

内示情報を用いた未達率指標による生産計画システムの提案*

上野 信行[†]・川崎 雅也[†]・奥原 浩之[‡]

Mass Customization Production Planning System by Advance Demand Information Based on Unfulfilled-order-rate*

Nobuyuki UENO[†], Masaya KAWASAKI[†] and Koji OKUHARA[‡]

In this paper, we try to model for ‘Naiji System’ which is a unique corporation between a maker and suppliers in Japan. We propose Mass Customization Production Planning & Management System (MCPS) based on unfulfilled-order-rate by using Advance Demand Information, which is called ‘Naiji’. This model is formulated as a nonlinear stochastic programming problem which minimizes the sum of production cost and inventory holding cost subject to the set of probabilistic constraint and some linear production constraints. We propose the new upper bound $SO_n(\rho_{\min})$ to estimate the unfulfilled-order-rate more strictly. The procedure to find a good solution is developed by solving the linear programming problem repeatedly on the basic solution strategy that is ‘relaxation’. A computational load to obtain a solution by the proposed indicator is shown to be very small. Finally, an availability of the procedure is shown.

1. はじめに

生産内示は、日本の製造業界の伝統的な情報共有のやり方であり、購買・生産における効率のよい企業間連携、すなわち日本独特のサプライチェーンマネジメントである[1,2,3]。製造業者は、事前に生産内示をすることにより、部品供給業者に早くから生産準備活動を開始させ、短いリードタイムで確実に部品の納入を受けてきた。また、部品供給業者は、効率的な生産設備の投資や在庫を少なくし、短いリードタイムで注文に応じる生産を行ってきたといえる。最近では、顧客の多様化する要望にこたえ、納入リードタイムがますます短くなり、また注文数量の変動もますます激しい。そのため、受注後、その数量、製造仕様に基づいて生産開始する形態である「受注生産方式」の活用できる範囲は少なく、大半は、受注前から、何がしかの情報あるいは、不確実な予測値に基

づいて中間製品の生産を開始しておき、受注後、確定した製造仕様、数量に基づいて最終製品を生産する形態である「見込み生産方式」にならざるを得ない。そのために、多様化するカスタマイズ製品[4,5]に対して、不確実な需要環境の中でも、効率的な生産納入を実現する生産管理方式の設計指針が不可欠である。

そこで、筆者らは、製造業者から部品供給業者に提示される「内示」、販売業者からメーカーに提示される「参考値」に着目し、これらを顧客から事前に示される生産参考情報、すなわち「内示情報（以下、内示ともいう）」にとらえ、これを用いた新しい生産計画モデルを提案するものである。当然、「内示」は、事前の予定であるから「確定」時には変動している。

本論文は、日本独特の「内示方式」における企業間の内示情報を生産計画にいかすフレームワークを提案し、モデル化を行ったものである。本問題については、すでに、上野らによってMCPS (Mass Customization Production Planning & Management System) が提案され、品切れの度合いを表す指標である未達率を求めるに際して、「各期の在庫は互いに独立である」という仮定のもとで、効率的な解法が示されている[6,7]。今回は、この仮定にとらわれないで、「各期の在庫は互いに相関がある」という前提で、一般的な未達率指標を定義し、「多次元正規分布により表現される確率制約条件と線形の生

* 原稿受付 2009年10月26日

[†] 県立広島大学 Prefectural University of Hiroshima; Ujina Higashi 1-1-71, Minami-ku, Hiroshima 734-8558, JAPAN

[‡] 大阪大学 Osaka University; Yamadaoka 2-1, Suita, Osaka 565-0871, JAPAN

Key Words: production planning system, advance demand information, probabilistic problem, inventory, unfulfilled-order-rate.

産制約のもとで、在庫コストと生産コストの合計の期待値を最小にする確率計画問題」と定式化し、効率的な解法を示す．とくに、未達率指標について、従来の指標よりも、厳密な未達率指標により近い上界値を与える新しい指標を提案する．

なお、内示は、日本独特のものと記載したが、これを「先行需要情報 (Advance Demand Information)」と考えて、在庫補充政策を論じている研究がある [8,9]．いわゆる新聞売り子問題の拡張版であり、先行需要情報を情報として入手することは補充リードタイムを需要リードタイムの長さに応じて削減できるという価値があることなどを示している．しかし、筆者らのモデルと異なり、①生産制約、在庫制約などの生産計画作成の必要な制約条件が織り込めない②在庫コストと在庫切れ機会損失を与えて問題を解くものであるが、在庫切れ機会損失を確定することは実用上困難である③解が求まったときに、注文に対する充足率の度合い (未達率) が提供されないのは生産管理上不都合である④内示確定のサイクルが日本と異なっており、現実の企業間の内示情報を反映していないなどがある．

また、MRP (Material Requirement Planning) において ATP (Available to Promise) システム [10,11,12] が提案されており、先行需要情報としての注文を扱うという点では似ているが、在庫予想と在庫への注文の割り当てが中心であり、問題のタイプが異なる．

2. 内示情報と生産環境

「内示方式」の詳細は、業界により、業種により、企業間の連携の仕方により異なる．すなわち内示は、提示されるタイミングと提示される生産情報期間 (先何日の情報であるか?) により多くの種類がある．たとえば、「毎週金曜日に提示、翌々週の月曜日から先1週間までの日別の生産量に関する参考情報」などである．また、数量が確定した注文情報 (以下、確定注文という) は、納入日 (納期) の数日前から当日までの間に提示されることが多い．したがって、基本形は、「内示情報 (提示される期間と内示量の明細)」と「納入日に対して何日前に提示されるか?」により規定される．Fig. 1 に、部品供給業者 (以下、サプライヤという) が受け取る内示情報の例を示す．3W の金曜日時点では、次月の月次内示 (Monthly forecast order)、翌々週の週次内示 (Weekly forecast order)、先3日の確定注文 (Firm order) が提示されていることがわかる．

この内示情報をサプライヤの基準生産計画に活用することを考える．たとえば、週次内示を用いて毎週金曜日に、翌々週の1週間の生産計画を求めるという場合である．

一方、Fig. 2 に示すように、一般的に製造リードタイムは納入リードタイムより長く、そのために、確定注文 (B) を待ってからでは納入が間に合わない．したがって、

