電波工学特論レポート

電子・情報工学専攻　2255010　川口晏璃

1.

No. 1

電子・情報工学専攻 2255010 川口晏璃

2022年度 電波工学特論 レポート課題

1)
$$\begin{cases} \nabla \times \mathbb{E} = -\mu \dfrac{\partial \mathbb{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbb{H} = \mathbb{J} + \varepsilon \dfrac{\partial \mathbb{E}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbb{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon} \\ \nabla \cdot \mathbb{H} = 0 \end{cases}$$

$\mathbb{J} = 0$, $\rho = 0$ とすると、

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbb{E} = -\mu \dfrac{\partial \mathbb{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbb{H} = \varepsilon \dfrac{\partial \mathbb{E}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbb{E} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbb{H} = 0 \end{cases}$$

となる。

$$\nabla \times \mathbb{E} = -\mu \frac{\mathbb{H}(t+dt) - \mathbb{H}(t)}{dt} \quad \cdots ①$$

$$\nabla \times \mathbb{H} = \varepsilon \frac{\mathbb{E}(t+dt) - \mathbb{E}(t)}{dt} \quad \cdots ②$$

②より、$\mathbb{E}(t+dt) = \mathbb{E}(t) + \dfrac{dt}{\varepsilon} \nabla \times \mathbb{H}$

①より、$\mathbb{H}(t+dt) = \mathbb{H}(t) - \dfrac{dt}{\mu} \nabla \times \mathbb{E}$

となる。

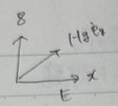
$$\nabla \times \mathbb{E} = \begin{vmatrix} \dot{e}_x & \dot{e}_y & \dot{e}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}, \qquad \nabla \times \mathbb{H} = \begin{vmatrix} \dot{e}_x & \dot{e}_y & \dot{e}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix}$$

空間 x, z より、$\dfrac{\partial}{\partial y} = 0$ となる。定式化は以下である。

$$\nabla \times \mathbb{E} = \left(\cancel{\frac{\partial E_z}{\partial y}} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \dot{e}_x + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \dot{e}_y + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \cancel{\frac{\partial E_x}{\partial y}} \right) \dot{e}_z$$

$$= -\frac{\partial E_y}{\partial z} \dot{e}_x + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \dot{e}_y + \frac{\partial E_y}{\partial x} \dot{e}_z \quad \cdots ③$$

$$\nabla \times \mathbb{H} = -\frac{\partial H_y}{\partial z} \dot{e}_x + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \dot{e}_y + \frac{\partial H_y}{\partial x} \dot{e}_z \quad \cdots ④$$

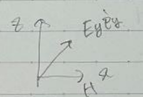


xz平面のTE波について、

③より、$$-\frac{\partial E_y}{\partial z}\dot{e}_x + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\dot{e}_y + \frac{\partial E_y}{\partial x}\dot{e}_z = -\mu\frac{\partial H}{\partial t}$$
$$= -\mu\frac{\partial}{\partial t}(H_y\dot{e}_y)$$

④より、$$-\frac{\partial H_y}{\partial z}\dot{e}_x + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}\right)\dot{e}_y + \frac{\partial H_y}{\partial x}\dot{e}_z = \varepsilon\frac{\partial E}{\partial t}$$
$$= \varepsilon\frac{\partial}{\partial t}(E_x\dot{e}_x + E_z\dot{e}_z)$$

以上より、
$$\begin{cases} \dfrac{\partial E_x}{\partial z} - \dfrac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu\dfrac{\partial H_y}{\partial t} \\ -\dfrac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon\dfrac{\partial E_x}{\partial t} \\ \dfrac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\dfrac{\partial E_z}{\partial t} \end{cases} \quad \cdots ⑤$$
である。



xy平面のTM波について、

③より、$$-\frac{\partial E_y}{\partial z}\dot{e}_x + \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\dot{e}_y + \frac{\partial E_y}{\partial x}\dot{e}_z = -\mu\frac{\partial H}{\partial t}$$
$$= -\mu\frac{\partial}{\partial t}(H_x\dot{e}_x + H_z\dot{e}_z)$$

④より、$$-\frac{\partial H_y}{\partial z}\dot{e}_x + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x}\right)\dot{e}_y + \frac{\partial H_y}{\partial x}\dot{e}_z = \varepsilon\frac{\partial E}{\partial t}$$
$$= \varepsilon\frac{\partial}{\partial t}(E_y\dot{e}_y)$$

以上より、
$$\begin{cases} -\dfrac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu\dfrac{\partial H_x}{\partial t} \\ \dfrac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\dfrac{\partial H_z}{\partial t} \\ \dfrac{\partial H_x}{\partial z} - \dfrac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\dfrac{\partial E_y}{\partial t} \end{cases} \quad \cdots ⑥$$
である。

