

階層ベイズ動的モデルによるブランドスイッチング の分析：グレンジャー因果性検定の利用

宮崎 慧

関西大学商学部

星野 崇宏

名古屋大学大学院経済学研究科

本研究の目的は、複数商品の購買行動間の因果関係を消費者セグメントごとに探索するためのモデルを開発することである。経済時系列解析において、複数時系列間の因果関係を同定する方法の一つにグレンジャー因果性分析があるが、本研究では潜在クラスを導入することで、消費者セグメントごとに各商品の購買行動間のグレンジャー因果性を探索するモデルを開発し、スキャンパネルデータに適用する。これにより、デモグラフィック属性等の異なるセグメントごとに、適切な商品プロモーション活動を推測することが可能となり、また当期のプロモーション等のマーケティング変数の影響を除去した、選好の時間的推移やロイヤルティーを理解することも可能となる。

(スキャンパネルデータ、競合財、潜在クラス、多項プロビットモデル)

1. 序論

消費者は店舗内購買行動の際、多肢選択の意思決定を行う (Manchanda, Ansari & Gupta, 1999)。ここでいう購買行動の中には、洗剤と柔軟剤、ビールとスナック菓子など、ある商品カテゴリーの購買が一方の商品カテゴリーの購買を促進するいわゆる補完財や、複数ブランドなどの競合財の購買行動も含まれる。前者の複数商品カテゴリー購買行動に関する定義、方法論は Russell et al. (1997) によって最初に記述され、後者のブランド選択については非集計の消費者別データを扱った研究がいくつか報告されている(詳しくは阿部・近藤(2008) 7章参照)。

購買行動分析では、より効率的に利益を上げるためにどの商品の販促活動をすればよいか、また各ブランドの行うべきプロモーション活動が何であるかを消費者別に判定することを主な問題としており、そのために消費者別に各商品の購買行動の時系列変化を記録したデータ、つまりスキャンパネルデータの解析を通して、各商品・ブランドの購買行動間の因果関係が探索される。

一方、時系列解析における代表的な統計モデルにベクトル自己回帰モデル (Vector Autoregressive Model, VAR) がある。一般的な m 変量ラグ p の VAR モデルは、当期のベクトル \mathbf{y}_t が $1 \sim p$ 期前のベクトル $\mathbf{y}_{t-1}, \dots, \mathbf{y}_{t-p}$ によって説明され、それに正規分布に従う誤差変数が加えられるモデルである。 \mathbf{y}_t と \mathbf{y}_{t-k} 間の回帰関係を表す行列は自己回帰係数行列

と呼ばれる。VAR モデルではそれぞれの変数が自分自身のみでなく他の変数の過去の値にも依存するのが特徴である。通常の VAR モデルでは同時点の変数間の関係は明示されない。同時点における依存関係を明示した表現は構造型 VAR と呼ばれる。後述するが構造型 VAR は通常識別できるようにするために、経済理論により幾つかの制約条件をモデルに取り込む必要がある。

VAR モデルにおいて、複数時系列間の因果関係を同定する方法の一つにグレンジャー因果性分析がある。これは Granger (1969) によって提唱され、Sims (1972) で一般化された概念であり、「グレンジャーの意味で変数 x から y への因果性がある」とは、「 y の過去のデータだけより、 y と x の過去のデータ両方を用いる方が、変数 y の予測精度が良い」とを意味する。定義から分かるように、グレンジャー因果は通常の因果関係とは概念が異なり、あくまで予測のために用いられる概念である(詳しくは Granger 1969; Sims, 1972 を参照のこと)。VAR モデルにおいて y_{it} で y_{jt} を説明する際のラグ m の自己回帰係数を $\phi_{m,ij}$ とすると、 y_{it} から y_{jt} へのグレンジャー因果性がないことの必要十分条件は以下のように表される。