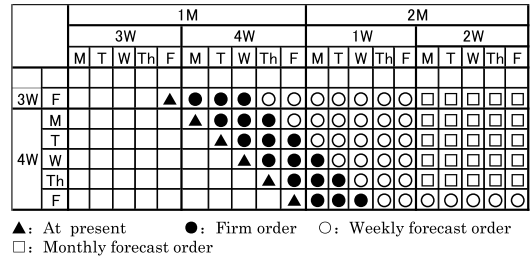


Fig. 1 An example of advance demand information

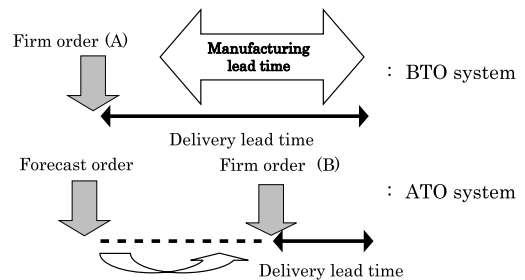


Fig. 2 BTO and ATO system

確定注文 (B) は、内示と大きく異なるとしたうえで、内示情報にもとづいて見込みで生産を開始せざるを得ない．

このような生産環境のなかで、内示は、生産参考値として貴重であるが、時間の経過につれて製造業者の必要量が変わることが当然生じる．市場ニーズの多品種・多仕様化・個性化により、顧客の製品仕様選択範囲が広がり、そのことが、確定注文時に、仕様の変化を起こし、一つの製品から見れば、生産量の変動がさらに大きくなり、内示と確定注文の違いが起きる．このように確定注文は、内示とは異なり、内示が提示されたあと製造業者における注文の変更や生産予定の変動が反映されて、確率的である．すなわち、確定注文 (B) は、Fig. 3 に示すように、「時間変化する内示」に、さらに「内示からの需要のばらつき」が加わったものとなる．

確定注文と内示の関係について説明する．内示は、それが作成された時点における製造業者の注文の集約結果であり、変動がなければその内示どおりに生産されるべき数値である．したがって、内示提示時点から確定注文提示時点までの顧客の要求の変動や生産変動がない限り、確定注文は内示と同じはずである．しかし、製造業者への顧客からの注文変更や生産変動の揺らぎがおこる．そのために、確定注文は、内示を中心として、その付近は出やすいし、そこから外れた値は出にくい．極端に外れ

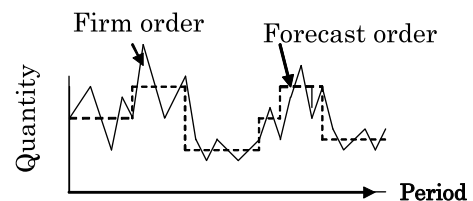


Fig. 3 Forecast order and firm order

る可能性もないではない．すなわち，一度内示として仮り決めした後の，顧客仕様の選択の揺らぎ，生産変動の揺らぎなど細かい揺らぎの積み重ねの結果が確定注文であると解釈できる．

また，従来から不確実な注文に対する在庫管理問題においては，「安全在庫」の考え方が重要な概念である．この安全在庫設定計算において，その安全係数の根拠や需要のばらつきに標準偏差を使うことなど不確実な需要の表現に正規分布を前提にしている場合が多い．

これらのことから，筆者らは，確定注文の表現として，内示を平均値とする正規分布を採用することにしている．

3. 内示情報を用いた生産計画問題

前述の問題の背景，生産環境を踏まえて，内示情報を用いた生産計画はつぎのようにまとめることができる．

3.1 前提条件

- (1) 内示情報はあるが，確定注文では「時間変化する内示」に「ばらつき」が加わったものとなる．需要の分布は，内示を平均値とし，標準偏差が既知の正規分布と仮定する．
- (2) サプライヤの製造リードタイムは，顧客の要求する納入リードタイムより長い．したがって，見込み生産をせざるを得ない．
- (3) 計画サイクルは，1回/週である．先1週間の計画を立案する．結果は，生産指示，購買計画などに活用する．
- (4) 計画目標未達率を考慮できる．未達率(Unfulfilled-order-rate)とは，顧客への納入回数のうち納入未達が発生した回数の比率である．計画目標未達率は，標準のリードタイムのもとで許容される目標未達率である．企業における管理指標である緊急輸送比率，特別輸送比率を当てる．たとえば，3ヶ月に10回の緊急輸送がある場合には，計画目標未達率10%などと決める．
- (5) 最終工程あるいは，ネック工程の製造制約，操業制約，各期の製造能力制約を考慮できる．
- (6) 単位当たりの在庫コスト，単位当たりの製造コストの合計の期待値を最小化する．

従来から，不確実な需要に対して，単位当たりの在庫コストと単位当たりの在庫切れ機会損失を与えて，在庫コストと在庫切れ機会損失の合計の期待値を最小となるように在庫補充を行うモデルがある[8,9,13]．しかし，筆者らは，単位当たりの在庫切れ機会損失を計量することは実務上，非常に困難であるとの認識から，これを使わず期間全体を通じての未達率を定義し，計画目標未達率を制約としてモデルに組み込むこととしている．

3.2 記号

単一品種の実生産計画問題として定式化する．

[記号]

i : 期(ただし $i \leq n$)

d_i : 第 i 期の需要量(正規分布 $N(\bar{d}_i, \omega_i^2)$ に従う.)

