全在庫と未達率を用いた生産計画が考えられていた.

安全在庫

安全在庫は欠品を防ぐために必要な在庫量のことである. 安全在庫量が決まると, 適正在庫の下限値が決定し, 余剰在庫による無駄の削減, 販売機会の損失, キャッシュフローの改善などのメリットが挙げられる.

$$\text{安全在庫量} = \text{安全係数} \times \text{使用量の標準偏差} \times \sqrt{\text{発注リードタイム} + \text{発注間隔}}$$

未達率

期間の各期において少なくとも 1 度在庫切れが生じる確率を未達率と定義する. 従来, 在庫切れが生じるリスクは等確立となるように各期に割り振られていた.

計画目標未達率を β とすると, 期別の未達率 β_i は,

$$\beta_i = 1 - \sqrt[n]{1-\beta} (\forall_i \leq n)$$

と与えられている.

3.1 リスク評価指標 $AVeR$

$AVeR$

$AVeR$ は在庫量が $AVeR$ 以下になる確率である．正規分布のすそが厚い場合でも超過損失の程度を把握できる．生産計画問題は，$AVeR$ を評価指標とすることから，特性関数 $v(S)$ は $-AVeR$ とする．$-$ をつけることにより優加法性を満たす．

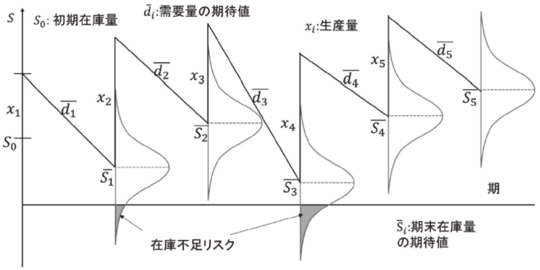

図 1: 5 期間の生産計画

3.2 *Shapley* 値

Shapley 値

協力ゲームにおいて *Shapley* 値は，プレイヤーの協力によって得られた利得を，個人合理性，全体合理性のもとで割り振ることができる．
本研究で用いる *Shapley* 値では，内示情報に応じてリスクを各期に合理的に割り振ることとする．
Shapley 値の一般的な求め方は以下の式である．

$$\pi_i = \sum_{S \subseteq N-(j)} \frac{|S|!(|N|-|S|-1)!}{|N|!}(v(S \cap (i)) - v(S))$$

上記の式は以下の式で定式化が可能である．

$$\sum_{i \in S} \pi_i = \pi(S)$$

3.2 *Shapley* 値

定式化した式を用いて, 2 次の最適化問題を解くことにより, $Shapley$ 値を求めることができる.

2 次計画モデル

$$minimize \ \sum_{s \subset N} (v(S) - x(S))^2 m(S)$$

$$subject\ to \ \sum_{i \in N} x_i = v(N), x_i \geq v(i), (\forall_i \in N)$$

ここで, $m(S)$ は重み関数であり, x は任意の集合 S に対する $x(S) = \sum_{i \in S} x_i$ のペイオフ・ベクトルである. 2 次プログラムの最適解は, 個人とグループの合理性を制約条件として, $Shapley$ 値を表す.

4.1 引っ張り型生産指示方式の多目標モデル

モデルの条件

(1) 一つの組立工程に収束していく多段工程で N 工程から構成されており, $n \in \{1, 2, \cdots, N\}$ で工程を表す. なお, 最終工程は $n = 1$ とする.
(2) 各工程は生産工程, 加工済み在庫点および後続工程加工待ち在庫点 ($n = 1$ では納入待ち製品在庫点) から成る.
(3) 期間を $t \in \{0, 1, \cdots, T\}$ で表す. 計画期間は 1 期より始まり T 期で終了する.
またこのモデルは以下の条件で示される生産状況を対象としている.
(1) 受注先から最終製品の各期の納入量についての内示があり, 受注残は認められない.
(2) 各工程で M 種類の品目が生産される.$i \in \{0, 1, \cdots, M\}$ で品目を表す.
(3) 各期の各品目について, 計画期間全体の生産および取り引き割当量が定まっている.
(4) 各期の各品目に対する生産および引き取り指示量は前期の期末に計算される.
(5) 資材在庫は十分にあるが, 各工程での生産および引き取りは加工待ちおよび加工済み在庫量の制約を受ける.

