勾配情報にもとづく局所探索を組み込んだハイブリッド粒子群最適化

富山県立大学工学部電子情報工学科　　　　　　指導教員：奥原浩之
1515050　山本聖也

1　はじめに

粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization; PSO) は，群の中の固体（粒子）が持つ最良の情報とそのグループの最適値から過去の探索から考慮した確率的最適化手法であり， ケネディ[1] が社会的行動に基づいて開発した並列進化計算技術である． 社会的方法と計算方法の両方を扱う PSO に関する標準的な研究がある [2].

近年，コンピュータサイエンスの発展は，ハードウェアとソフトウェアの有効性が顕著に表れている．その中で大規模問題の最適化の重要性はますます高めっている．ソーシャルネットワークサービスの登場により，ログやパスの問題も大規模になっている．最新のコンピュータでこれらの問題を解決するには時間がかかってしまう．

本研究では数ステップでもっとも最適な解が見つかる新しいハイブリッド動的システムを提供する．そこで連続 PSO アルゴリズムに勾配法を組み込み，定式化することができる．そこで，提案した手法の有効性を示すことが本研究の目的となっている．

2　PSO の概要

2.1　PSO アルゴリズム

PSO は群をなして移動する生物の行動を模範したアルゴリズムである．群をなす生物をモデル化し，粒子は最適化問題における候補解を示している．PSO は群の中の粒子がもつ最良の情報 (pbest) とその集団の最適値 (gbest) から過去の探索を考慮し，さらにその集団の各粒子の位置および速度を更新することによって計算される．以下に PSO の解説を示す (図 1 参照).

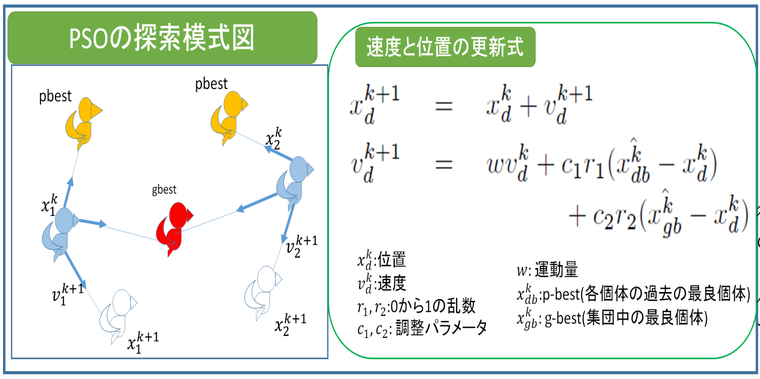

図 1　PSO の概要

ここで，PSO の探索模式図及び速度と位置の更新式より，pbest に向かう $c_1r_1(x_{db}^k - x_d{}^k)$，gbest に向かう $c_2r_2(x_{db}^k - x_d{}^k)$，これまでの進行方向へ向かう wv_d^k の 3 つのベクトルを合成して速度ベクトル $v_i{}^{k+1}$ を決定し，それを元に次に移動する位置 x_d^{k+1} 決定する．

PSO の探索式はランダム要素を含み，同時に最良解情報である pbest と gbest が探索に伴い変化するという時変性を有している [3]. このままの形では理論解析が困難であるので，一つの Particle に着目し，一次元の位置 x と速度 v について考え，さらに pbest と gbest を一つの点に縮約した簡略モデルが提案されている [2]. この簡略モデルは，確定的な線形時不変システムとして表現されており，その安定性を示す (図 2 参照).

