

August 12, 2020

# 内部モデルの精度を考慮したインピーダンス制御法の提案

1715038 清水 豪士

富山県立大学 情報基盤工学講座

August 12, 2020

はじめに

従来の研究概説

改良カルマンフィルタ

内部モデルの適用

考察

まとめ

大脳皮質など高次神経系が関与する運動制御を自動運動制御と区別して随意運動制御という

随意運動制御の発現には5つの過程が考えられる

- 1 目標の設定
- 2 作業空間での手先移動の最適軌道の計画
- 3 目標軌道の関節空間（関節角座標）への変換
- 4 関節角を実現する各関節に与える運動指令の計算
- 5 筋骨格系による運動の発現

人間の行う随意運動制御では、始めはぎこちないが練習を繰り返すと能率良く作業が行えるようになる

これは感覚フィードバックを含む運動制御系のモデル（内部モデル）が小脳内に形成されてフィードフォワード制御がなされるからである

さらに、目的とする運動を実現するには外界の環境に応じて位置と力の制御が必要である

そのために作業に適したインピーダンスを能動的に獲得しなければならない

内部モデルは運動制御を通じた学習により獲得される

人間は未知の運動に対し学習初期においては各筋に力をいれスティフネスを高くし, 学習が進行するにつれスティフネスを低くする

このことは既存の内部モデルで精度の高い運動予測ができない間は感覚情報を参照しながら小さな運動をゆっくり行い, 精度が向上するにつれて感覚情報なしに大きな運動がすばやくできるようになるからである

そこで本研究では習熟を内部モデルの精度に応じたフィードバック制御からフィードフォワード制御への移行, ならびに作業に適したインピーダンスの能動的な実現であると定義する



本章では、内部モデルの精度によりインピーダンスが調節されることで運動制御をする手法を確立する

そのために、有限個のデータ集合に本来観測不可能なデータや欠測データなどの非観測データが含まれるときでも優れた予測が可能であるカルマンフィルタに着目する

非観測データに関する情報が事後確率密度関数を用いて推定されるとき、事後確率密度関数の精度が推定に大きく影響する

そこで、精度を事後確率密度関数に反映させた改良カルマンフィルタを提案する

さらに、内部モデルに改良カルマンフィルタを適用し習熟を説明する

さらに、精度に応じてインピーダンスを学習的に調節する手法について述べる

人の腕を水平面で動く 2 リンクアームとする  
その運動方程式は以下のようなになる

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11}(\theta) & M_{12}(\theta) \\ M_{21}(\theta) & M_{22}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1(\theta, \dot{\theta}) \\ h_2(\theta, \dot{\theta}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1(\dot{\theta}) \\ b_2(\dot{\theta}) \end{bmatrix}. \quad (6.1)$$

$$M_{11}(\theta) = I_1 + I_2 + 2M_2L_1S_2 \cos \theta_2 + M_2L_1^2,$$

$$M_{12}(\theta) = I_2 + M_2L_1S_2 \cos \theta_2,$$

$$M_{21}(\theta) = M_{12} = I_2 + M_2L_1S_2 \cos \theta_2,$$

$$M_{22}(\theta) = I_2,$$

$$h_1(\theta, \dot{\theta}) = -M_2L_1S_2(2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)\dot{\theta}_2 \sin \theta_2,$$

$$h_2(\theta, \dot{\theta}) = M_2L_1S_2\dot{\theta}_1^2 \sin \theta_2,$$

$$b_1(\dot{\theta}) = B_1\dot{\theta}_1, \quad b_2(\dot{\theta}) = B_2\dot{\theta}_2.$$

$\tau_i, \theta_i, \dot{\theta}_i, \ddot{\theta}_i$  は各関節に生成されるトルク, 関節角, 関節角速度, 関節角加速度である

パラメータ  $M_i, L_i, S_i, I_i, B_i$  はそれぞれ各リンクの質量, 長さ, 重心から関節までの長さ, 関節まわりの慣性モーメントおよび, 粘性抵抗の係数を表す