モデルの条件

(6) 第 n 工程での生産リードタイムは LP^n である．また，引き取りリードタイムは LH^n である．
(7) 各品目の段取り替え時間および単位量当たり加工時間は既知で計画期間中は一定である．
(8) 各工程の各品目について期末目標在庫量が設定されている．
(9) 段取り替えが必要な工程においては，サブロットの大きさが定まっており，生産はこのサブロット単位で行われる．

$N=5$ の場合のモデルの概念図を図 2 に示す．

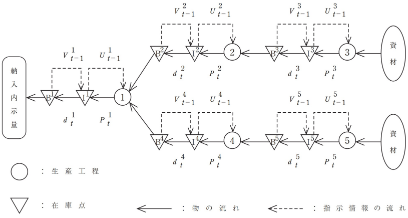

図 2: モデルの概念図の例

モデルの条件　記号

J	：工程全体の集合　$J=\{1,2,\ldots,N\}$
$J1$	：最終工程を除いた工程の集合　$J1=\{2,3,\ldots,N\}$
K	：段取り替えが必要な工程の集合
sn	：第 n 工程の直後工程（$n\in J1$）
$D_t^{(i)}$	：i 製品の t 期の納入内示量
W_t^n	：第 n 工程の t 期の基準生産能力（時間）
$a^{n(i)}$	：第 n 工程での i 品目の単位量当たり加工時間
$S^{n(i)}$	：第 n 工程での i 品目の段取り替え時間（$n\in K$）
$L^{n(i)}$	：段取り替えが必要な工程で加工される i 品目のサブロットの大きさ（$n\in K$）
$I_0^{n(i)}$	：第 n 工程での i 品目の初期加工済み在庫量
$B_0^{n(i)}$	：i 製品の初期納入待ち在庫量（$n=1$ の場合）及び第 n 工程の後工程 sn への i 部品の初期加工待ち在庫量（$n\in J1$ の場合）
$P_{j-LP^n}^{n(i)}$	：第 n 工程の i 品目についての生産仕掛量（$j=1,2,\ldots,LP^n$）
$d_{j-LP^n}^{n(i)}$	：第 n 工程の i 品目についての引き取り仕掛量（$j=1,2,\ldots,LH^n$）
$SI_t^{n(i)}$	：第 n 工程の加工済み在庫点における i 品目の t 期末目標在庫量
$SB_t^{n(i)}$	：納入待ち製品在庫点及び加工待ち在庫点における i 品目の t 期末目標在庫量
$Q^{n(i)}$	：第 n 工程の i 品目についての計画期間全体の生産割当量
$R^{n(i)}$	：第 n 工程の i 品目についての計画期間全体の引き取り割当量
$e^{sn(i)}$	：直後工程 sn の i 品目を 1 個作るのに必要な第 n 工程の i 品目の個数 $e^{sn(i)}\in\{1,2,\ldots\}$

モデルの条件　記号

$I_t^{n(i)}$	：第 n 工程での i 品目の t 期末における加工済み在庫量
$B_t^{n(i)}$	：i 製品の t 期末における納入待ち在庫量（$n=1$ の場合）及び第 n 工程の後工程 sn への i 部品の t 期末の加工待ち在庫量（$n \in J1$ の場合）
$U_t^{n(i)}$	：第 n 工程の i 品目について t 期末に計算される $t+1$ 期の生産指示量
$V_t^{n(i)}$	：第 n 工程の i 品目について t 期末に計算される $t+1$ 期の加工済み在庫からの引き取り指示量
$P_t^{n(i)}$	：第 n 工程での i 品目の t 期中の実際の生産量
$d_t^{n(i)}$	：第 n 工程での i 品目の t 期中の実際の引き取り量
$X_t^{n(i)}$	：第 n 工程で加工される i 品目についての t 期における段取り替えの回数を表す変数（$n \in K$）
$U_0^{n(i)}$	：第 n 工程の i 品目についての初期生産指示量（決定変数）
$V_0^{n(i)}$	：第 n 工程の i 品目についての加工済み在庫からの初期引き取り指示量（決定変数）
z_r^-, z_r^+	：補充目標在庫水準の総和の最小化に関する目標制約式に対する差異