Yee アルゴリズムによる差分化を行う。
電磁界の各成分を、整数 i, j, k, n に対して以下のように配置する.

$$E_x(x,y,z,t) = E_x(\{i+\tfrac{1}{2}\}\Delta x,\ j\Delta y,\ k\Delta z,\ n\Delta t) \equiv E_x^n(i+\tfrac{1}{2}, j, k)$$
$$E_y(x,y,z,t) = E_y(i\Delta x,\ \{j+\tfrac{1}{2}\}\Delta y,\ k\Delta z,\ n\Delta t) \equiv E_y^n(i, j+\tfrac{1}{2}, k)$$
$$E_z(x,y,z,t) = E_z(i\Delta x,\ j\Delta y,\ \{k+\tfrac{1}{2}\}\Delta z,\ n\Delta t) \equiv E_z^n(i, j, k+\tfrac{1}{2})$$

$$H_x(x,y,z,t) = H_x(i\Delta x,\ \{j+\tfrac{1}{2}\}\Delta y,\ \{k+\tfrac{1}{2}\}\Delta z,\ \{n+\tfrac{1}{2}\}\Delta t) \equiv H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\tfrac{1}{2}, k+\tfrac{1}{2})$$
$$H_y(x,y,z,t) = H_y(\{i+\tfrac{1}{2}\}\Delta x,\ j\Delta y,\ \{k+\tfrac{1}{2}\}\Delta z,\ \{n+\tfrac{1}{2}\}\Delta t) \equiv H_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\tfrac{1}{2}, j, k+\tfrac{1}{2})$$
$$H_z(x,y,z,t) = H_z(\{i+\tfrac{1}{2}\}\Delta x,\ \{j+\tfrac{1}{2}\}\Delta y,\ k\Delta z,\ \{n+\tfrac{1}{2}\}\Delta t) \equiv H_z^{n+\frac{1}{2}}(i+\tfrac{1}{2}, j+\tfrac{1}{2}, k)$$

⑤,⑥式より、

(i) x成分について、

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} \text{ より、}$$

$$-\frac{1}{\Delta z}\left\{H_y^{n-\frac{1}{2}}(i+\tfrac{1}{2}, j, k+\tfrac{1}{2}) - H_y^{n-\frac{1}{2}}(i+\tfrac{1}{2}, j, k-\tfrac{1}{2})\right\} = \frac{\varepsilon}{\Delta t}\left\{E_x^n(i+\tfrac{1}{2}, j, k) - E_x^{n-1}(i+\tfrac{1}{2}, j, k)\right\}$$

$$-\frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \text{ より、}$$

$$-\frac{1}{\Delta z}\left\{E_y^n(i, j+\tfrac{1}{2}, k+1) - E_y^n(i, j+\tfrac{1}{2}, k)\right\} = -\frac{\mu}{\Delta t}\left\{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\tfrac{1}{2}, k+\tfrac{1}{2}) - H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\tfrac{1}{2}, k+\tfrac{1}{2})\right\}$$

(ii) y成分について、

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} \text{ より、}$$

$$\frac{1}{\Delta z}\left\{H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\tfrac{1}{2}, k+\tfrac{1}{2}) - H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\tfrac{1}{2}, k-\tfrac{1}{2})\right\} - \frac{1}{\Delta x}\left\{H_z^{n-\frac{1}{2}}(i+\tfrac{1}{2}, j+\tfrac{1}{2}, k) - H_z^{n-\frac{1}{2}}(i-\tfrac{1}{2}, j+\tfrac{1}{2}, k)\right\}$$
$$= \frac{\varepsilon}{\Delta t}\left\{E_y^n(i, j+\tfrac{1}{2}, k) - E_y^{n-1}(i, j+\tfrac{1}{2}, k)\right\}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \text{ より、}$$

$$\frac{1}{\Delta z}\left\{E_x^n(i+\tfrac{1}{2}, j, k+1) - E_z^n(i+\tfrac{1}{2}, j, k)\right\} - \frac{1}{\Delta x}\left\{E_z^n(i+1, j, k+\tfrac{1}{2}) - E_y^n(i, j, k+\tfrac{1}{2})\right\}$$
$$= -\frac{\mu}{\Delta t}\left\{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\tfrac{1}{2}, j, k+\tfrac{1}{2}) - H_y^{n-\frac{1}{2}}(i+\tfrac{1}{2}, j, k+\tfrac{1}{2})\right\}$$

No.