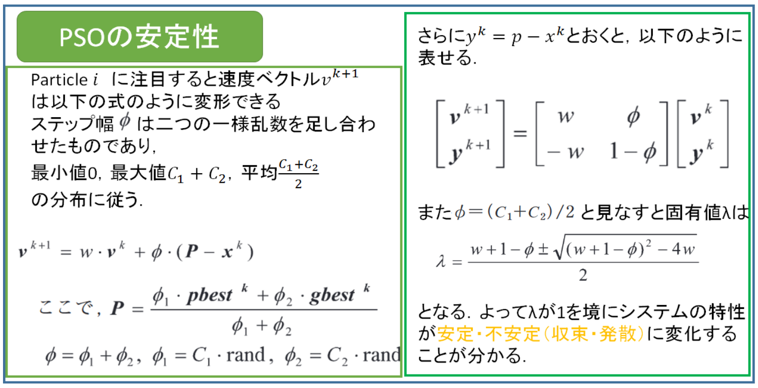

図 2　PSO の安定性

2.2　連続型 PSO アルゴリズム

連続型 PSO アルゴリズム (Continuous Particle Swarm Optimization; CPSO) について述べる．

CPSO で用いるベクトルおよび行列を以下のように定義する (図 3 参

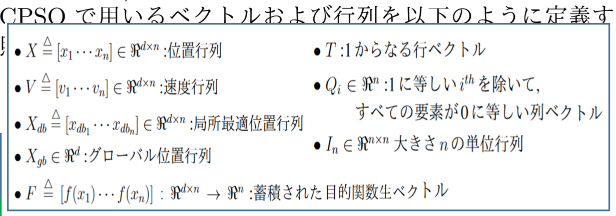

図 3　定義する各ベクトルおよび行列

ベクトル y と $\mathrm{sgn}(y)$ の要素によって与えられる対角要素を持つ対角行列を $\mathrm{diag}[y]$ とする．y の σ 関数を表す．として $\mathrm{sgn}(y) = 1$ if $y > 0$ の場合は，$\mathrm{sgn}(y) = -1$ if $y < 0$.

したがって，正の定数であると仮定すると，最小化のために X の進化を近似することが提案される． また CPSO の安定性解析も議論されている [4].

状態変数 X，V，X_{db} はベクトルではなく，以前に定義された適切な次元の行列であるため、上記の表記法は標準状態空間表記法ではない．また以下に CPSO の位置と速度の更新式と，アルゴリズムについて示す (図 4 参照).

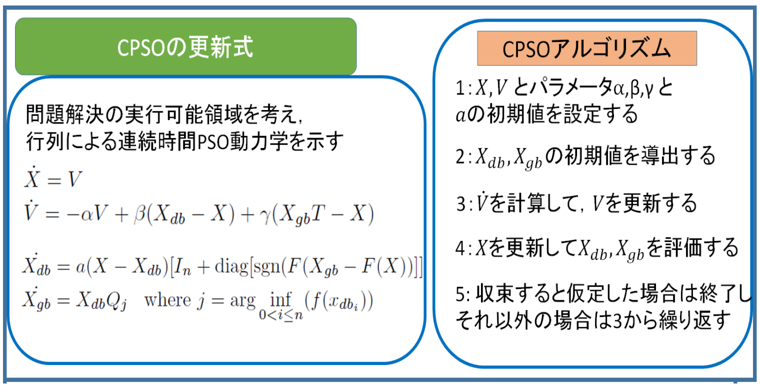

図 4　CPSO の解説

2.3　PSO の探索能力の向上

オリジナルの PSO アルゴリズムに含まれる恣意性を少なくし，より効率的かつ高精度な探索を実現するために勾配法による速度評価を導入している [5, 6]．運動性素子が自分の置かれた近くの環境を知覚してより適合度の高い空間座標を獲得するために，以下のようなセンサリング・アルゴリズムを搭載する．

勾配によるスケーリングパラメータの導入を行う．粒子が投入された探索空間 (ξ, η) には問題に応じた 目的関数 Q が定義されており，粒子はその最大値か最小値を探索するものとする．現時間ステップ k における粒子の位置座標を $(\xi k, \eta k)$ とし，その座標における目的関数の値を Q_k として，粒子の移動に伴う目的関数の変化に注目すると次のような目的関数の離散的な勾配 α が得られる．

勾配 α を，$v_i^{k+1} = \beta^k v_i^k$，$\beta^k = \alpha^{k-1/\alpha k}$ と置くことでランドスケープに合わせた調整が可能となる．つまり，最適点が遠いと思うなら早く，近いと感じるならば遅く移動する．よってオリジナル PSO より精密な探索が実施できる．

3 ハイブリッド PSO の提案

本節では提案手法であるハイブリッド PSO について解説する（図 5 参照）．PSO の応用法である CPSO の応用法であり，X, Y の二つの行列に加えて Z を加えかつ，いくつかのパラメータを与えて再急降下法を用いる．

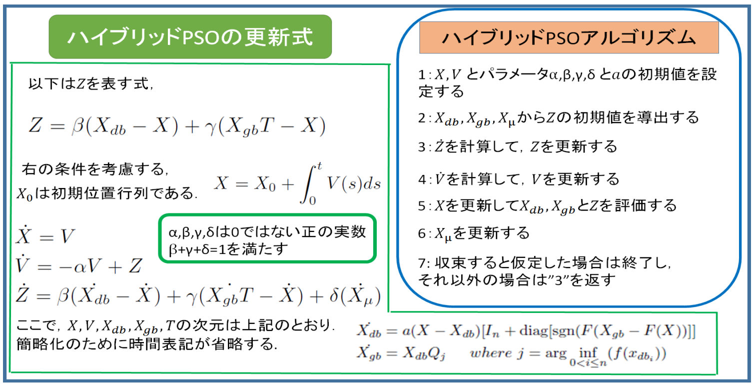

図 5 ハイブリッド PSO の解説

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ などの実数は，PSO と勾配情報を調整するために重み付けするパラメータである． X_μ はニューラルネットワークのダイナミクスに由来する新しい行列である． X_μ は以下で定義する (図 6 参照)．