\bar{d}_i : 第 i 期の内示

x_i : 第 i 期の生産量

S_i : 第 i 期の在庫量，初期在庫は S_0

p_i : 第 i 期の単位あたりの製造コスト

h_i : 第 i 期の単位あたりの在庫コスト

r : 第 n 期までの生産合計数量

SO_n : 第 n 期までの未達率

β : 計画目標未達率

RC : 製造制約の集合(線形)

σ : バラツキ係数

3.3 未達率の定義

未達率を導出する．

3.3.1 第 i 期の在庫量 S_i とその期待値・分散共分散行列の導出

確定注文は，内示(平均) \bar{d}_i ，需要のばらつき(標準偏差) ω_i の正規分布であり， $d_i \sim N(\bar{d}_i, \omega_i^2)$ と表現する． $d_i = \bar{d}_i + \varepsilon_i$ ， $\varepsilon_i \sim N(0, \omega_i^2)$ ．ここで， $E(\varepsilon_i^2) = \omega_i^2$ ， $E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0$ ， $\forall i \neq j$ である．第 i 期の在庫量は，

$$S_i = S_0 + \sum_{t=1}^i x_t - \sum_{t=1}^i d_t \quad (1)$$

であるから，

$$E[S_i] = S_0 + \sum_{t=1}^i x_t - \sum_{t=1}^i \bar{d}_t \triangleq m_i \quad (2)$$

$$V[S_i] = E[S_i - E(S_i)]^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \cdots + \omega_i^2 \triangleq \sigma_i^2 \quad (3)$$

$$Cov[S_i, S_j] = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \cdots + \omega_i^2 \quad (\forall j > i) \quad (4)$$

となる．(3)，(4)式から，分散共分散行列 Σ は，下記のように構成される．

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \omega_1^2 & \cdots & \omega_1^2 \\ \omega_1^2 & \omega_1^2 + \omega_2^2 & \cdots & \omega_1^2 + \omega_2^2 \\ & & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \omega_1^2 + \omega_2^2 + \cdots + \omega_i^2 & \cdots & \omega_1^2 + \omega_2^2 + \cdots + \omega_i^2 \\ & & & \ddots & \vdots \\ \omega_1^2 & \omega_1^2 + \omega_2^2 & \omega_1^2 + \omega_2^2 + \cdots + \omega_i^2 & \cdots & \omega_1^2 + \omega_2^2 + \cdots + \omega_n^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

また，

$$\begin{aligned} \rho_{ij} &= Cov[S_i, S_j] / \sqrt{V[S_i]V[S_j]} \\ &= \sqrt{\sum_{t=1}^i \omega_t^2} / \sqrt{\sum_{t=1}^j \omega_t^2} = \gamma_i / \gamma_j, \quad j > i \end{aligned} \quad (6)$$

ただし， $\gamma_i = \sqrt{\sum_{t=1}^i \omega_t^2}$ としている．相関行列の上半分を示すと下記ようになる．

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}} & \frac{\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2}} & \cdots & \frac{\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \cdots + \omega_n^2}} \\ & 1 & \frac{\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2}} & \cdots & \frac{\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \cdots + \omega_n^2}} \\ & & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & & 1 & \frac{\omega_1}{\sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + \cdots + \omega_{n-1}^2}} \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \triangleq \{\rho_{ij}\} \quad (7)$$

3.3.2 分散共分散行列 Σ の性質

(1) 逆行列は、下記のように求まる．後述の (10) 式に組み込まれている．結果のみ示す．

$$\Sigma^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} & -\frac{1}{\omega_2^2} & 0 & \cdots & 0 \\ -\frac{1}{\omega_2^2} & \frac{1}{\omega_2^2} + \frac{1}{\omega_3^2} & -\frac{1}{\omega_3^2} & \cdots & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\omega_3^2} & \ddots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \frac{1}{\omega_{n-1}^2} + \frac{1}{\omega_n^2} & -\frac{1}{\omega_n^2} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\omega_n^2} & \frac{1}{\omega_n^2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

(2) $j > i$ として、 $\rho_{ij} = \gamma_i / \gamma_j$ 、 $\gamma_i = \sqrt{\sum_{t=1}^i \omega_t^2}$ と表される．

本問題においては、相関行列が $\gamma_i, i = 1, 2, \dots, n$ のように、 n のパラメータによって規定される．後述するように、この性質により多次元確率分布の効率的な数値計算が可能になる．

3.3.3 未達率 SO_n の定義

n 期間における各期の在庫量、その期待値を n 次元ベクトルとして、 $S = [S_1, S_2, S_3, \dots, S_n]$ 、 $m = [m_1, m_2, m_3, \dots, m_n]$ と表現すると、(5) 式の分散共分散行列を用いて、未達率 SO_n は、下記のように定義される．

$$\begin{aligned} SO_n &\triangleq 1 - \text{Prob}\{S | \bigcap_{i=1}^n [S_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n]\} \\ &= 1 - \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty f(S; m, \Sigma) dS \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、

$$f(S; m, \Sigma) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{|\Sigma|}} e^{-\frac{1}{2} [S - m]^T \Sigma^{-1} [S - m]} \quad (10)$$

である．

(10) 式において、 SO_n は、在庫の平均値を表すベクトル m と分散共分散行列 Σ の関数であることがわかる．したがって、未達率 SO_n は、ベクトル m の関数であることから、(2) 式より、内示 \bar{d}_i 、初期在庫 S_0 、生産量 x_i の関数であるといえ、内示の影響を受けることがわかる．

3.4 定式化

生産計画問題として、たとえば、1週間などの一定期間の内示 \bar{d}_i 、確定注文の分布のパラメータ ω_i 、計画目標

未達率 β 、初期在庫 S_0 、生産制約条件 r 、単位当たりの在庫コスト h_i 、単位あたりの製造コスト p_i が与えられたとき、コストの合計の期待値を最小にする各期の生産量を決定する問題を定式化する．原問題を T 問題と称する．
[T 問題]

$$\text{Minimize } E\left(\sum_{i=1}^n p_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^n h_i \cdot S_i\right) \quad (11)$$

$$\text{s.t. } S_0 + \sum_{t=1}^i x_t - \sum_{t=1}^i \bar{d}_t \geq 0 \quad (\forall i) \quad (12)$$

$$SO_n \leq \beta \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = r \quad (14)$$

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) \in RC \quad (15)$$

$$x_i \geq 0 \quad (\forall i) \quad (16)$$

ここで、 x_i は確定変数（決定変数）、 S_i は確率変数である．また、(11) 式は、製造コストと在庫コストの期待値 (Expectation) を最小化することを表しており、(12) 式は、注文量が内示として決まるときには、在庫量は各期とも非負であることを表し、(13) 式は計画目標未達率制約、(14) 式は期間内生産合計数量制約、(15)、(16) 式は線形の生産制約を表している．

