



# 勾配情報を考慮できる粒子群最適化による制約付き 数理最適化問題の解の探索

2120019 柴原壮大

情報基盤工学講座 指導教員 奥原浩之

## 要約

群知能は、鳥や魚、アリのコロニーなどのグループの行動に基づく最適化手法である。この技術の一つである粒子群最適化が開発され、様々な研究に応用されている。粒子群最適化は、集団の協調的な探索能力を活かし、解空間を効率的に探索することができるため、多くの問題に対して効果を発揮できる。そこで、粒子群最適化の更新式に勾配情報を加えた非線形変数変換モデルを活用し、その手法を拡張することで、多目的スケジューリング問題への組み込みを行うことを目指す。多目的スケジューリング問題とは、複数の目的（効率性、コスト、納期など）を同時に考慮しながらリソースを最適に配分する難解な問題である。

**キーワード：**粒子群最適化、勾配情報、局所探索、多目的スケジューリング問題、パレート解

## 1 はじめに

粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization:PSO) は、群の中の粒子が持つ最良の情報とそのグループの最適値から過去の探索から考慮した確率的最適化手法であり、ケネディが社会的行動に基づいて開発した並列進化計算技術である[1]。社会的方法と計算方法の両方を扱う PSO に関する標準的な研究がある[2]。

近年、コンピュータサイエンスの発展は、ハードウェアとソフトウェアの有効性が顕著に表れている。その中で大規模問題の最適化の重要性はますます高めている。ソーシャルネットワークサービスの登場により、ログやパスの問題も大規模になっている。最新のコンピュータでこれらの問題を解決するには時間がかかる。

ここで、数ステップでもっとも最適な解が見つかる新しいハイブリッド動的システムを実際の多目的最適化問題に適応する。つまり上下制約条件付き最適化問題に対し直接適用可能な勾配情報を追加した粒子群最適化アルゴリズムを活用し、それを拡張することで、多目的スケジューリング問題へ組み込みを行うことを目的とする。

## 2 多目的最適化の粒子群最適化

### 2.1 粒子群最適化アルゴリズム

PSO は群を成して移動する生物の行動を模範したアルゴリズムである。群をなす生物を粒子としてモデル化し、粒子は最適化問題における候補解を示している。PSO は群の中の粒子がもつ最良の情報とその集団の最適値から過去の探索を考慮し、さらにその集団の各粒子の位置および速度を更新することによって計算される。以下に PSO の解説を示す(図1参照)。

ここで、PSO の探索模式図及び速度と位置の更新式より、各粒子が持つ最良の情報に向かう力、集団の最適値に向かう力、これまでの進行方向に向かう力の3つのベクトルを合成して速度ベクトルを決定し、それを元に次に移動する位置を決定する[3]。

