

スペクトラルグラフ理論によるエネルギークラスターと

ハイアラキーの解析

An Analysis of Energy Clusters and Hierarchy of Industrial Sectors Using Spectral Graph Theory

○近藤康之^{*1)}、加河茂美²⁾、南斉規介³⁾

Yasushi Kondo, Shigemi Kagawa, Keisuke Nansai

1) 早稲田大学, 2) 九州大学, 3) 国立環境研究所

*ykondo@waseda.jp

1. はじめに

産業連関表は、産業間連携の実態をあらわすものであり、経済学、社会工学、産業エコロジーなどの分野における重要なデータベースである。わが国の産業連関表は、米国と並んで規模、精度ともに世界最高水準にあり、平成12年（2000年）産業連関表¹⁾の産業部門（内生部門）数は、行517部門、列405部門であるから、産業部門間の依存関係をあらわす取引額行列は、全体として約20万個の数値の集まりである。したがって、技術的依存関係の性質により、取引額行列は非常に疎な行列（要素の多くがゼロの行列。平成12年表においては約76%の要素がゼロ）であるものの、産業連関表を用いた分析においては、この膨大な量のデータを分析目的に即して適切に縮約することとなる。

統計資料としては金額表示の産業連関表（monetary input-output table, MIOT）が最も広く普及している。しかし、MIOT から得られる産業部門間の財・サービス取引額を、次のように物量データに変換することも可能である。例えば、国立環境研究所による3EID²⁾に基づいて、産業部門間のエネルギーフローを求めることができる。また、WIO-MFA (waste input-output material flow analysis)³⁾による物質組成行列を用いてMIOTを物量表示の産業連関表（physical input-output table, PIOT）に変換することができる。このように変換された物量データを縮約することにより、産業エコロジーなどの分野における諸問題の解明に資することが期待される。

産業構造の分析、とりわけ構造変化や国際間比較のために産業連関表の三角化が1950年代に提案された⁴⁾。産業連関表の三角化とは、産業部門の序列を生産物の加工度が高いものから低いものへと並べることであり、産業部門の並べ替えによって、取引額行列や投入係数行列の対角要素よりも右上の部分の要素のほとんどがゼロとなり、下三角行列に近くなる。1950年代から80年代にかけて、産業連関表の三角化についての実証分析と、三角化のための算法についての研究が盛んに行われた^{4), 5), 6), 7)}。とくに、Simpson and Tsukui⁵⁾は、全産業についての三角性だけでなく、産業を金属、非金属、エネルギー、サー

ビスといったグループに着目して、ブロック三角性やブロック対角性が見られることを指摘した（図1）。

本研究では、産業連関表をブロック三角化するための算法を提案し、非エネルギー部門間のエネルギーフローについて、ブロック三角性、ブロック対角性といった観点から考察を与える。以下に算法の概略を示す。

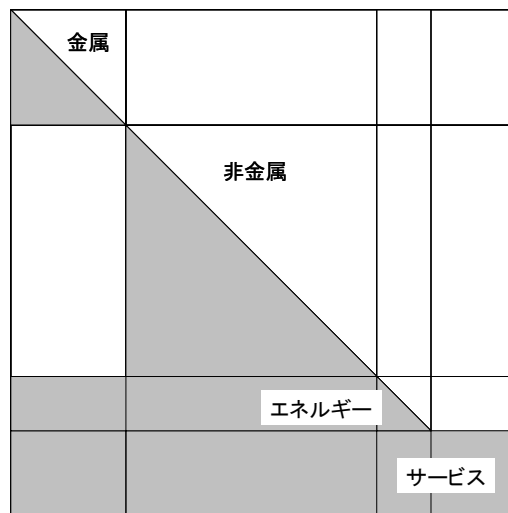


図1 ブロック三角化（Simpson and Tsukui⁵⁾）の模式図

注：網掛けをした部分には非零要素が多くあり、逆に、網掛けをしていない部分のほとんどの要素がゼロであることをあらわす。

2. 算法の概要

本研究で提案するブロック三角化のための算法は、まずスペクトラルグラフ理論に基づいて産業部門のクラスタリングを行ってから、全産業についての三角化とクラスタごとの三角化を行う。クラスタリングのための算法としては、Shi and Malik⁸⁾の方法を用いる。三角化のための算法それ自体は独自に開発せずに、例えば分枝限定法などの一般的算法を用いるが、問題の{0,1}計画問題としての表現を独自に提案する。

3. クラスタリングの算法

本節では、Shi and Malik⁸⁾により提案されたクラスタリ

ングのための算法を本研究の目的に即して簡単に紹介する。産業部門の集合を $V = \{1, 2, \dots, n\}$ 、非エネルギー部門間のエネルギーフロー表に基づいて定義された産業部門間の対称な隣接行列を $W = (w_{ij})_{i,j \in V}$ とする。産業部門のクラスタリングは、何らかの適切な基準に基づいて V の分割 $V_1, V_2, \dots, V_m$ を求めることに相当する。ただし、

$$\begin{aligned} V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_m &= V \\ V_i \cap V_j &= \emptyset \quad (i \neq j; i, j = 1, 2, \dots, m) \end{aligned}$$