本モデルは、多品種の場合への拡張が可能であり、上野らによりすでに報告されている [6]．多品種の場合には、期別の品種の生産量合計は、設備能力制約の影響を受けることをモデル化する必要があることが指摘されており、これを組み込んだ解法も提案されている．また、未達率について、「各期の在庫が互いに独立である」という仮定のもとで、効率的な解法が示されている．本論文では、この仮定にとらわれずに、各期の在庫は互いに相関があるという前提で、(9)、(10) 式で表現される未達率指標を組み込んだ解法を示すものである．

4. 未達率の数値計算

4.1 従来の未達率指標

在庫量 $S_i, i = 1, \dots, n$ は、互いに独立であるとの仮定のもとで、未達率が提案されている [6]．この未達率を $SO_n(0)$ とすると、

$$SO_n(0) \triangleq 1 - \prod_{i=1}^n \int_0^\infty f(S_i; m_i, \sum_{t=1}^i \omega_t^2) dS_i \quad (17)$$

となり、この計算法は、各期の未達率を算出したうえで、これらの乗算にて求めることができることを示している．すなわち、この数値計算は、1次元の正規確率分布計算を扱えばよく、きわめて簡易的である．

4.2 相関行列 R の特殊性を利用した厳密な数値計算法

(6) 式より, $\rho_{ij} = \gamma_i / \gamma_j$, $\gamma_i = \sqrt{\sum_{t=1}^i \omega_t^2}$ と表現できる.

ここで,

$$z_i = \frac{S_i - m_i}{\sigma_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (18)$$

とおいて, 正規化する. また, $Z = (z_1, z_2, \dots, z_n)$ とおく. すると,

$$\begin{aligned} SO_n &\triangleq 1 - \text{Prob}\{S | \bigcap_{i=1}^n [S_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n]\} \\ &= 1 - \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \dots \int_0^\infty f(S; m, \Sigma) dS \quad (19) \end{aligned}$$

$$= 1 - \int_{-\infty}^{\frac{m_1}{\sigma_1}} \int_{-\infty}^{\frac{m_2}{\sigma_2}} \int_{-\infty}^{\frac{m_3}{\sigma_3}} \dots \int_{-\infty}^{\frac{m_n}{\sigma_n}} f(Z; 0, R) dZ \quad (20)$$

となる. ここで, (20) 式の第 2 項を

$$\begin{aligned} F_n(h_i; \{\rho_{ij}\}) &= \int_{-\infty}^{\frac{m_1}{\sigma_1}} \int_{-\infty}^{\frac{m_2}{\sigma_2}} \int_{-\infty}^{\frac{m_3}{\sigma_3}} \dots \int_{-\infty}^{\frac{m_n}{\sigma_n}} f(Z; 0, R) dZ \quad (21) \end{aligned}$$

ただし,

$$h_i = \frac{m_i}{\sigma_i} \quad (22)$$

とおく.

(21) 式は, R の要素が $\rho_{ij} = \gamma_i / \gamma_j$ という形式で記述できるときは, n 次元正規確率分布計算を $n/2$ あるいは, $(n-1)/2$ 重積分の数値計算で求まることが知られている [14, 15]. 3 期間, 4 期間, 5 期間の $F_n(h_i; \{\rho_{ij}\})$ は, 以下のようになる.

ここで, $\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2}$, $\Phi(t) = \int_{-\infty}^t \phi(t) dt$ は, それぞれ正規分布 $N(0, 1)$ に従う確率密度関数と分布関数である.

(i) 3 期間の場合

$$\begin{aligned} F_3(h_1, h_2, h_3, \{\rho_{ij}\}) &= \int_{-\infty}^{h_2} \Phi\left(\frac{h_1 - (\gamma_1/\gamma_2) \cdot y}{\sqrt{1 - \gamma_1^2/\gamma_2^2}}\right) \\ &\quad \Phi\left(\frac{h_3 - (\gamma_2/\gamma_3) \cdot y}{\sqrt{1 - \gamma_2^2/\gamma_3^2}}\right) \phi(y) dy \quad (23) \end{aligned}$$

(ii) 4 期間の場合

$$\begin{aligned} F_4(h_1, h_2, h_3, h_4, \{\rho_{ij}\}) &= \int_{-\infty}^{h_2} \Phi\left(\frac{h_1 - (\gamma_1/\gamma_2) \cdot y}{\sqrt{1 - \gamma_1^2/\gamma_2^2}}\right) \\ &\quad \left[\int_{-\infty}^{h_4} \Phi\left(\frac{h_3 - (\gamma_3'/\gamma_4') \cdot z}{\sqrt{1 - \gamma_3'^2/\gamma_4'^2}}\right) \phi(z) dz \right] \phi(y) dy \quad (24) \end{aligned}$$

(iii) 5 期間の場合

$$\begin{aligned} F_4(h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, \{\rho_{ij}\}) &= \int_{-\infty}^{h_2} \Phi\left(\frac{h_1 - (\gamma_1/\gamma_2) \cdot y}{\sqrt{1 - \gamma_1^2/\gamma_2^2}}\right) \\ &\quad \left[\int_{-\infty}^{h_4} \Phi\left(\frac{h_3 - (\gamma_3'/\gamma_4') \cdot z}{\sqrt{1 - \gamma_3'^2/\gamma_4'^2}}\right) \right. \\ &\quad \left. \Phi\left(\frac{h_5 - (\gamma_4'/\gamma_5') \cdot z}{\sqrt{1 - \gamma_4'^2/\gamma_5'^2}}\right) \phi(z) dz \right] \phi(y) dy \quad (25) \end{aligned}$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} \gamma_i' &= \sqrt{\gamma_i^2 - \gamma_2^2} \\ h_i' &= (h_i - \rho_{2i} \cdot y) / \sqrt{1 - \rho_{2i}^2} \end{aligned} \right\} \quad i = 3, 4, 5 \quad (26)$$

である.

SO_n の数値計算においては, モンテカルロ法 [16] もあわせて行い, 参考値とした. この場合は, 1 万回の乱数発生により, SO_n の数値計算を行う.