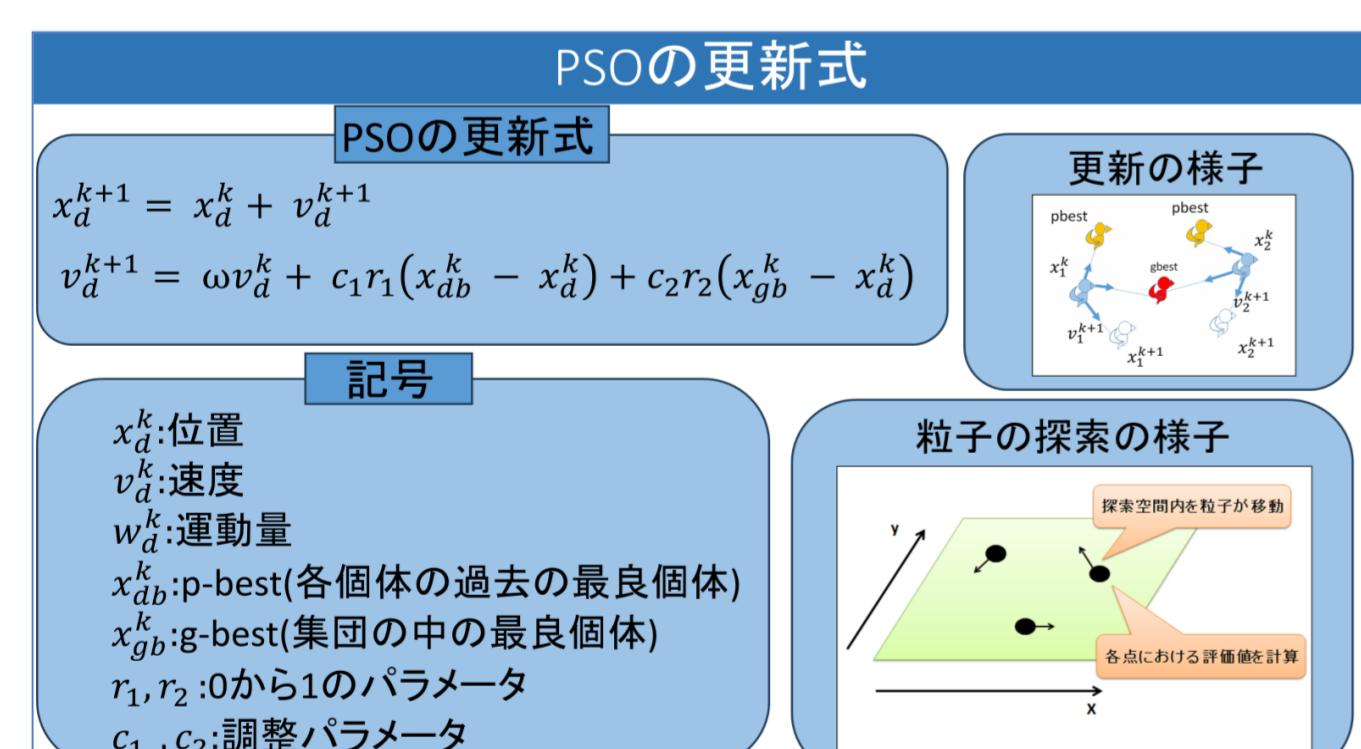


図1 PSOの更新式

### 2.2 制約を考慮した粒子群最適化

上下制約付き最適化問題を解くための PSO モデルを扱う[4]。内部状態表現モデルを導出するために、まず上下制約付き問題を定義し、変数変換式を活用して無制約問題を取得する(図2参照)。また、PSO の更新式の定義式も含め、さらに出力関数を連立させて具体的に記述すると、非線形変数変換モデルの内部情報が得られる。