である。

提案された算法は、 V を一度に $V_1, V_2, \dots, V_m$ へと分割するのではなく、与えられた V の部分集合をその2つの部分集合へと分割する手続きを再帰的に繰り返すものである。いま V を A および B へと分割する場合を考える。すなわち、 $A \cup B = V$ 、 $A \cap B = \emptyset$ である。この分割を選択するための基準として、以下の式で与えられる正規化カット (normalized cut, Ncut) を用いる。

$$\text{Ncut}(A, B) = \frac{\text{cut}(A, B)}{\text{assoc}(A, V)} + \frac{\text{cut}(A, B)}{\text{assoc}(B, V)}$$

ただし、

$$\text{cut}(A, B) = \sum_{i \in A, j \in B} w_{ij}, \quad \text{assoc}(A, V) = \sum_{i \in A, j \in V} w_{ij}$$

であり、 $\text{assoc}(B, V)$ は $\text{assoc}(A, V)$ と同様に定義される。

$\text{Ncut}(A, B)$ を最小化する V の分割 A, B を選択する最小化問題

$$\text{minimize} \quad \text{Ncut}(A, B)$$

$$\text{subject to} \quad A \cup B = V, \quad A \cap B = \emptyset$$

は、次の問題と（同じ分割が最適解として得られるという意味で）同値であることが示されている。

$$\text{minimize} \quad \frac{y^T (D - W) y}{y^T D y}$$

$$\text{subject to} \quad y_i \in \left\{ 1, -\frac{\text{assoc}(A, V)}{\text{assoc}(B, V)} \right\} \quad (i \in V)$$

$$y^T D \iota = 1$$

ただし、 D は $d_i = \text{assoc}(\{i\}, V)$ を要素とする対角行列であり、 ι はすべての要素が1のベクトルである。上付き添字 T は行列の転置をあらわす。また、 $y_i = 1$ のとき $i \in A$ であり、 $y_i \neq 1$ のとき $i \in B$ である。

変数の離散制約を取り除いて得られる一般固有値問題の、2番目に小さい固有値に対応する固有ベクトル $\hat{y}$ を y の近似解として用いる。この算法では、 $\hat{y}_i$ を昇順に並べて、 $\hat{y}_i$ が小さいとき $i \in A$ 、 $\hat{y}_i$ が大きいとき $i \in B$ とすることを前提として（例えば） $\text{Ncut}(A, B)$ が最小になるように分割の臨界点が選択される。他にも、 $\hat{y}_i$ の符号に応じて分割すること、 $\hat{y}_i$ の平均値あるいは中央値からの

偏差の符号に応じて分割することなども妥当な選択方法である。

4. 三角化問題の表現

産業連関表の三角化（三角化問題）は、投入係数行列の上三角和を最小化するような産業部門の順序を求める組合せ最適化問題として定式化される（取引額行列を三角化の対象とする場合もある）。この最適化問題のためには、線形計画問題のための単体法や内部経路法に相当するような振る舞いの良い算法は開発されていない。そのため、これまでは発見的算法が提案されてきた^{3), 4), 5), 6)}。本研究では、三角化問題を以下の $\{0, 1\}$ 計画問題として表現し、 $\{0, 1\}$ 計画問題のための一般的な算法を利用する。この手順を採用したことにより、数理計画の分野における算法改良にかかる最新の成果を利用できるというメリットもある。

$$\text{maximize} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n a_{ij} x_{ij}$$

$$\text{subject to} \quad x_{ij} + x_{jk} - x_{ik} \leq 1, \quad -x_{ij} - x_{jk} + x_{ik} \leq 0 \\ (i < j < k; i, j, k = 1, \dots, n)$$

$$x_{ij} + x_{ji} = 1 \quad (i < j; i, j = 1, \dots, n)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i < j; i, j = 1, \dots, n)$$

ここで、 a_{ij} は投入係数行列の (i, j) 要素であり、また x_{ij} は、 $x_{ij} = 1$ のとき、産業部門 i の連番が産業部門 j のそれ以下であることをあらわす $\{0, 1\}$ 変数である。整数制約 $x_{ij} \in \{0, 1\}$ を線形制約 $0 \leq x_{ij} \leq 1$ に緩和して得られる線形計画問題は整数解でない基底解を持つ。したがって、線形計画問題ではなく $\{0, 1\}$ 計画問題を解く必要がある。

謝辞

本研究の遂行に際して三井物産環境基金研究助成 (R07-194) の助成を受けました。記して感謝いたします。

参考文献

- 1) 総務省『平成12年（2000年）産業連関表』（2004）。
- 2) 南斉規介、森口祐一、東野達『産業連関表による環境負荷原単位データブック（3EID）：LCAのインベントリデータとして』国立環境研究所地球環境研究センター、(2002)。
- 3) Nakamura S., Nakajima K., Kondo Y., Nagasaka T.: Journal of Industrial Ecology 11(4), (2007), pp. 50–63.
- 4) Chenery H.B., Watanabe T.: Econometrica 26, (1958), pp. 487–521.
- 5) Simpson D., Tsukui J.: Review of Economics and Statistics 47, (1965), pp. 434–446.
- 6) Korte B., Oberhofer W.: European Economic Review 1, (1970), pp. 482–511.
- 7) Fukui Y.: Econometrica 54, (1986), pp. 1425–1433.
- 8) Shi J., Malik J.: IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 22(8), (2000), pp. 888–905.