4.3 SO_n の上界を与える新しい指標と数値計算法

相関行列 R を変更した新しい相関行列 R_{\min} を定義する. すなわち,

$$\rho_{\min} = \min_{i,j} (\rho_{ij}), \quad \forall i < j \quad (27)$$

として, 新しく相関行列をその対角要素を除いて,

$$R_{\min} = \{\rho_{\min}\} \quad (28)$$

とおく. 本問題では, (7) 式より明らかなように, $\rho_{\min} \geq 0$ である. 相関行列 R_{\min} は, 対角要素以外のパラメータは一つである. したがって,

$$\begin{aligned} SO_n(\rho_{\min}) &\triangleq 1 - \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \dots \int_0^\infty f(S; m, R_{\min}) dS \\ &= 1 - \int_{-\infty}^\infty \prod_{i=1}^n \left[1 - \Phi\left(\frac{-m_i/\sigma_i + \sqrt{\rho_{\min}} y}{\sqrt{1 - \rho_{\min}}}\right) \right] \phi(y) dy \quad (29) \end{aligned}$$

のように, 1 重の数値積分で計算可能である [16].

4.4 三つの指標の関係

【性質 1】三つの指標の関係は,

$$SO_n \leq SO_n(\rho_{\min}) \leq SO_n(0) \quad (30)$$

となる.

(証明)

二つの相関行列 R , R_{\min} の各要素を比較すると,

$$\rho_{ij} \geq \rho_{\min}, \quad \forall i, j, \quad i \neq j \quad (31)$$

であるから, Slepian の不等式 [17] より,

$$1 - SO_n \geq 1 - SO_n(\rho_{\min}) \quad (32)$$

よって,

$$SO_n \leq SO_n(\rho_{\min}) \quad (33)$$

また, $SO_n(0)$ の相関行列は, 対角要素が 1 でそれ以外は 0 であるから, $\rho_{\min} = 0$ とおいた場合である.

したがって,

$$1 - SO_n(\rho_{\min}) \geq 1 - SO_n(0) \quad (34)$$

よって,

$$SO_n(\rho_{\min}) \leq SO_n(0) \quad (35)$$

(33), (35) 式より, (30) 式が得られる.

(証明終わり)

性質 1 から, $SO_n(\rho_{\min})$ は, $SO_n(0)$ に比べて, 未達率 SO_n により近い上界値であることがわかる. (30) 式が成立することから, 従来の未達率 $SO_n(0)$ は, 厳密な未達率の値より大きくとらえていたといえる.

5. 解法の骨子

5.1 SO_n の漸減性

【性質 2】 SO_n は, x_i に関して単調減少である.

(証明)

SO_n は, m_i に関して, 単調減少であることを証明する. $S^{(1)} \sim N(m^{(1)}, \Sigma)$, $S^{(2)} \sim N(m^{(2)}, \Sigma)$ とおき, $m_i^{(2)} \geq m_i^{(1)}$, $\forall i$ とする.

$Z^{(1)} = S^{(1)} - m^{(1)}$, $Z^{(2)} = S^{(2)} - m^{(2)}$ とすると, $Z^{(1)}$, $Z^{(2)}$ は, それぞれ $N(0, \Sigma)$ の正規分布となる.

$$A^{(1)} = \{S^{(1)} | S_i^{(1)} \geq 0, i = 1, 2, \dots, n\} \quad (36)$$

$$B^{(1)} = \{Z^{(1)} | Z_i^{(1)} \geq -m_i^{(1)}, i = 1, 2, \dots, n\} \quad (37)$$

$$A^{(2)} = \{S^{(2)} | S_i^{(2)} \geq 0, i = 1, 2, \dots, n\} \quad (38)$$

$$B^{(2)} = \{Z^{(2)} | Z_i^{(2)} \geq -m_i^{(2)}, i = 1, 2, \dots, n\} \quad (39)$$

として,

$$\begin{aligned} & \int_{A^{(1)}} f(S^{(1)}; m^{(1)}, \Sigma) dS^{(1)} \\ &= \int_{B^{(1)}} f\{Z^{(1)}; 0, \Sigma\} dZ^{(1)} \leq \int_{B^{(2)}} f\{Z^{(2)}; 0, \Sigma\} dZ^{(2)} \\ &= \int_{A^{(2)}} f(S^{(2)}; m^{(2)}, \Sigma) dS^{(2)} \end{aligned} \quad (40)$$

したがって,

$$1 - \int_{A^{(1)}} f(S^{(1)}; m^{(1)}, \Sigma) dS^{(1)}$$

$$\geq 1 - \int_{A^{(2)}} f(S^{(2)}; m^{(2)}, \Sigma) dS^{(2)} \quad (41)$$

(証明終わり)

性質 2 は, 解法に関して重要である. T 問題の制約領域には, 一つ以上の解があるとする (初期在庫, 生産量がきわめて少ない場合に, 低い未達率の解を求めることは不可能になる場合があり, この場合は, 解はない.) 性質 2 より, 生産量 x_i , $i = 1, 2, \dots, n$ を逐次に (減少することなく) 増やしていくと, SO_n は単調に減少し, 確率制約条件を満たし, 所定の計画目標未達率以下になる. このメカニズムを解法に取り込んでいる.

5.2 解法の基本骨子

すでに報告されている解法 [6, 7] をベースとする. ここでは, 基本骨子のみを記載する.

解法の骨子として, 緩和 (Relaxation) 戦略を採用する. T 問題は (13) 式を含んでいることから, 非線形の確率計画問題である. そこで, T 問題から (13) 式のみを除いた問題を考え, P 問題とし, 部分問題を構成する. すると, P 問題は線形計画問題であり, 容易に解が求まる. この問題を解いたときの解が T 問題の制約を満足する解なら, この解は, 全体の最適解となる. T 問題の制約を満足する解でないなら, それは (13) 式の計画目標未達率制約が守られていないことである. そこで, P 問題を解いたときの解が T 問題の解でないなら, 「ある期 i^0 の未達率がある目標 β_{i^0} 以下になる MP 問題」を構成する.