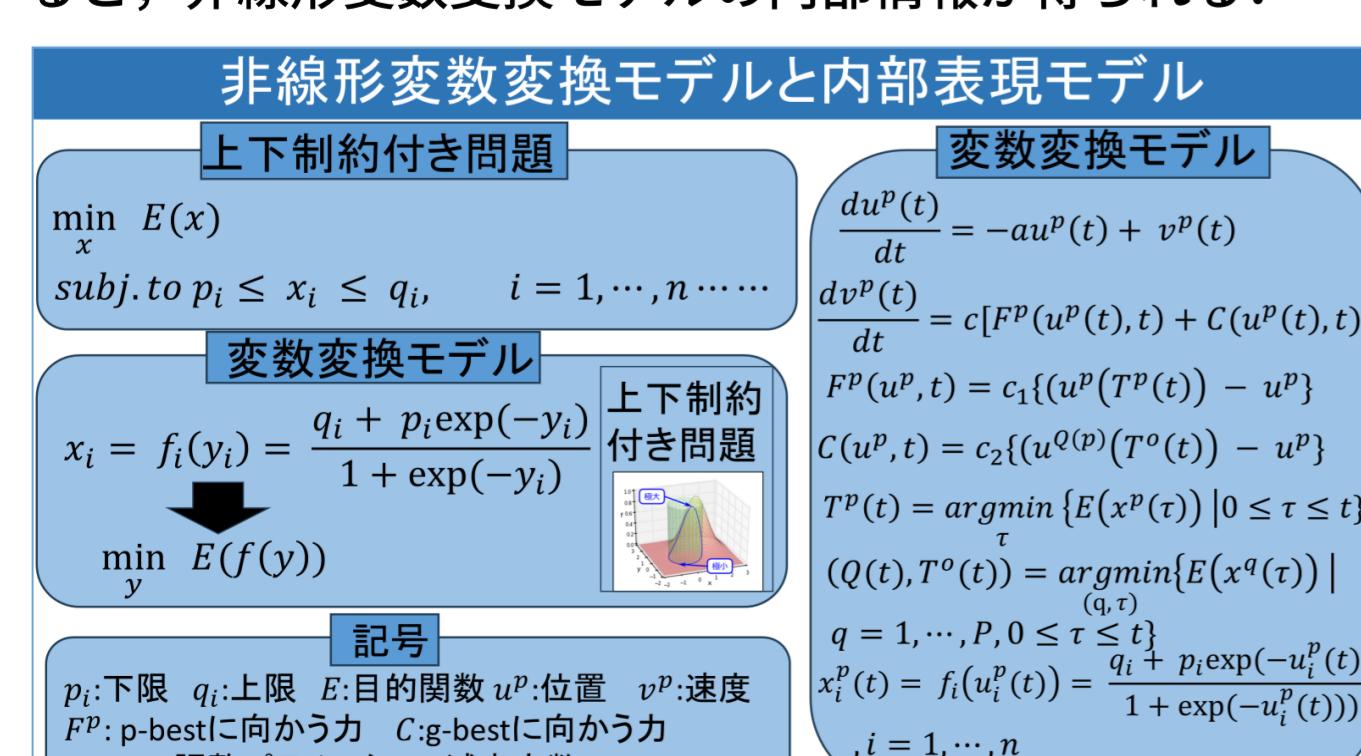


図2 無制約問題への変換と内部状態表現モデル

内部情報をサンプリングパラメータのオイラー法で離散化し、対応する式も加えると形の上では制約を考慮しないPSO モデルが得られる(図3参照)。なお、PSO の更新は、変換式を通じた式によって決まる。また、速度の更新において、勾配情報を追加している。このモデルにおいてサンプリングパラメータの調節で有界領域内に閉じ込められた形で不安定化されることにより、その領域内を走査するカオス的な現象を生み出すことができる期待される。