添字  $i$  は各リンクを示し 1 が上腕を 2 が前腕に対応している

一般に, 多リンクアームの手先が外界の環境と相互作用を及ぼしながら運動を行う場合を考える

このときの運動方程式は

$$M(\theta)\ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) + b(\dot{\theta}) = \tau - \tau_{int} \quad (6.2)$$

$M(\theta)$  は慣性項,  $h(\theta, \dot{\theta})$  は遠心力とコリオリ力,  
 $b(\dot{\theta})$  は粘性抵抗である

$\tau_{int}$  は手先と環境との相互作用力  $F_{int}$  を以下のように関節空間において

$$\tau_{int} = J^T(\theta)F_{int} \quad (6.3)$$

と変換したものである

式 (6.3) で,  $J^T(\theta)$  はヤコビ行列  $J(\theta)$  の転置行列を表す環境との相互作用力  $F_{int}$  は対象物の慣性, 粘性, 剛性  $M_e, B_e, K_e$  と平衡点の位置  $x_e$  から

$$F_{int} = M_e \ddot{x} + B_e \dot{x} + K_e (x - x_e) \quad (6.4)$$

で与えられる

いま,  $U$  を作業空間における制御入力として非線形フィードバック補償

$$\tau = h(\theta, \dot{\theta}) + b(\dot{\theta}) + \tau_{int} + M(\theta)J^{-1}(\theta)(U - \dot{J}(\theta)\dot{\theta}) \quad (6.5)$$

を行う

ここで,  $J^{-1}(\theta)$  はヤコビ行列の逆行列である

その結果, 手先位置を  $x$  として, 線形非干渉系  $\ddot{x} = U$  が得られる  
手先の目標位置を  $x_d$ , 目標力を  $F_d$  とする  
作業に適したインピーダンスが

$$M_d d\ddot{x} + B_d d\dot{x} + K_d dx = F_d - F_{int} \quad (6.6)$$

のように定義されるものとする

ここで,  $M_d, B_d, K_d$  は望ましい慣性行列, 粘性行列,  
剛性行列であり,  $dx = x - x_d$  である

このとき作業に適したインピーダンスを実現する制御入力は

$$U = \ddot{x}_d + M_d^{-1}(F_d - F_{int} - K_d dx - B_d d\dot{x}) \quad (6.7)$$

となる

この結果を (6.5) 式に代入することで, 望ましいインピーダンスを実現するトルクが得られる

これらのインピーダンスはニューラルネットを用いた学習で獲得できる

はじめに

従来の研究概説

改良カルマンフィルタ

内部モデルの適用

考察

まとめ

状態方程式と観測方程式が以下のように与えられる可制御, 可観測な線形離散時間系

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{A}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{B}_t \mathbf{u}_t + \mathbf{D}_t \mathbf{w}_t, \quad (6.8)$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{C}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t. \quad (6.9)$$

を考える

ここで,  $\mathbf{x}_t$  は状態ベクトル,  $\mathbf{y}_t$  は観測ベクトル,  $\mathbf{u}_t$  は入力ベクトルである

添字の  $t$  は時刻を表す



初期状態  $x_0$ , 雑音  $w_k, v_k$  の 2 次までのモーメントが

$$E[\mathbf{x}_0] = \bar{\mathbf{x}}_0, \quad E[(\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0)^T] = \mathbf{X}_0, \quad (6.10)$$

$$E[\mathbf{w}_k] = \bar{\mathbf{w}}_k, \quad E[(\mathbf{w}_k - \bar{\mathbf{w}}_k)(\mathbf{w}_l - \bar{\mathbf{w}}_l)^T] = \mathbf{W}_k \sigma_{kl}, \quad (6.11)$$

$$E[\mathbf{v}_k] = \bar{\mathbf{v}}_k, \quad E[(\mathbf{v}_k - \bar{\mathbf{v}}_k)(\mathbf{v}_l - \bar{\mathbf{v}}_l)^T] = \mathbf{V}_k \sigma_{kl}, \quad (6.12)$$

$$E[(\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{w}_k - \bar{\mathbf{w}}_k)^T] = E[(\mathbf{w}_k - \bar{\mathbf{w}}_k)(\mathbf{v}_l - \bar{\mathbf{v}}_l)^T] = E[(\mathbf{v}_k - \bar{\mathbf{v}}_k)(\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0)^T] = 0 \quad (6.13)$$