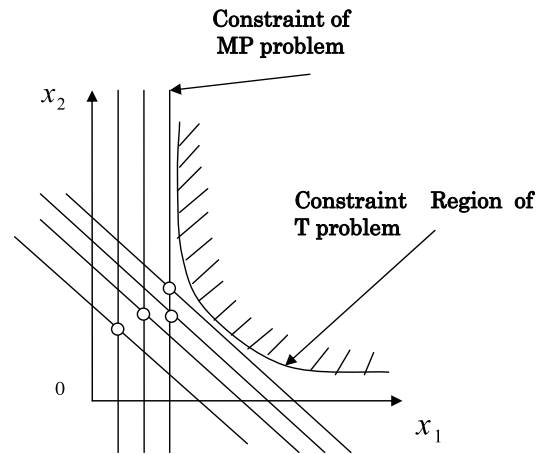


Fig. 4 Basic concept of solving for 2 periods problem

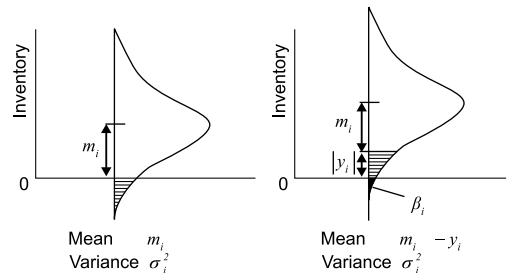


Fig. 5 Improvement of unfulfilled-order-rate

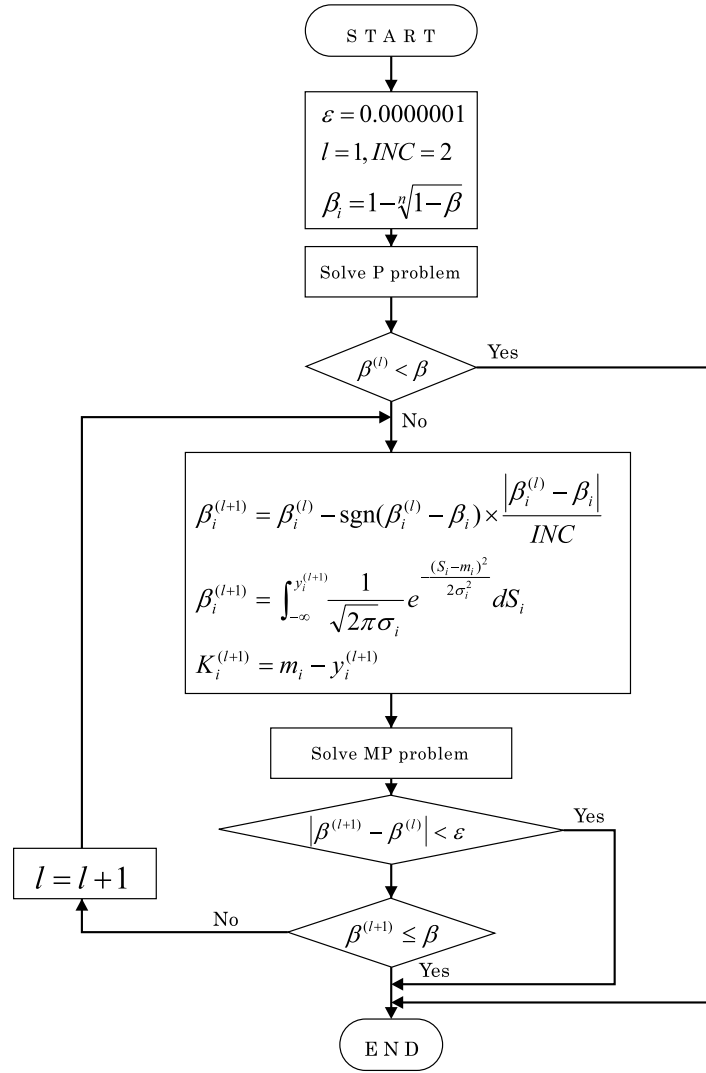


Fig. 6 Algorithm

MP 問題の構成については、P 問題に逐次に、(42) 式を追加すればよい (Fig. 4 参照)。

$$S_0 + \sum_{t=1}^i x_t - \sum_{t=1}^i \bar{d}_t \geq K_i \quad (42)$$

MP 問題の (42) 式の意味を述べる。「第 i 期の在庫量 S_i が目標未達率 β_i 以下である」ためには、Fig. 5 より

$$\beta_i = \int_{-\infty}^y \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{(S_i - m_i)^2}{2\sigma_i^2}} dS_i \quad (43)$$

$$K_i = m_i - y \quad (44)$$

となる y 、 K_i を求める。すると、(2) 式で表される在庫量 S_i の期待値、すなわち、(42) 式の左辺は、 K_i 以上であることが必要である。

5.3 アルゴリズム

1 品種を対象としたアルゴリズムを Fig. 6 に示す。提案したアルゴリズムは、近似解法であるが、非線形確率計画問題を直接扱わず、その部分問題としての MP 問題

(線形計画問題) を逐次に解くことにより解を得ることができる。

イテレーションごとの未達率 $\beta^{(l+1)}$ の計算に関して、4. にのべた SO_n 、 $SO_n(\rho_{\min})$ 、 $SO_n(0)$ を活用する。どの指標を採用するかにより、計算時間と解の精度は異なる。使用する局面に合わせて選定する。

本アルゴリズムは、解を求める途中において未達率とコストをともに算出しており、それらの代替性の比較ができることから、意思決定の判断材料が整っている点において实际的である。

6. 数値計算と考察

6.1 数値計算

1 品種を対象にして、週間生産計画を想定して 5 期間の数値計算を行う。

$S_0 = 18$ 、 $p_i = p = 1$ 、 $h_i = h = 1$ 、 $r = 82$ 、 $\omega_i = \bar{d}_i \times 0.10$ 、 $\beta = 5.0\%$ 、 $\rho_{\min} = 0.144$ である。

数値計算で用いる内示を Table 1 に示す。また、 $SO_n(\rho_{\min})$ が計画目標未達率 5 % になったときの未

達率とコストの結果を Figs. 7, 8, Table 2 に示す.