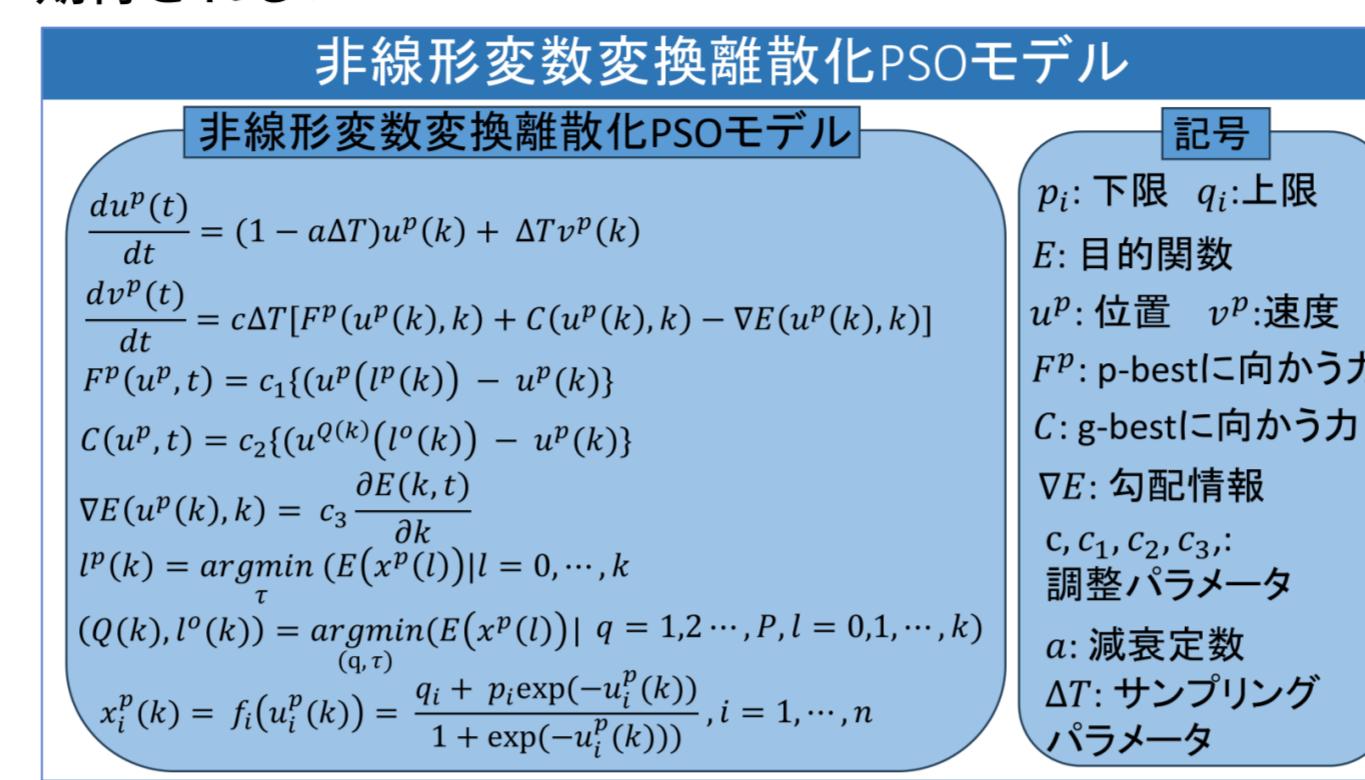


図3 非線形変数変換離散化PSOモデル

### 2.3 多目的最適化のパレート解

最適化問題とは、ある決められた制約条件を満たす範囲内で、何らかの目的を最良にするような問題のことである。一般に最適化とは、単一目的最適化を意味する。最適化問題を解く手法として PSO が知られている。しかし、実問題においては、トレードオフ関係にある複数の目的を同時に考慮し、最適化を行う問題が存在する。それを多目的最適化問題という。一般に多目的最適化問題は、「複数個のトレードオフの関係にある目的関数を与えられた制約条件の元で、何らかの意味で最小化（最大化）する問題」と定義されている。ここで、これらの条件を満たす解をパレート解という。

## 3 多目的スケジューリング問題

### 3.1 多目的スケジューリング問題とは

生産や建設などの1つの大きなプロジェクトの工程において、作業を効率よく進めるため、適切に仕事の順序を決定する問題を一般的にスケジューリング問題(日程計画問題)という。しかし、スケジューリング問題において現実には様々な評価基準があり、それら複数の目的関数を同時に考慮し、バランスあるスケジュールを求めることが現実的であることが多い。

このような複数の目的関数を同時に考慮する問題を多目的スケジューリング問題といい、資金、人数、空間などといったリソースの制約を考慮した最適化が研究されている。

### 3.2 スケジューリング問題の定式化

定式化は、最適化問題を数学的に表現するプロセスであり、問題の核心を捉え、解法を導出するための基盤を提供する。ここでは各種の多目的スケジューリング問題について、一般的な枠組みを用いてその定式化を行う。目的関数、制約条件、変数の定義を行って、具体的な問題設定に応じたアプローチが可能となる。以下に例を示す[5]。