のように与えられると仮定する

ここで,  $\sigma_{kl}$  は  $k=l$  のとき 1, その他のとき 0 になるクロネッカーのデルタである

クロネッカーのデルタ

$i, j = 1, 2, \dots, n$  とするとき

$\sigma_{ij} = 1(i = j)$  ,  $\sigma_{ij} = 0(i \neq j)$  と定義される関数

さらに, 初期状態  $x_0$ , 雑音  $x_t, v_t$  が互いに独立でガウス分布に従うと仮定して, 観測値  $Y_t \equiv [y_0, y_1, \dots, y_t]^T$  を得たときに状態ベクトル  $x_t$  の最小二乗推定量  $\hat{x}_{(t|t)}$  を導く

そこで, 観測値  $Y_t$  を得たときの状態ベクトル  $x_t$  の条件付き確率  $p(x_t | Y_t)$  を求める

ベイズ公式から

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{Y}_t) = \frac{p(\mathbf{x}_t | \mathbf{Y}_{t-1})p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t)}{\int_{R^n} p(\mathbf{x}_t | \mathbf{Y}_{t-1})p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t)d\mathbf{x}_t} \quad (6.14)$$

となり, 事後確率密度関数  $p(x_t | Y_t)$  を最大化する状態ベクトル  $x_t$  が最尤推定量である

観測値  $Y_{t-1}$  を得た時の状態ベクトル  $x_t$  の条件付き確率  $p(x_t | Y_{t-1})$  の平均ベクトル  $\tilde{x}_t$ , 分散共分散行列を  $M_t$  とする

カルマンフィルタは状態ベクトル  $x_t$  の条件付き周辺分布の平均ベクトルと分散共分散行列を再起的に得る手法である

以下にカルマンフィルタによる状態推定アルゴリズムを示す

$$\hat{\mathbf{x}}_{t|t} = \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} + \mathbf{G}_t \mathbf{e}_t, \quad (6.15)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} = \mathbf{A}_{t-1} \hat{\mathbf{x}}_{t-1|t-1} + \mathbf{B}_{t-1} \mathbf{u}_{t-1}, \quad (6.16)$$

$$\mathbf{e}_t = \mathbf{y}_t - \hat{\mathbf{y}}_{t|t-1} = \mathbf{y}_t - \mathbf{C}_t \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1}, \quad (6.17)$$

$$\mathbf{G}_t = \mathbf{M}_{t|t-1} \mathbf{C}_t^T [\mathbf{C}_t \mathbf{M}_{t|t-1} \mathbf{C}_t^T + \mathbf{V}_t]^{-1}, \quad (6.18)$$

$$\mathbf{M}_{t|t-1} = \mathbf{A}_{t-1} \mathbf{P}_{t-1|t-1} \mathbf{A}_{t-1}^T + \mathbf{D}_{t-1} \mathbf{W}_{t-1} \mathbf{D}_{t-1}^T, \quad (6.19)$$

$$\mathbf{P}_{t-1|t-1} = [\mathbf{I} - \mathbf{G}_{t-1} \mathbf{C}_{t-1}] \mathbf{M}_{t-1|t-2}. \quad (6.20)$$

ここで  $\mathbf{G}_t$  がカルマンゲインである. 初期値は

$$\hat{\mathbf{x}}_{0|0} = \bar{\mathbf{x}}_0, \quad \mathbf{M}_{0|0} = \mathbf{0} \quad (6.21)$$

により与えられる

はじめに

従来の研究概説

改良カルマンフィルタ

内部モデルの適用

考察

まとめ

観測値  $Y_t$  が得たとき, 状態ベクトル  $x_{x+1}$  の最適な予測値  $\hat{x}_{t+1|t}$  は (6.16) 式で与えられる

ゆえに, 1 段予測アルゴリズムは以下のようなになる

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1|t} = \mathbf{A}_t \hat{\mathbf{x}}_{t|t-1} + \mathbf{B}_t \mathbf{u}_t + \mathbf{A}_t \mathbf{G}_t \mathbf{e}_t. \quad (6.22)$$