$$\phi_{1,ij} = \phi_{2,ij} = \cdots = \phi_{M,ij} = 0 \quad (1)$$

つまり y_{it} から y_{jt} への全ラグの回帰係数の値が 0 であることが、グレンジャー因果性がないことの必要十分条件となる。

マーケティングにおいても、ある商品カテゴリー・ブランドの購買履歴が他の商品カテゴリー・ブランドの購買履歴に影響するかを明らかにすることは重要である。ブランド選択など、競合関係にある選択肢を扱う場合、どのブランドからどのブランドへの離反が起こっているか、補完関係にある商品であればどちらの商品がもう一方の商品の購買行動を促進するかを明らかにすることが目標であり、現在までにグレンジャー因果性に関する研究がマーケティングサイエンスにおいてもいくつか報告されている。例えば Leeflang and Wittink (1992) はブランド間の競合反応分析を行っており、あるブランドの価格が、過去の時点における他ブランドの価格及び販促行動による変化を解析する際に、グレンジャー因果性検定を利用している。Siddarth and Chattopadhyay (1998) はテレビコマーシャルでチャンネルを変える行動を決定する要因についての研究をし、従属変数をテレビコマーシャルでチャンネルを変える確率、説明変数をコマーシャル中のブランド識別のためのメッセージなどとし、グレンジャー因果性検定を行っている。Krider, Li, Liu and Weinberg (2005) は映画産業における広告費と売り上げなど、需要と供給間のリード効果とラグ効果の間のグレンジャー因果性を、ベクトル自己回帰モデル (Vector AutoRegressive model, VAR model) を用いて分析している。これらの研究以外にも、マーケティングにおいてグレンジャー因果を探索した研究はいくつか報告されている (Tellis, Yin & Niraj, 2009; Kannan, Pope & Jain, 2009; Nijs, Dekimpe, Steenkamps & Hanssens, 2001 など)。しかしこれらはいずれもメインの解析の前段階として、予備的にグレンジャー因果を検討をするにとどまり、マーケティングにおいて扱われることの多いスキヤーパネルデータを対象にし、複数商品の同時購買行動間のグレンジャー因果そのものを対象とした研究は殆ど見られな

い。経済学では多変量時系列解析が頻繁に行われ、複数経済時系列間の因果関係を分析する際にグレンジャー因果性分析が頻繁に用いられる(山本, 1988; 箕谷, 繩田, 和合, 2007; 和合, 2005)。スキャンパネルデータやPOSデータを時系列データの一種と考えれば、グレンジャー因果性分析を用いた複数の購買履歴の間の因果関係を探索でき、複数商品間の関係が代替財関係の場合グレンジャー因果性はブランドスイッチングを表すことが可能である。さらにプロモーション変数との回帰関係をモデリングすることで、プロモーションの実施とブランドスイッチング行動の関係を明確化することが可能になるはずである。

そこで本研究ではマーケティングにおいて重要なステップであるセグメンテーションと、グレンジャー因果性分析の双方を行うモデルを開発する。具体的には各消費者のデモグラフィック属性によって潜在クラスを決定し、クラスごとで各商品・ブランドの購買意欲を表す潜在効用間のグレンジャー因果性を探索できるモデルを開発する。これにより、例え世帯人数がデモグラフィック属性に含まれる場合、核家族世帯が主に所属するセグメントではブランドAからブランドBへの離反が起こり、ブランドCについては連続して選択する傾向がある一方で、独身世帯が主に所属するセグメントでは逆にブランドBからブランドAへの離反が起こり、ブランドCについては連続して選択する傾向が低いなど、どのセグメントにおいてブランドロイヤルティが形成されつつあるか、それを促進・阻止するためにはどのようなプロモーションを行えばよいかが異なるが、それをIDカードで判別できるようにするなど、商品プロモーション活動のための有用な情報を与えるモデルになると考えられる。さらに購買行動データの背後に潜在効用を仮定し、潜在効用に対するプロモーション変数の影響を探るため、両者に回帰関係を仮定する。これにより、セグメントごとに効果的なプロモーションも探索できるようになり、潜在効用間の自己回帰係数を見ることで、当期のプロモーション効果の影響を除去した上での顧客の自然な購買推移やロイヤルティーを理解することも可能となる。