### 多目的スケジューリング問題例

#### 多目的スケジューリング問題

複数の目的を同時に最適化するスケジューリングの問題

例: 仕事の納期、コスト、リソース利用効率

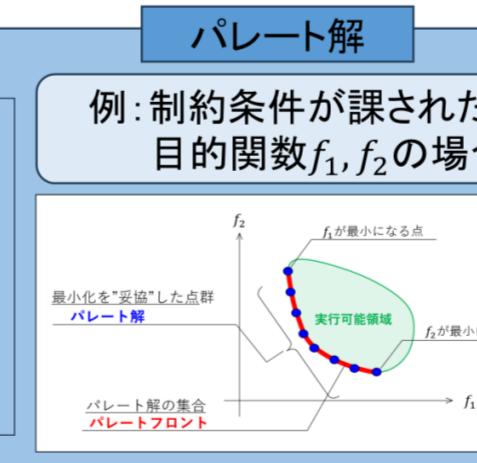
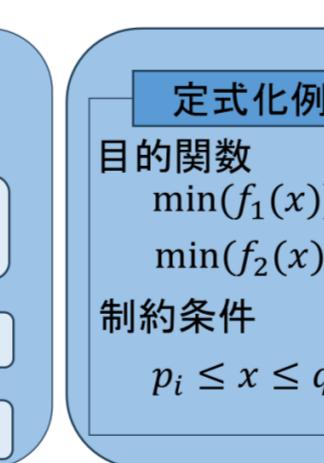
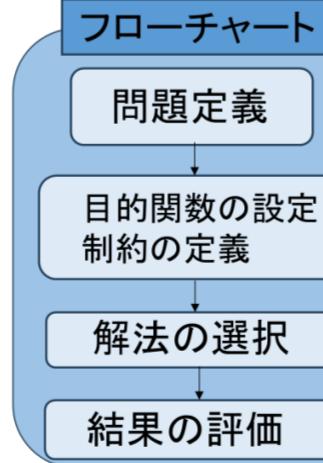


図4 多目的スケジューリング問題の定式化

### 3.3 種々のパレート解の導出法

パレート解の導出法の中から、いくつかの手法を取り上げ、その概要を紹介する(図5参照)。具体的には、( $\mu+\lambda$ )-ES, CMA-ES, SGA, PSO, DE, SA, NSGA-II, MOEA/D といった代表的な手法について論じる。これらのアルゴリズムは、複雑な最適化問題を解決するための基盤を提供しており、実世界のさまざまなシナリオに適応可能である。この中でも、PSO はそのシンプルな構造と高い収束速度から注目されている。さらに、他の最適化手法(例えば、遺伝的アルゴリズムや進化戦略)と組み合わせやすく、ハイブリッド手法を構築することで、さらなる性能向上が期待できる。