観測ベクトル  $y_t$  を観測してから, 状態推定値  $\hat{x}_{t|t}$  を求めるには時間遅れが生じる

ある程度, 推定精度が劣化してでも時間遅れを無くしたいときには, 観測ベクトル  $y_t$  の代わりに予測値  $\hat{x}_{t+1|t}$  を用いればよい

一般に, k 段予測アルゴリズムは以下のようなになる

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+k+1|t} = \mathbf{A}_{t+k} \hat{\mathbf{x}}_{t+k|t} + \mathbf{B}_{t+k} \mathbf{u}_{t+k}. \quad (6.23)$$

ここでは, k の増加とともに推定精度は大幅に劣化することとなる

有限個のデータ集合  $Y$  が観測データ  $Y_{obs} \equiv Y_t$  と非観測データ  $Y_{mis}$  から成るとする

非観測データには本来観測不可能なデータや欠測データなどがある  
カルマンフィルタでは観測ベクトル  $y_t$  が欠測であるとき  $Y_t \equiv Y_{t-1}$  として, 事後確率密度関数  $p(x_t | Y_{t-1})$  を得る

このように, 非観測データに関する情報が事後確率密度関数を用いて推定されるとき, 事後確率密度関数の精度が推定に大きく影響する  
そこで, パラメータ  $\beta$  を考慮した以下の事後確率密度関数  $p_\beta(x_t | Y_t)$

$$p_\beta(\mathbf{x}_t | Y_t) = \frac{\{p(\mathbf{x}_t | Y_{t-1})p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t)\}^\beta}{\int_{R^n} \{p(\mathbf{x}_t | Y_{t-1})p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t)\}^\beta d\mathbf{x}_t} \quad (6.24)$$

を定義する

パラメータ  $\beta$  はボルツマン分布の温度に相当し,  $\beta=1.0$  であるならば従来のカルマンフィルタに一致する

# 精度を考慮した改良カルマンフィルタの提案

18/33

はじめに

従来の研究概説

改良カルマンフ  
ィルタ

内部モデルの適用

考察

まとめ

パラメータ  $\beta$  が小さくなると一定値に近づき, 大きくなると事後確率密度関数に強く影響を及ぼす

パラメータ  $\beta$  で精度を考慮した事後確率密度関数にベイズ公式を用いた改良カルマンフィルタを提案する

このとき, 改良カルマンフィルタによる状態推定アルゴリズムは (6.18) 式を

$$\mathbf{G}_t = \beta \mathbf{M}_{t|t-1} \mathbf{C}_t^T [\mathbf{C}_t \mathbf{M}_{t|t-1} \mathbf{C}_t^T + \mathbf{V}_t]^{-1} \quad (6.25)$$

と置き換えるだけで実現できる

状態方程式と観測方程式が (6.8)(6.9) 式で与えられる可制御, 可観測な線形離散時間系を考える

ただし, 状態ベクトル  $x_t$ , 入力ベクトル  $u_t$  は

$$\mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} x_t \\ \dot{x}_t \\ \ddot{x}_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_t = \begin{bmatrix} x_{dt} \\ \dot{x}_{dt} \\ \ddot{x}_{dt} \\ F_{dt} - F_{int} \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

で与えられる

ここで,  $x_{dt}, \dot{x}_{dt}, \ddot{x}_{dt}$  は手先の目標位置, 速度, 加速度であり,  $F_{dt}, F_{int}$  は手先の目標力, 環境との相互作用力である

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{A}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{B}_t \mathbf{u}_t + \mathbf{D}_t \mathbf{w}_t, \quad (6.8)$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{C}_t \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t. \quad (6.9)$$