本モデルは補完財と競合財の選択データ双方に適用できるモデルであるが、特に競合財の選択データに対しては、現在までにスイッチングに基づく競争市場構造分析が提案されている。例えば特定のブランド間でスイッチングが起きたパネル数を計上することで構築されるブランド遷移行列を用いた研究は井上(1998, 2001)に詳しく、ブランドスイッチングとロイヤルティを表す潜在クラスを仮定した研究も紹介されているが、これらの方法では各ブランドで異なるマーケティング変数の効果が分離されず、遷移確率が高くともそれを明示的にブランド・ロイヤルティもしくは習慣的購買行動と解釈することはできない(Paap & Franses, 2001)。なぜなら、プロモーションの効果と消費者のブランドに対する選好の時系列的関係を分離することができないため、遷移行列から得られた結果が各企業の積極的なプロモーション活動によるものなのか、それとも選好関係を表現しているのかを調べることはできないためである。一方、本研究では個々の潜在クラスの特性別に、マーケティング変数に対する反応、デモグラフィック属性と選好の時系列的因果関係を考慮したブランドスイッチング・ロイヤルティの3変数の相互関係を把握することができる手法を開発する。

また本研究で扱うモデルは階層的な離散選択モデルであり、多次元の積分操作を要する

ため、マルコフ連鎖モンテカルロ法を用いたベイズ推定法を用いる。ベイズ推定では階層的なモデリングが容易なため、モデルが複雑な構造を有する場合に有効であり、この利点を生かしたマーケティングデータ解析のためのモデルがいくつか提案されている。Manchanda et. al (1999)は、マーケティング変数を潜在効用に回帰し、さらにその回帰係数にデモグラフィック変数を回帰する階層モデルを提案し、マルコフ連鎖モンテカルロ法を用いてパラメータ推定を行っている。Chib, Seetharaman, and Strijnev (2002)は、家計固有の変量効果(household specific random effect)が直接潜在効用に対する説明変数として導入されている。Montgomery, Li, Srinivasan and Liechty (2004)は閲覧したウェブページの履歴を記録したデータ(クリックストリームデータ)に対し VAR モデルを用い、MCMC 法を用いたベイズ推定を行い、ユーザーのウェブ上での閲覧行動の予測のためにクリックストリームデータがどのように使えるかを示している。Duvvuri, Ansari and Gupta (2007)は商品カテゴリーごとの価格感度(price sensitivity)の相関関係を探索するモデルを提案しており、購買データに対し多変量プロビットモデルを適用し、潜在効用を価格などのマーケティング変数で説明し、マルコフ連鎖モンテカルロ法を用いたベイズ推定法を提案している。本研究も効率的なプロモーション活動を明らかにすることを目的としている点では Duvvuri et. al (2007) と共通しているが、本研究ではデモグラフィック属性によって特徴づけられる潜在クラスを用いて消費者セグメンテーションを行っており、さらにセグメントごとでブランドの潜在効用間にベクトル自己回帰モデルを導入することで、ブランドへの選好の時系列的因果関係をセグメントごとに同定するモデルとなっている。また本モデルにおいて自己回帰係数を 0 に固定、潜在クラスを 1 つに固定すると Duvvuri et. al (2007) のモデルになることから、本モデルは彼らのモデルを包含しているといえる。

またベイズ推定法を用いると、様々な確率的予測モデルを利用したシミュレーションを行うことが可能となる(星野, 2008)。この特長を本提案モデルに生かせば、デモグラフィック変数と購買履歴が判明している消費者の、将来の購買行動予測の精度が向上することが考えられる。

本論文の構成は以下のようになっている。まず 2 節において、複数商品の購買行動の因果性を消費者セグメント(クラス)ごとで分析するためのモデルを記述し、3 節ではマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いたパラメータ推定方法を記述する。4 節では本研究で用いたモデル選択規準である周辺尤度の計算について簡単に触れる。5 節では本提案モデルの有用性を示すため、Information Resources inc. 提供の IRI market data を解析し、有意義な結果を得た。最後に、今後の研究の方向性と課題について議論する。