4.2 定式化

目的関数と制約条件

$$
\begin{aligned}
minimize\quad & I_t^{n(i)} = I_{t-1}^{n(i)} + P_{t-LP^n}^{n(i)} - d_t^{n(i)} \\
& B_t^{1(i)} = B_{t-1}^{1(i)} + d_{t-LH^1}^{1(i)} - D_t^{(i)} \\
& B_t^{n(i)} = B_{t-1}^{n(i)} + d_{t-LH^n}^{n(i)} - \sum\nolimits_{i=1}^{3} e^{sn(i)} P_t^{sn(i)} \\
& U_t^{n(i)} = U_{t-1}^{n(i)} + P_t^{n(i)} - d_t^{n(i)} \\
& V_t^{1(i)} = V_{t-1}^{1(i)} + d_t^{1(i)} - D_t^{(i)} \\
& V_t^{n(i)} = V_{t-1}^{n(i)} + d_t^{n(i)} - \sum\nolimits_{i=1}^{3} e^{sn(i)} P_t^{sn(i)} \\
\\
subject\ to\quad & B_t^{n(i)} \geq 0 \\
& I_t^{n(i)} \geq 0
\end{aligned}
$$

4.2 定式化

初期条件として与えられている入力データは以下である.

(a) 納入内示量

$D_t^{(1)}=20,\quad D_t^{(2)}=15,\quad D_t^{(3)}=5 \quad (t=1,10),$

$D_t^{(1)}=30,\quad D_t^{(2)}=25,\quad D_t^{(3)}=5 \quad (t=2,3,\cdots,9)$

(b) 基準生産能力

$W_t^n=420$ 分 $\quad (n=1,2,\ldots,5\,;\,t=1,2,\ldots,10)$

(c) 単位量当たり加工時間

$a^{n(i)}=6$ 分 $\quad (i=1,2,3\,;\,n=1,2),$

$a^{n(i)}=3$ 分 $\quad (i=1,2,3\,;\,n=3,4,5)$

(d) 段取り替え時間

$S^{2(i)}=15$ 分, $S^{3(i)}=10$ 分 $\quad (i=1,2,3)$

(e) サブロットの大きさ

$L^{2(i)}=10,\quad L^{3(i)}=10 \quad (i=1,2,3)$

(f) 初期在庫量

$B_0^{n(1)}=14,\quad B_0^{n(2)}=12,\quad B_0^{n(3)}=5$

$I_0^{n(1)}=14,\quad I_0^{n(2)}=12,\quad I_0^{n(3)}=5 \quad (n=1,2,\ldots,5)$

(g) 期末目標在庫量

$SB_t^{n(1)}=10,\quad SB_t^{n(2)}=8,\quad SB_t^{n(3)}=3$

$SI_t^{n(1)}=10,\quad SI_t^{n(2)}=8,\quad SI_t^{n(3)}=3 \quad (n=1,2,\ldots,5\,;\,t=1,2,\ldots,10)$

(h) 生産仕掛量

$P_0^{1(1)}=25,\quad P_0^{1(2)}=20,\quad P_0^{1(3)}=5$

$P_0^{2(1)}=30,\quad P_0^{2(2)}=20,\quad P_0^{2(3)}=0$

4.3 最適化モデル

pymoo による最適化

今回，最適化の計算にあたって，*python* のライブラリである pymoo を用いる．
pymoo とは最適化モデルを考える際に，自作関数や設定されている関数を用いて容易に計算できるライブラリである．
図 3 のようなグラフを出力し，パレート解を算出する．

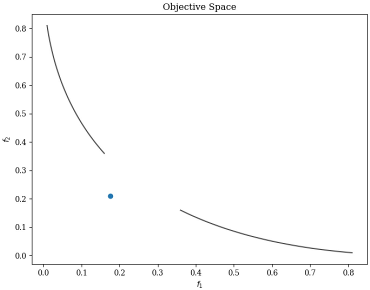

図 3: 最適化モデルの出力結果

進捗

目的関数, 制約条件の数式をプログラム化.
現在プログラムを作製中.
図 3 のような出力結果とパレート解を得る.

まとめ

まとめ

pymoo を用いて最適化について解く.
在庫切れの内容に仕入れるための最適化モデルを構築.

課題

pymoo のプログラムを完成させる.
パレート解の算出.