$A_t, B_t, C_t$  は

$$\mathbf{A}_t = \begin{bmatrix} I & \Delta & \Delta^2/2 \\ O & I & \Delta \\ -M_d^{-1}K_d & -M_d^{-1}B_d & O \end{bmatrix}, \quad (6.27)$$

$$\mathbf{B}_t = \begin{bmatrix} O & O & O & O \\ O & O & O & O \\ M_d^{-1}K_d & M_d^{-1}B_d & I & M_d^{-1} \end{bmatrix}. \quad (6.28)$$

$$\mathbf{C}_t = \begin{bmatrix} I & O & O \\ O & I & O \\ O & O & I \end{bmatrix} \quad (6.29)$$

であるとする

$M_d, B_d, K_d$  は望ましい慣性行列, 粘性行列, 剛性行列であり,  $O, I$  はそれぞれ零行列, 単位行列である

このとき状態方程式は (6.7) 式と等価となり, 作業に適したインピーダンスを実現する制御入力を与えることとなる



人間の随意運動制御は図 6.1 のようにして発現するものとする

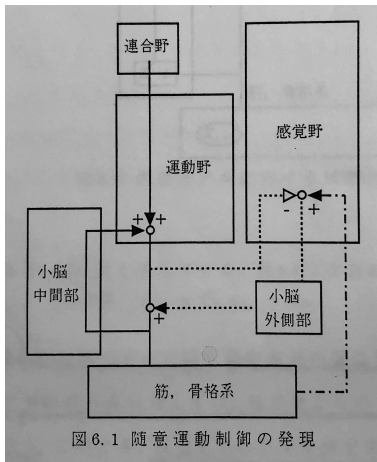


図 6.1 随意運動制御の発現

はじめに

従来の研究概説

改良カルマンフィルタ

内部モデルの適用

考察

まとめ

連合野において目標の設定が行われ運動野へ出力される

運動野では連合野からの入力, ならびに小脳中間部を通して戻ってくる運動修正指令を受け運動指令を出力

小脳中間部は主に体性感覚から運動修正指令を出力

運動指令は小脳外側部を通して得られる視覚を中心とする感覚情報による運動修正指令を受け, 筋骨格系に与えられる

小脳は熟練を必要とする運動制御に関わっている

# 改良カルマンフィルタの内部モデルへの適用

23/33

このとき改良カルマンフィルタを適用した内部モデルを提案する

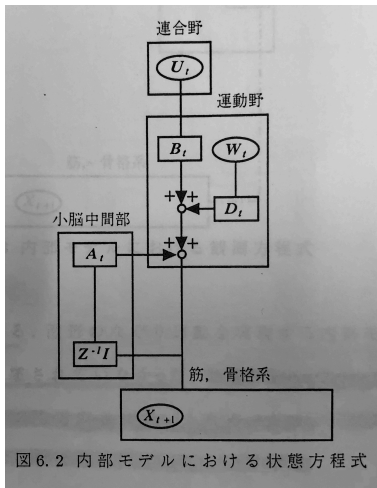


図 6.2 内部モデルにおける状態方程式

図 6.2 は内部モデルにおける状態方程式であり,(6.8) 式を表している

はじめに

従来の研究概説

改良カルマンフィルタ

内部モデルの適用

考察

まとめ

はじめに

従来の研究概説

改良カルマンフィルタ

内部モデルの適用

考察

まとめ

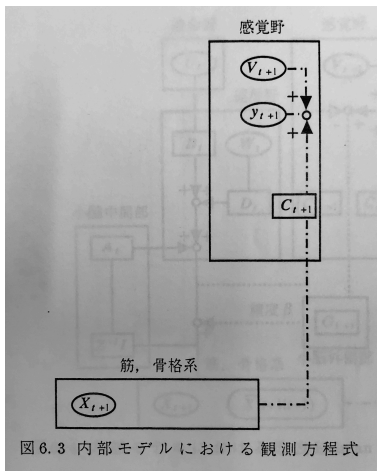


図 6.3 は観測方程式であり,(6.9) 式を表している

# 改良カルマンフィルタの内部モデルへの適用

25/33