2. モデル設定

t 期にある商品を購買するかしないかを考える。そのような商品が複数ある場合、消費者 i が t 期にブランド c ($c = 1, \dots, C$) を選択したときは $y_{itc} = 1$ 、選択しなかった場合は $y_{itc} = 0$ と表記する。購買機会は $t = 1, \dots, T_i$ と表し、世帯ごとで異なる。この購買データは潜在効用 u_{itc} の正負によって決定され(多変量 2 項プロビットモデル)、以下のようになる。

$$y_{itc} = \begin{cases} 1 & (u_{itc} > 0) \\ 0 & (u_{itc} \leq 0) \end{cases} \quad (2)$$

つまり各商品の潜在効用の正負によって一つ一つの商品が選択されるかが決まる。仮に全商品の潜在効用が正であった場合全ての商品が選択され、全て負であった場合には全商品が選択されない。サンプルごとで異なる時点をもつデータに対し VAR モデルを適用した類似の研究に Montgomery et al. (2004) があるが、彼らは Web ページの閲覧履歴データを扱い、個人ごとで異なる Web ページの閲覧時点について VAR モデルを適用している。

t 期において複数商品の中から商品を 1 つ購買する場合を考える。この場合、多項プロビットモデルを用いる。消費者 i が t 期にブランド c を選択したときは $y_{it} = c$ と表記し、これは潜在効用 $u_{it} = (u_{it1}, \dots, u_{it[C-1]})$ の値によって以下のように決定される。

$$y_{it} = \begin{cases} c(\neq C) & (u_{itc} > \max(\mathbf{u}_{it,-c}, 0)) \\ C & (\max(\mathbf{u}_{it}) < 0) \end{cases} \quad (3)$$

ここで $\mathbf{u}_{it,-c}$ は \mathbf{u}_{it} から成分 u_{itc} を除いたベクトルである。つまり最後のブランド C の潜在効用を識別性のために 0 に固定したうえで、効用が最大となるブランドが選択されることを(3)式は意味する。

さらに複数商品の購買行動を考えた場合、補完財、競合財とともに商品間で購買意欲が互いに影響し合うと考えるのが自然である。これは各商品の潜在効用間に相関を仮定することでモデル化できる。

2. 1. 潜在効用の表現

購買データ値を(2)式もしくは(3)式のように決定する潜在効用に対し、ベクトル自己回帰モデルを当てはめる。何期前までの効用が現在の効用である従属変数を説明するかに関する時間差をラグと呼び、これを j ($j = 1, \dots, M$) で表す。 t 期における i 番目の消費者について、 X_{it} をマーケティング変数とする。 X_{it} には価格(Price)やディスプレイ(Display)、チラシ広告(Feature)の実施に関するデータが含まれる。さらに消費者は異質な下位集団に分けられると考える。つまり潜在クラス($l = 1, \dots, L$)を設定し、消費者 i が所属する潜在クラスを k_i と表す。マーケティング変数の潜在効用に対する回帰係数を β で表し、これはクラスごとで異なると考える、すなわち β_{k_i} となる。自己回帰係数行列も潜在クラスに依存し、クラス k_i の j 期前の、ブランド c_2 の潜在効用からブランド c_1 の潜在効用に対する自己回帰係数を $\lambda_{k_i c_1 c_2 j}$ とおく。以上の設定のもとで、潜在効用ベクトル $\mathbf{u}_{it} = (u_{it1}, \dots, u_{itC})'$ を以下のように定義する。

$$\mathbf{u}_{it} = X_{it} \beta_{k_i} + \sum_{j=1}^M \Lambda_{k_i .. j} \mathbf{u}_{i[t-j]} + \epsilon_{it}, \quad \epsilon_{it} \sim N(\mathbf{0}, \Sigma_{k_i}) \quad (4)$$