Figs. 7, 8 より, 未達率はイテレーションごとに漸減し, コストは漸増していることがわかる. また, イテレーションごとに, 三つの未達率は, $SO_n \leq SO_n(\rho_{\min}) \leq SO_n(0)$ となり, (30) 式が成立していることが数値計算上からも確認できる. モンテカル口法による結果も表示している.

Table 1 Forecast order and parameters

Period	1	2	3	4	5
\bar{d}_i	10	12	18	13	15
ω_i	1	1.2	1.8	1.3	1.5

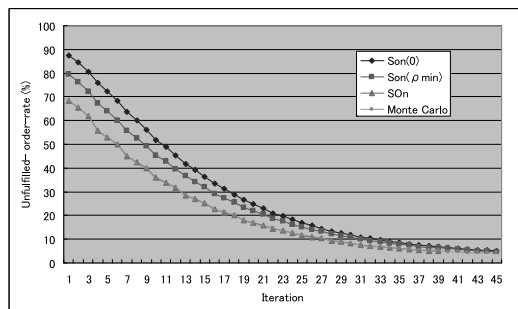


Fig. 7 Result of unfulfilled-order-rate

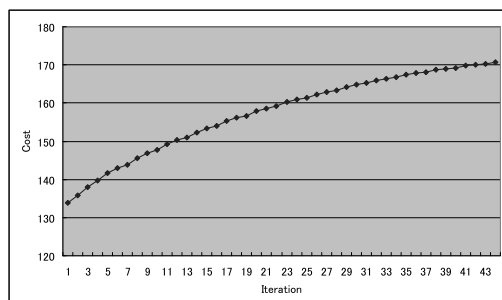


Fig. 8 Result of cost

Table 2 Result of unfulfilled-order-rate [%]

$SO_n(0)$	5.1
$SO_n(\rho_{\min})$	5.0
SO_n	4.0
Monte Carlo	4.1

また, 三つの指標を用いたときの求解までの時間を計測すると, Table 3 のようになった. なお, 実験環境: OS: Windows XP Professional SP2, CPU: Pentium (R) 4 3.40 GHz, Memory: 2.00 GB RAM, 使用ソフト: Excel2003 である.

計算時間は, SO_n の場合に一番大きく, $SO_n, SO_n(\rho_{\min}), SO_n(0)$ の順に小さくなる.

つぎに, 内示を変化させたときの数値計算を Table 4 に示す.

Table 3 Computational time [sec]

$SO_n(0)$	11
$SO_n(\rho_{\min})$	22
SO_n	476
Monte Carlo	3024

6.2 考察

- (1) 三つの未達率は, 数値計算上からも $SO_n \leq SO_n(\rho_{\min}) \leq SO_n(0)$ となり, (30) 式が成立していることが確認できる.
- (2) Table 4 より, $SO_n, SO_n(0)$ の差は 1.1–2.1% 程度である. ρ_{\min} が大きいほど, その差は大きくなる傾向にある. 従来の未達率 $SO_n(0)$ を用いていた場合は, 未達率を実際の値より大きくとらえていたといえる.
- (3) $SO_n(\rho_{\min})$ は, 従来の $SO_n(0)$ に比べて SO_n に近く, 差は 0.1–0.8 % 程度である. ρ_{\min} が大きいほど, その差は大きくなる傾向にある.
- (4) 計算時間は, SO_n の場合に一番大きく, $SO_n, SO_n(\rho_{\min}), SO_n(0)$ の順に小さくなる. また, $SO_n(\rho_{\min})$ は, $SO_n(0)$ に比べて大きく計算時間を増やさない.

以上のことから, 提案した指標 $SO_n(\rho_{\min})$ は, $SO_n(0)$ に比べて未達率 SO_n により近く, 新しい上界値を与えることがわかる. また, 計算時間も数十秒であり, 実用上の新しい指標になりうる. また, 厳密な未達率 SO_n の精度を確保し実用的な計算時間を求めるなら, イテレーションの途中まで $SO_n(\rho_{\min})$ にて計算しておき, 解の近傍のみに, 厳密な未達率指標 SO_n による計算を行うような両指標併用型が实际的である.

7. おわりに

本論文では,

- (1) 内示情報を活用した生産計画モデルを定式化した.
 - (2) 三つの未達率指標の比較を行い, 提案した指標 $SO_n(\rho_{\min})$ は, 厳密な未達率指標の上界値を与え, その差異は, 大略 1 % 程度である. また計算時間も実用的な範囲である.
- 厳密な未達率指標 SO_n の精度を確保し実用的な計算時間を求めるなら, イテレーションの途中まで $SO_n(\rho_{\min})$ にて計算しておき, 解の近傍のみに, 厳密な未達率指標 SO_n による計算を行うような両指標併用型が实际的である.
- (3) 数値計算はすべて EXCEL を用いており, パソコンベースで求解が可能であることがわかる.
- 1 週間程度 (5 期間) の生産計画問題については, 短時間で解が求まり, 十分に実用的である.

本モデルは, 「内示方式」を採用している企業や「内示方式」を採用していないが, 見込み生産に生産参考情報

Table 4 Case studies for 5 periods problem

case	Forecast order	ρ_{\min}	σ	Number of iteration	Unfulfilled-order-rate [%]			
					$SO_n(0)$	$SO_n(\rho_{\min})$	SO_n	Monte Carlo
1	[11, 12, 14, 17, 16]	0.347	0.1	44	5.1	5.0	3.8	3.8
2	[5, 12, 12, 19, 23]	0.144	0.1	28	5.1	5.0	4.0	4.1
3	[15, 10, 6, 19, 23]	0.424	0.1	43	5.6	5.0	3.7	3.65
4	[11, 12, 14, 17, 16]	0.347	0.2	44	5.3	5.0	4.0	4.0
5	[5, 12, 12, 19, 23]	0.144	0.2	40	5.1	5.0	4.0	3.9
6	[15, 10, 6, 19, 23]	0.424	0.2	57	5.8	5.0	3.7	3.7
7	[11, 12, 14, 17, 16]	0.347	0.35	49	5.5	5.0	4.0	4.0
8	[5, 12, 12, 19, 23]	0.144	0.35	45	5.0	5.0	3.9	3.9
9	[15, 10, 6, 19, 23]	0.424	0.35	71	5.8	5.0	3.6	3.6
10	[12, 12, 12, 12, 12]	0.447	0.35	55	5.7	5.0	3.9	3.85