これにより、局所解に陥りやすいといったデメリットの改善もしやすいため、PSO は多目的最適化の分野において非常に魅力的な選択肢となっている。

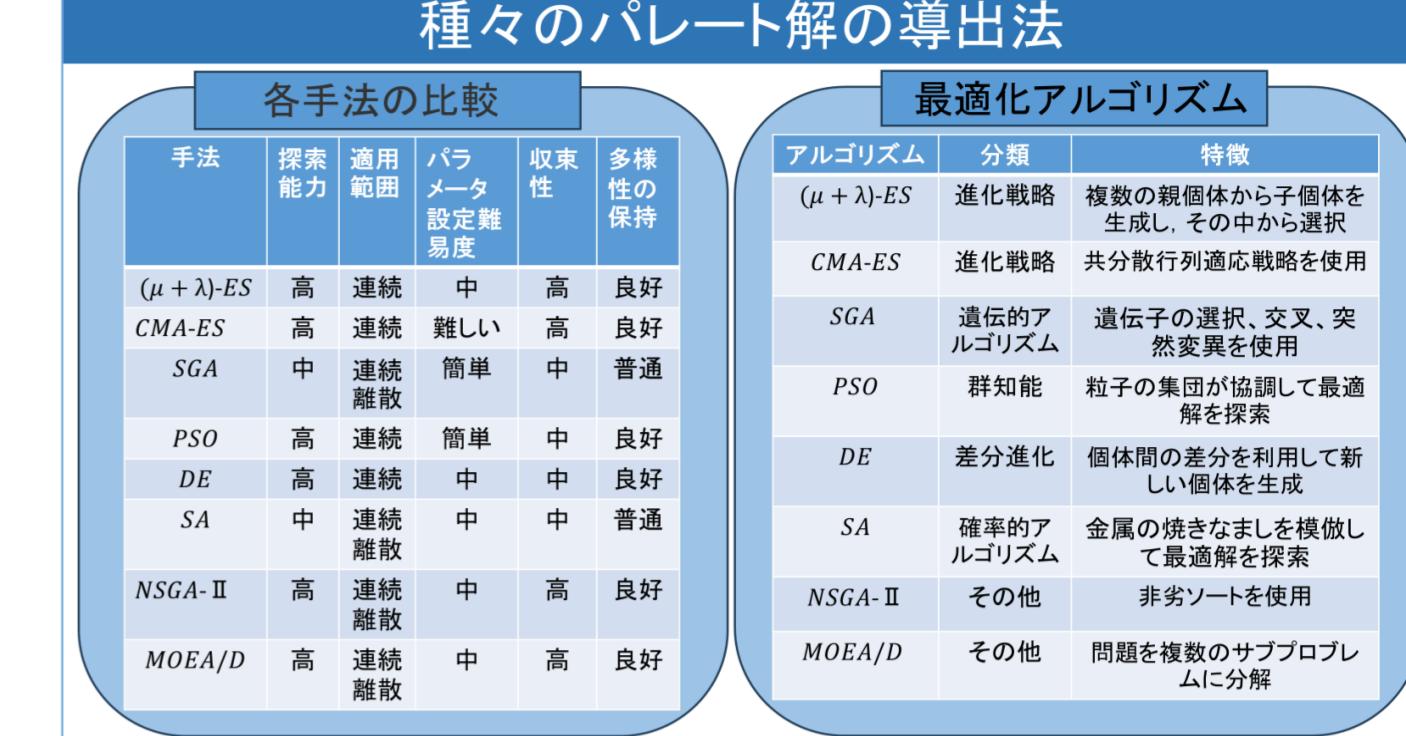


図5 種々のパレート解の導出法

## 4 提案手法

上下制約条件付き最適化問題に対し直接適用可能な勾配情報を追加した粒子群最適化アルゴリズムを拡張し、多目的スケジューリング問題に適応する。具体的には、まず PSO の更新式を力学系モデルとし連続化を試みる。これを上下制約内に閉じ込める非線形変数変換モデルを用いてモデル化する。このモデルを離散化することで、上下制約を直接考慮した離散時間系モデルを構築する。それを拡張し、多目的スケジューリング問題に適応することにより、複数の目的関数を同時に最適化する柔軟性を実現する。

これにより、PSO の探索能力を活かしつつ、制約条件を厳密に満たす解の探索を可能にし、多目的最適化の課題に対してより効率的かつ効果的な解決策を提供する。特に、多目的スケジューリング問題においては、各目的の相互関係を考慮した最適解を導くための工夫が求められる点があり、その要求に応じたアプローチを目指す。

## 5 数値実験ならびに考察

Griewank 関数と Ackley 関数を用いて数値実験を行った(図6参照)。Griewank 関数は、非常に多くの局所解をもつ多峰性関数。Ackley 関数は、大域的最適解の周辺に多数の局所解をもつ多峰性関数である。結果を考えると勾配情報を加えた PSO は従来手法より、最適な値に収束していることがわかる。よって勾配情報を加えた PSO は、多峰性をもつ関数に有效であることが示された。これは、Griewank 関数が非常に多くの局所解をもつという特徴があり、従来手法が局所解に収束してしまう場合が多いことに反して、勾配情報を加えた PSO が Griewank 関数という関数全体を見て、局所解から脱出しているのではないかと考察できる。また、Ackley 関数においても、同様に探索を繰り返す中で、局所解を脱出して大域的最適解に向かっていると考察できる。