このとき改良カルマンフィルタを適用した内部モデルを提案する

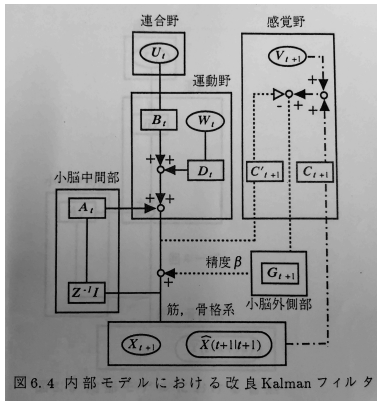


図 6.4 は改良カルマンフィルタであり,(6.15) 式を表している

はじめに

従来の研究概説

改良カルマンフィルタ

内部モデルの適用

考察

まとめ

提案した内部モデルで随意運動制御の習熟を説明する

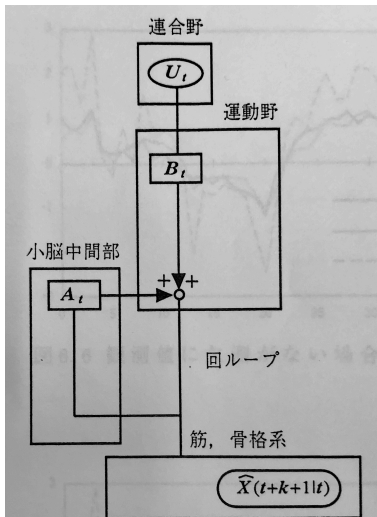


図 6.5 内部モデルにおける習熟

はじめに

従来の研究概説

改良カルマンフィルタ

内部モデルの適用

考察

まとめ

はじめに

従来の研究概説

改良カルマンフィルタ

内部モデルの適用

考察

まとめ

慣れない運動や未知の外乱に対しては, 感覚野からのフィードバックを用いることで運動制御を行う

このとき, 視覚を中心とする感覚情報を必要とるために時間遅れが生じ, 素早い運動を行うことができない

学習が進むにつれて運動野や小脳中間部でインピーダンスが獲得される

さらに習熟すると, 感覚情報の代わりに予測値を用いることにより小脳外側部からの運動修正指令を必要としない素早い運動が可能になる

図形のなぞり運動を実現する内部モデルがあるが腕のダイナミクスが考慮されていなかったが, 改良カルマンフィルタを用いた内部モデルでは腕のダイナミクスも考慮されているため, インピーダンスの調節や望ましいインピーダンスを学習により獲得することができる

改良カルマンフィルタを時系列予測に適用する

信号  $x_t$  はスカラー量であり、信号過程と測定過程はそれぞれ

$$x_{t+1} = a_t x_t + b u_t, \quad (6.30)$$

$$y_{t+1} = c x_{t+1} + w_{t+1} \quad (6.31)$$

のようになる

係数  $a$  は時変であり、 $b$  と  $c$  は一定であり  $b=0.5, c=2.0$  である

雑音  $u_t, w_t$  は互いに独立なガウス分布に従う

信号の初期値  $x_0$  は雑音に独立で、その分布は正規分布  $N(\bar{x}_0, X_0)$  である

ここで、 $\bar{x}_0$  は平均、 $X_0$  は分散である



シミュレーションでは時刻  $t = 0 \sim 40$  の信号  $x_t$  を発生させて改良カルマンフィルタ ( $\beta = 1.0$ ) に観測値  $y_t$  を与えることで, 推定値  $\hat{x}_{t|t}$  を求めた

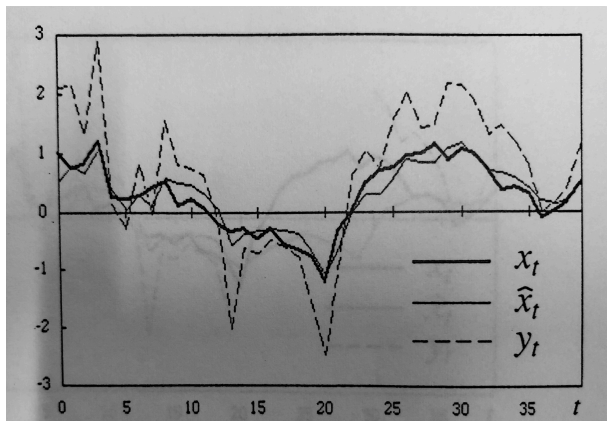


図 6.6 観測値に欠測がない場合 ( $\beta = 1.0$ )