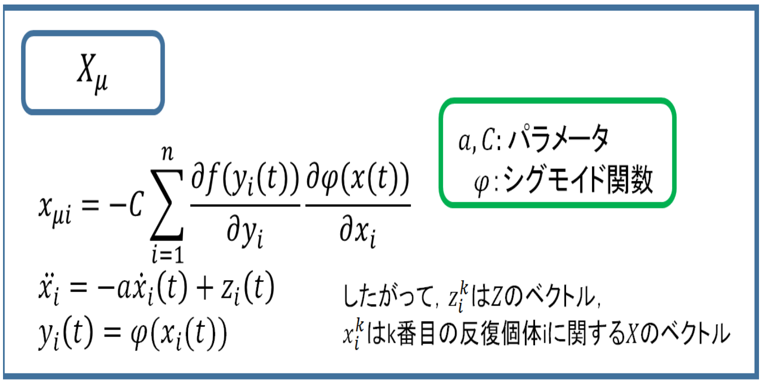

図 6 X_μ の解説

次に，差分法を適用する．理論的な分析の観点から，PSO の $\dot{V}$ と $\dot{x}_i$ は同等のものとみなす．$\beta(\dot{X_{db}} - \dot{X}) + \gamma(\dot{X_{gb}}T - \dot{X})$ は PSO の速度を制御する．$\delta(\dot{X_\mu})$ は勾配情報を制御する．

PSO が有するグローバル探索，ニューラルネットワークが持つ局所最急降下法などがある． 連続時間モデルでは，PSO とニューラルネットワークの組み合わせの理論的アルゴリズムが考慮されるが，分散モデルによって数値シミュレーションが行われる． サンプリング時間の設定は，係数 (β, γ, δ) の値によって変化する．したがって，X_μ を計算して取得する．

4 数値実験ならびに考察

今回は一般的な PSO の数値実験を，評価関数として Griewank を用いて行う（図 7 参照）．粒子をランダムに生成した初期状態とループ回数 100 の場合で比較すると，(0, 0, 0) に向けて収束に向かってるように見える．しかしループ回数を重ねても収束しない．

また別の点に収束してしまう場合もあり，PSO はランダム性を含んだプログラムではあるが，安定性に欠ける結果が出た．またパラメータの値は任意で与えるものなので最適のパラメータを決定することは実際のアプリケーションでは難しい．

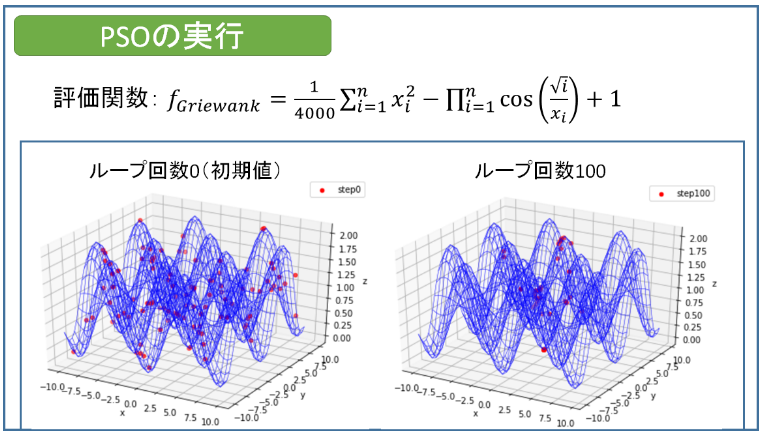

図 7 PSO の実行結果

参考文献

[1] J. Kennedy, R. C. Eberhart, “Particle swarm optimization”, *IEEE Conf. On Neural Networks, IV, Piscataway, NJ*, pp. 1942-1948 (1995).

[2] J. Kennedy, R.C. Eberhart, Y. Shi, “Swarm intelligence”, Morgan Kaumann Publishers, San Fran-cisco, CA, pp. 1942-1948, 2001.

[3] 石亀敦司, 安田恵一郎, “群れの知能：Particle Swarm Optimization”, 知能と情報（日本知能情報ファジィ学会誌）, Vol. 20, No. 6 , pp. 829-839 (2008) .

[4] H. M. Emara and H. A. Abdel Fattah, “Continuous swarm optimization technique with stability analysis”, *Proceeding of the 2004 American Control Conference*, 2811-2817 (2004).

[5] Ryuzaburo SUGINO, Anan National College of Technology: “Numirical Performance of PSO Algorithm Using by Gradient Method”,

[6] M. Jiang, Y. P. Luo and S. Y. Yang, “Stochastic convergenceanalysis and parameter selection of the standard particle swarm optimization algorithm”, *Information Processing Letters* vol. 102, No. 1, pp. 8-16 (2007).