を活用したいと考える企業の基準生産計画（マスター・スケジュール）作成業務において重要な役割を果たすと思われる。

今後は、多くの業種への応用をすすめていく。

謝 辞

本研究を遂行するに当たり有益な助言、情報提供等を賜りましたマツダ（株）の村上重道氏、渋谷宏明氏、およびサプライヤの生産計画立案業務について貴重な教示をいただきました（株）ワイエヌエスの倉本敏明氏、寺迫耕治氏をはじめ諸氏に深く感謝致します。

参 考 文 献

- [1] S. Tayur, R. Ganeshan and M. Magazine: *Quantitative Models for Supply Chain Management*, Kluwer's International Series (1998)
- [2] S. Chopra and P. Meindl: *Supply Chain Management Strategy, Planning and Operation*, Prentice-Hall (2000)
- [3] S. Biller, E. K. Bish and A. Muriel: Impact of manufacturing flexibility on supply chain performance in the automotive industry; *Supply Chain Structures Coordination, Information and Optimization* (J. S. Song and D. D. Yao (eds.)), Kluwer's International Series (2001)
- [4] B. J. Pine: *Mass Customization*, Harvard Business School Press (1993)
- [5] J. H. Gilmore and B. J. Pine: *Markets of One—Creating Customer Unique Value through Mass Customization*, Harvard Business School Press (2000)
- [6] 上野, 古田, 奥原, 渋谷, 倉本: マスカスタマイゼーション対応生産計画システムの多品種モデルへの拡張; システム制御情報学会論文誌, Vol. 18, No. 3, pp. 89–99 (2005)
- [7] N. Ueno, K. Okuhara, H. Ishii, H. Shibuki and T. Kuramoto: Multi-item production planning and management system based on unfulfilled order rate in supply chain; *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol. 50, No. 3, pp. 200–217 (2007)
- [8] R. Hariharan and P. Zipkin: Customer-order information, lead times and inventories; *Management Science*, Vol. 41, No. 10, pp. 1599–1607 (1995)
- [9] G. Gallego and Ö. Özer: Optimal use of demand information in supply chain management; *Supply Chain Structures Coordination, Information and Optimization* (J. S. Song and D. D. Yao (eds.)), Kluwer's Academic Publishers (2002)
- [10] M. O. Ball, C.-Y. Chen and Z.-Y. Zhao: Available to promise; *Handbook of Quantitative Supply Chain Analysis Modeling in the e-Business Era* (D. S. Levi, S. D. Wu and Z.-J. (Max) Shen (eds.)), pp. 447–483 (2004)
- [11] J. F. Proud: *Master Scheduling*, John Wiley & Sons, Inc. (2007)
- [12] K. Sheikh: *Manufacturing Resource Planning (MRP II)*, McGraw-Hill (2003)
- [13] D. Smichi-Levi, X. Chen and J. Bremel: *The Logic of Logistics—Theory, Algorithm, and Application for Logistics and Supply Chain Management* (2nd ed.), Springer (1997)
- [14] R. N. Curnow and C. W. Dunnett: The numerical evaluation of certain multivariate normal integrals; *Ann. Math. Statist.*, 33, pp. 571–579 (1962)
- [15] S. S. Gupta: Probability integrals of multivariate normal and multivariate t; *Ann. Math. Statist.*, 34, pp. 792–828 (1963)
- [16] Y. L. Tong: *The Multivariate Normal Distribution*, Springer-Verlag (1990)
- [17] Y. L. Tong: *Probability Inequalities in Multivariate Distributions*, Academic Press, pp. 10–12 (1980)

著者略歴

うえ の のぶ ゆき
上 野 信 行 (正会員)



1948年12月28日生。1974年大阪大学大学院工学研究科修士課程修了。同年4月住友金属工業(株)に入社,中央技術研究所,本社情報化推進室,和歌山システム部勤務。2001年4月広島県立大学経営学部経営情報学科教授,2004年県立広島大学経営情報学部経営情報学科教授となり,現在に至る。経営・生産分野へのオペレーションズ・リサーチ,サプライチェーンマネジメント,生産情報システムの研究に従事。博士(工学),1976年計測自動制御学会論文賞,1991年日本オペレーションズ・リサーチ学会事例研究奨励賞,1993年日本経営工学会日本マネジメント・ソフトウェア賞,2006年スケジューリング学会賞(技術賞)受賞。日本オペレーションズ・リサーチ学会,スケジューリング学会,日本経営システム学会,経営情報学会などの各会員。日本オペレーションズ・リサーチ学会フェロー。

かわ さき まさ や
川 崎 雅 也



1985年11月28日生。2008年近畿大学工学部情報システム工学科卒業,同年4月県立広島大学大学院総合学術研究科修士課程入学,現在に至る。生産管理,経営情報システムの研究に従事。2010年日本経営工学会中国四国支部長賞受賞。

おく はら こう じ
奥 原 浩 之 (正会員)



1968年9月7日生。1991年岡山大学工学部情報工学科卒業,1993年広島大学大学院工学研究科博士課程前期システム工学専攻修了,1996年広島大学大学院工学研究科博士課程後期システム工学専攻修了。同年4月広島大学工学部第二類(電気系)助手,1998年広島県立大学経営学部経営情報学科講師,助教授を経て,2006年大阪大学大学院情報科学研究科情報数理学専攻助教授,准教授となり,現在に至る。その間,2006年大阪大学金融保険教育センター准教授兼任,2007年台湾国立成功大学客員准教授。ソフトコンピューティング技術の理論と応用に関する研究に従事。博士(工学)。2006年スケジューリング学会技術賞受賞。電子情報通信学会,日本オペレーションズ・リサーチ学会,日本知能情報ファジィ学会,日本経営システム学会などの会員。