はじめに

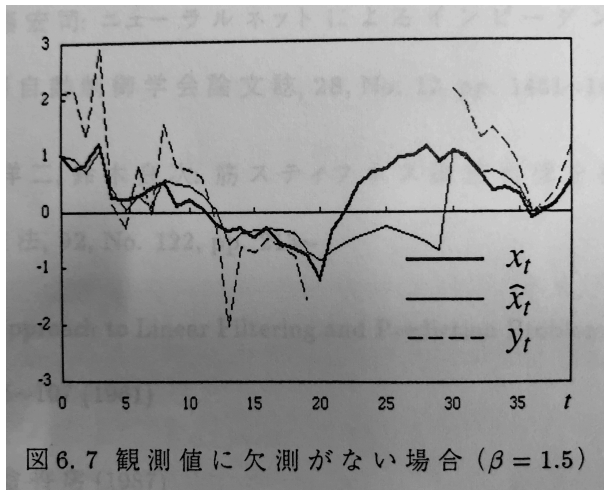
従来の研究概説

改良カルマンフィルタ

内部モデルの適用

考察

まとめ



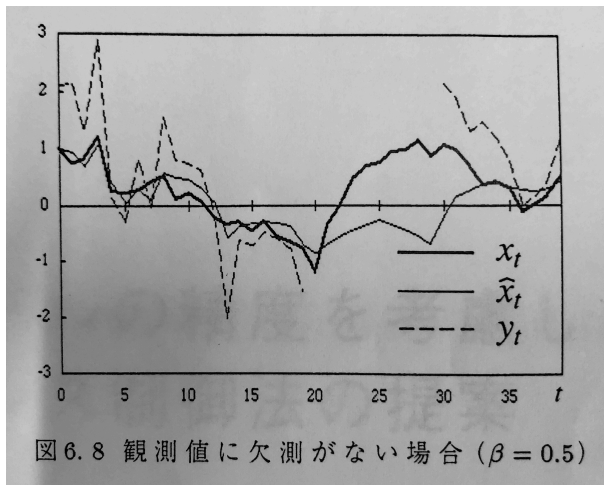


図 6.6 は観測データに欠測がないときの結果である

図 6.6 では推定値  $\hat{x}_t$  が信号  $x_t$  に追従しているのがわかる

このことから、観測値に欠測がないときには、改良カルマンフィルタは通常のカルマンフィルタと同様の機能を有することがわかる

次に  $t = 20 \sim 30$  の間の観測値が欠測であるとする

図 6.7 は改良カルマンフィルタの精度が高い場合 ( $\beta = 1.5$ ) であり、  
図 6.8 は精度が低い場合 ( $\beta = 0.5$ ) である

これらを比較すると、改良カルマンフィルタの精度が高い時は観測が再開されたときの観測誤差に敏感に反応しており、推定値  $\hat{x}_t$  は速やかに信号  $x_t$  に追従していることがわかる

これに対して精度が低いときは反応が鈍く追従性が劣っている。

これらの結果より、改良カルマンフィルタに考慮した事後確率密度分布に対する精度の働きが明らかになった

本章では、習熟を内部モデルの精度に応じたフィードバック制御からフィードフォワード制御への移行, ならびに作業に適したインピーダンスの能動的な実現であると定義した

そこで、内部モデルの精度によりインピーダンスが調節されることで運動制御をする手法を確立した

有限個のデータ集合に非観測データが含まれるときでも優れた予測が可能であるカルマンフィルタに着目し、非観測データの推定に事後確率密度関数の精度を反映させた改良カルマンフィルタを提案した

さらに、内部モデルに改良カルマンフィルタを適用し習熟を説明した

さらに、精度に応じてインピーダンスを学習的に調節する手法について述べた

今後の課題は、内部モデルの精度の決定法とインピーダンス調節との関係を明らかにし、運動制御に内部モデルを用いたシミュレーションを行い有効性を示すことである

さらに、対象物の慣性、粘性、剛性も推定できるようにすることである