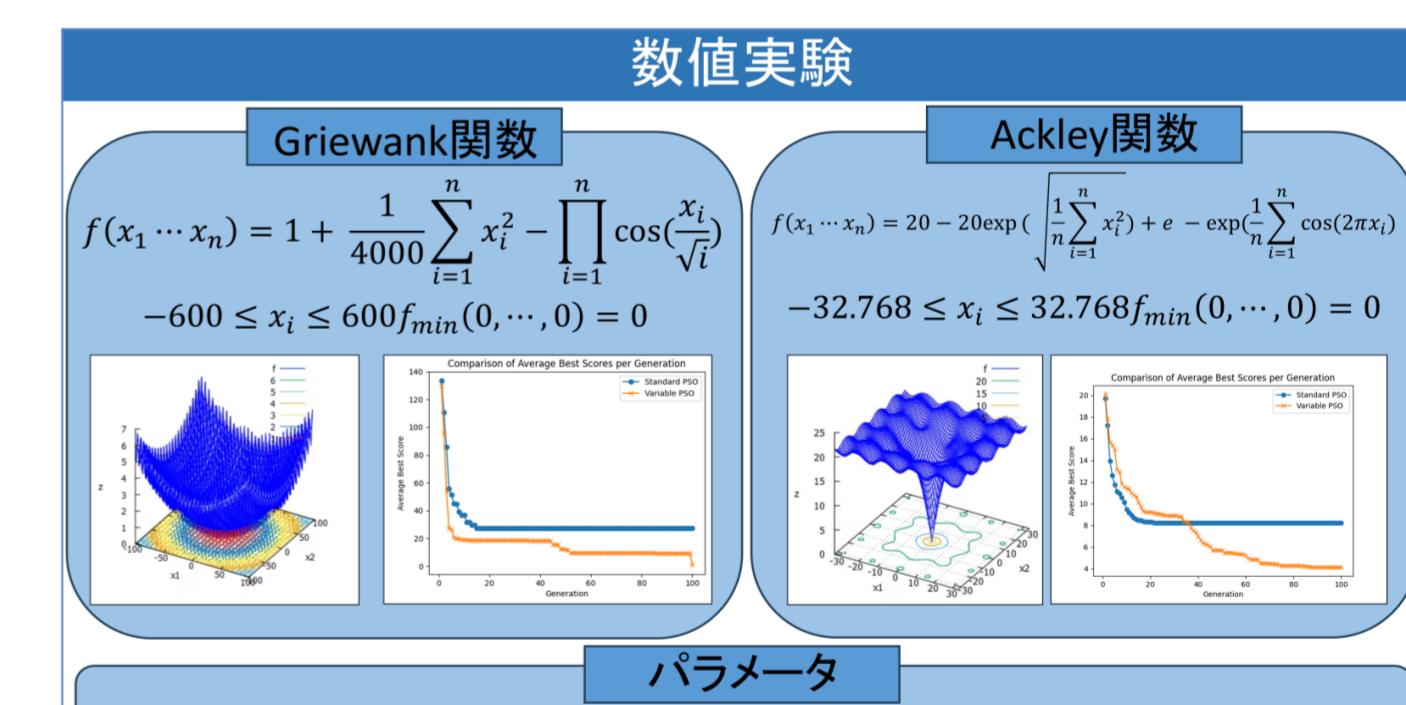


図6 Griewank関数, Ackley関数を活用した数値実験

## 6 おわりに

勾配情報を追加した上下制約条件付き最適化問題に対し直接適用可能な PSO を拡張し、多目的スケジューリング問題の組み込むことを提案した。そこで、このような PSO を多目的スケジューリング問題に適応するに当たって、まず連続系の力学系を想定し、それを上下制約内に閉じ込めた力学系として「非線形変数変換モデル」を利用し、それを離散化することによって、上下制約を直接考慮した PSO 離散時間系モデルを実装した。また、PSO の簡単な数値実験を行った。しかし、実際の問題に適応したわけではない。よって今後は、PSO を拡張し、多目的スケジューリング問題への適応を行う。

## 参考文献

- J. Kennedy, R.C. Eberhart: "Particle swarm optimization", IEEE Conf. on Neural Networks, IV, Piscataway, NJ, pp. 1942-1948 (1995).
- J. Kennedy, R.C. Eberhart, Y. Shi: "Swarm intelligence", Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco, CA, pp. 1942-1948, 2001.
- 石龜 敦司, 安田 恵一郎: "群れの知能: Particle Swarm Optimization", 知能と情報 (日本知能情報ファジィ学会誌), Vol. 20, No. 6, pp. 829-839, 2008.
- 村田