Date

(iii) z成分について

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \text{ より、}$$

$$\frac{1}{\Delta x}\left\{E_y^n\left(i, j+\tfrac{1}{2}, k+1\right) - E_y^n\left(i, j+\tfrac{1}{2}, k\right)\right\} = -\frac{\mu}{\Delta t}\left\{H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\tfrac{1}{2}, j+\tfrac{1}{2}, k\right) - H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\tfrac{1}{2}, j+\tfrac{1}{2}, k\right)\right\}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

$$\frac{1}{\Delta x}\left\{H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\tfrac{1}{2}, j, k+\tfrac{1}{2}\right) - H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\tfrac{1}{2}, j, k+\tfrac{1}{2}\right)\right\} = \frac{\varepsilon}{\Delta t}\left\{E_z^n\left(i, j, k+\tfrac{1}{2}\right) - E_z^{n-1}\left(i, j, k+\tfrac{1}{2}\right)\right\}$$

(i)〜(iii) より更新式は、

$$E_x^n\left(i+\tfrac{1}{2}, j, k\right) = E_x^{n-1}\left(i+\tfrac{1}{2}, j, k\right) - \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta z}\left\{H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\tfrac{1}{2}, j, k+\tfrac{1}{2}\right) - H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\tfrac{1}{2}, j, k-\tfrac{1}{2}\right)\right\}$$

$$E_y^n\left(i, j+\tfrac{1}{2}, k\right) = E_y^{n-1}\left(i, j+\tfrac{1}{2}, k\right) - \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta z}\left\{H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j+\tfrac{1}{2}, k+\tfrac{1}{2}\right) - H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j+\tfrac{1}{2}, k-\tfrac{1}{2}\right)\right\}$$
$$- \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x}\left\{H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\tfrac{1}{2}, j+\tfrac{1}{2}, k\right) - H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\tfrac{1}{2}, j+\tfrac{1}{2}, k\right)\right\}$$

$$E_z^n\left(i, j, k+\tfrac{1}{2}\right) = E_z^{n-1}\left(i, j, k+\tfrac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta x}\left\{H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\tfrac{1}{2}, j, k+\tfrac{1}{2}\right) - H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i-\tfrac{1}{2}, j, k+\tfrac{1}{2}\right)\right\}.$$

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\tfrac{1}{2}, k+\tfrac{1}{2}\right) = H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j+\tfrac{1}{2}, k+\tfrac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\mu \Delta z}\left\{E_y^n\left(i, j+\tfrac{1}{2}, k+1\right) - E_y^n\left(i, j+\tfrac{1}{2}, k\right)\right\}$$

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\tfrac{1}{2}, j, k+\tfrac{1}{2}\right) = H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\tfrac{1}{2}, j, k+\tfrac{1}{2}\right) - \frac{\Delta t}{\mu \Delta z}\left\{E_x^n\left(i+\tfrac{1}{2}, j, k+1\right) - E_x^n\left(i+\tfrac{1}{2}, j, k\right)\right\}$$
$$+ \frac{\Delta t}{\mu \Delta x}\left\{E_z^n\left(i+1, j, k+\tfrac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i, j, k+\tfrac{1}{2}\right)\right\}$$

$$H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\tfrac{1}{2}, j+\tfrac{1}{2}, k\right) = H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\tfrac{1}{2}, j+\tfrac{1}{2}, k\right) - \frac{\Delta t}{\mu \Delta x}\left\{E_y^n\left(i+1, j+\tfrac{1}{2}, k\right) - E_y^n\left(i, j+\tfrac{1}{2}, k\right)\right\}$$

2．有限要素法（FEM）

有限要素法は，全体積に対してメッシュ（メッシュの形状は三角形または四面体）を切り，材料特性を加味してシミュレーションすることができる．解析は周波数領域で行われる．アルゴリズムは，解析対象領域内で成り立つ方式に対してある重み関数の積を施し，領域内で積分した弱形式を形成する．解析領域内部を小さな有限範囲の要素に分割する．解析領域全体の弱形式は積分で表されるので，それぞれの要素内の積分の総和として表すことができる．各要素における係数行列の総和をとって，領域全体の係数行列を作成し解を求める．

代表的なソフトウェアは ANSYS HFSS が挙げられる．ANSYS HFSS は，アンテナ，アンテナアレイ，RF またはマイクロ波コンポーネントなどの高周波エレクトロニクス製品の設計とシミュレーションのための 3 次元電磁界（EM）シミュレーションソフトウェアである．信頼性の高い自動アダプティブメッシュの改良により，最適なメッシュの決定と生成に時間を費やすことなく設計に集中できる．HFSS は，設計サイクル時間を短縮し，製品の信頼とパフォーマンスを向上させる．