ここで、購買データが(2)式のように決定される場合、

$$\mathbf{u}_{i[t-j]} = (u_{i[t-j]1}, \dots, u_{i[t-j]C})' \quad (5)$$

$$\Lambda_{k_i..j} = \begin{pmatrix} \lambda_{k_i11j} & \dots & \lambda_{k_i1Cj} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{k_iC1j} & \dots & \lambda_{k_iCCj} \end{pmatrix}, \quad X_{it} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & p_{it1} & d_{it1} & f_{it1} \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & p_{it2} & d_{it2} & f_{it2} \\ & & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & p_{itC} & d_{itC} & f_{itC} \end{pmatrix} \quad (6)$$

となり、(3)式のように決定される場合、

$$\mathbf{u}_{i[t-j]} = (u_{i[t-j]1}, \dots, u_{i[t-j][C-1]})' \quad (7)$$

$$\Lambda_{k_i..j} = \begin{pmatrix} \lambda_{k_i11j} & \dots & \lambda_{k_i1[C-1]j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{k_i[C-1]1j} & \dots & \lambda_{k_i[C-1][C-1]j} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$X_{it} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & p_{it1} - p_{itC} & d_{it1} - d_{itC} & f_{it1} - f_{itC} \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & p_{it2} - p_{itC} & d_{it2} - d_{itC} & f_{it2} - f_{itC} \\ & & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & p_{it[C-1]} - p_{itC} & d_{it[C-1]} - d_{itC} & f_{it[C-1]} - f_{itC} \end{pmatrix} \quad (9)$$

となる。

上記の定式化によって、各期において潜在効用に対する当期のマーケティング変数の影響を除去した上での選好の時間的推移を探索することが可能となる。なぜならば(4)式は t 期の効用 \mathbf{u}_{it} を、 $t-1$ 期から $t-M$ 期の効用である $\mathbf{u}_{i[t-1]}, \dots, \mathbf{u}_{i[t-M]}$ 及び t 期のマーケティング変数 X_{it} で説明するモデルであるため、 $\mathbf{u}_{i[t-1]}, \dots, \mathbf{u}_{i[t-M]}$ がマーケティング変数の影響によりどのような値に変化しても、これらの変化した値 $\mathbf{u}_{i[t-1]}, \dots, \mathbf{u}_{i[t-M]}$ と X_{it} が \mathbf{u}_{it} を説明するモデル(つまり(4)式)における自己回帰係数 $\Lambda_{k_i..1}, \dots, \Lambda_{k_i..M}$ は、提案手法を用いて推定できる。従って t 期にマーケティング変数の影響がない場合には(4)式は $\mathbf{u}_{it} = \sum_{j=1}^M \Lambda_{k_i..j} \mathbf{u}_{i[t-j]} + \epsilon_{it}$ となるが、この関係は $t-1$ 期で $\mathbf{u}_{i[t-1]} = \sum_{j=1}^M \Lambda_{k_i..j} \mathbf{u}_{i[t-1-j]} + \epsilon_{i[t-1]}$ となり、さらに過去の期でも同様の関係式が成り立ち、実際に $\mathbf{u}_{i[t-1]}, \dots, \mathbf{u}_{i[t-M]}$ がどのような値であるかに問わらず継続してこの効用間の関係が成り立つ。これが「もしごくすべての期でマーケティング変数の影響がなければ得られる関係」である。これによりマーケティング変数の影響を除去した上での選好の推移、あるいは特定のプロモーションを実施した場合の予測を行うことが可能となる。但し実際には各期でマーケティング変数の影響が存在することを考えると、各時点の効用は過去の効用を経由して過去のマーケティング変数の影響を受ける。従って Λ だけでは効用が決定されないことに注意する。

上記のモデルは誘導型 VAR モデルと呼ばれるが、特に補完財を扱う場合には同時点における商品の双方向の影響度に关心があるため、以下の構造型 VAR モデルが適していると考えられる。

$$\mathbf{u}_{it} = X_{it}\boldsymbol{\beta}_{k_i} + \Lambda_{k_i..0}\mathbf{u}_{it} + \sum_{j=1}^M \Lambda_{k_i..j}\mathbf{u}_{i[t-j]} + \boldsymbol{\epsilon}_{it}, \quad \boldsymbol{\epsilon}_{it} \sim N(\mathbf{0}, I) \quad (10)$$

ここで、 $\Lambda_{k_i..0}$ は潜在効用間の瞬時の因果関係(instantaneous causal relation, 山本(1988))を表し、構造型 VAR の一般的な定義から対角成分は 0 であり、(2), (3)式に対応してそれぞれ

$$\Lambda_{k_i..0} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & \lambda_{k_i1Cj} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{k_iC1j} & \cdots & 0 \end{pmatrix}, \quad \Lambda_{k_i..0} = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & \lambda_{k_i1[C-1]j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{k_i[C-1]1j} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

である。しかし、(10)式は通常識別されない。一般に n 変数構造型 VAR モデルにおいて識別性を確保するためには、 $(n_2 - n)/2$ 個の制約条件を加える必要がある(箕谷ほか(2007))。例えば 2, 3, 4 変数の場合それぞれ 1, 3, 6 本の方程式を制約式として理論や他の情報を用いて事前に設定する必要がある。通常の構造型 VAR モデルにおけるベイズ推定については、Waggoner and Zha (2003) を参照されたい。

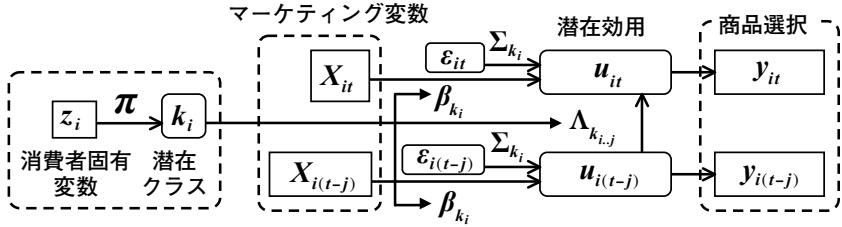
2.2. 潜在クラスのモデル表現

デモグラフィック変数を説明変数にして潜在クラスへの所属を決定する手法は Gupta and Chintagunta (1994) により提案され、ケチャップ購買のスキヤナーパネルデータを解析する際にデモグラフィック変数として年収、世帯人数、世帯主の年齢を用いている。Manchanda et al. (1999) や Chib et al. (2002) は複数の日用品購買データに対し階層ベイズモデルを用い、世帯人数や合計購買回数をデモグラフィック変数として使用している。本研究においても扱うデータは日用品の購買データであり、潜在クラスへの所属は消費者のデモグラフィック変数によって決定するようモデル化する。クラスへの所属の指示変数 k_i は、デモグラフィック変数を説明変数とする以下の名義ロジスティック分布に従うとする。

$$p(k_i = l | \boldsymbol{\pi}, \mathbf{z}_i) = \frac{\exp(\boldsymbol{\pi}'_l \mathbf{z}_i)}{\sum_{j=1}^L \exp(\boldsymbol{\pi}'_j \mathbf{z}_i)} \quad (12)$$

ここで、 $\boldsymbol{\pi} = (\boldsymbol{\pi}'_1, \dots, \boldsymbol{\pi}'_L)'$ はデモグラフィック変数の回帰係数であるが、識別性のため $\boldsymbol{\pi}_L = \mathbf{0}$ とおく。

モデル全体の構造は図 1 のようになる。事前分布、完全条件付事後分布及び MCMC アルゴリズムの詳細は付録に記す。



i : 消費者 t : 時期 j : ラグ l : 潜在クラス k_i : 潜在クラスの指示変数 c : 商品カテゴリー ε_{it} : 誤差変数

図 1: モデルの全体構造

3. モデル選択とグレンジャー因果の探索

ベイズ統計学におけるモデル選択法は、周辺尤度や情報量規準、ベイズファクターなどを用いたモデル間の相対評価と、適合度による絶対評価に大別されるが、本研究では前者を採用し、周辺尤度によるモデル選択を行った。実際の計算にはNewton and Raftery (1994) の方法を用いた。

3.1. Wald 統計量を用いたグレンジャー因果性の探索

本研究の目的のひとつは各商品カテゴリーの購買行動間のグレンジャー因果性を探索することである。これにより当期のマーケティング変数の影響を除去した、ブランド選好構造の時間的因果関係を探索する。VAR モデルのグレンジャー因果性の検定は、全てのラグの自己回帰係数が 0 であることを帰無仮説とした検定問題に帰着される。従って本モデルにおいて、クラス l について変数 c_2 から変数 c_1 へのグレンジャー因果性がないという帰無仮説は、 $\lambda_{lc_1c_2.} = (\lambda_{lc_1c_21}, \dots, \lambda_{lc_1c_2M})'$ とすると

$$H_0 : \lambda_{lc_1c_2.} = \mathbf{0} \quad (13)$$

と表される。これは以下の Wald 統計量を用いて検定を行うことができる。

$$\chi^2_{Wald} = \hat{\lambda}'_{lc_1c_2.} \{ \hat{Cov}(\hat{\lambda}_{lc_1c_2.}) \}^{-1} \hat{\lambda}_{lc_1c_2.} \quad (14)$$

ここで、 $\hat{\lambda}_{lc_1c_2.}$ は推定パラメータベクトル、 $\hat{Cov}(\hat{\lambda}_{lc_1c_2.})$ サンプル列から計算する。この統計量は上記帰無仮説 H_0 のもとで、漸近的にカイ二乗分布 $\chi^2(M)$ に従う。

4. 実証分析：IRI マーケティングデータセット

本提案手法の有用性を記述するために、アメリカの Information Resources Inc. 社提供の IRI マーケティングデータセットを用いた(Bronnenberg, Kruger and Mela, 2008)。解析対象期間は2002年1月から2003年12月までとし、フェイスティッシュ市場の消費者パネルデータ

タを解析した。デモグラフィック変数に用いたのは課税前の世帯の合計収入(Combined Pre-Tax Income of Household), 世帯人数, 解析対象期間中の購買回数である。IRI マーケティングデータで使用可能なデモグラフィック変数は「年収」「世帯人数」「人種」「住居形態」「男性世帯主の年齢区分」「女性の世帯主の年齢区分」「教育水準」「職業」「就業時間」「ペットの有無」「子どもの年齢区分」「結婚暦」だが, 世帯主の年齢区分の基準は不明のため使用是不可能である。当該セグメントへのアクセス可能性(Kotler and Armstrong, 2010)を踏まえると, クーポンやチラシ広告配布などのプロモーションに対し年収と世帯人数は最低限関係すると考えられる。また Manchanda et al. (1999) の先行研究に倣い, 行動変数の最も代表的な変数として「購買回数」を入れている。各商品カテゴリーに対し, データセットは価格, 店内ディスプレイ, チラシ広告をマーケティング変数として含む。本スキャナーパネルデータは購買が発生した場合のみについてマーケティング変数が得られるため, あるパネルが解析対象の商品を買わなかった購買機会のマーケティング変数は欠測となる。対処法として Erdem and Keane (1996) に倣い, そのパネルが来店した店舗において, 他のパネルにより購買が発生し判明したマーケティング変数の平均値を算出し, これで欠測値を補完した。

4.1. フェイステッシュ市場データの解析

2002年から2003年における購買回数上位 3 ブランド(Kimberly, Irving, P & G)およびその他のブランド群を1 ブランドにまとめた合計 4 ブランドのうちいずれかを, 単一でも複数でも異なる購買機会で5 回以上買った1191世帯を抽出した。そこからランダムに600世帯を抽出し, パラメータ推定に用いた。残りの591サンプルは予測精度を検証するためのホールドアウトサンプルとした。前述の1191世帯と, 全13893世帯からそれら世帯を除いた12702世帯のデモグラフィック特性の記述統計量を表 3 に掲載した。これを見ると解析対象世帯の方が世帯収入と世帯人数共に若干高い。また期間中の購買件数は79927件であった。価格については, 16オンスあたりの価格に変換するための数値(Volume equivalent という)が与えられているので, これを用いた。

各ブランドのマーケティングミックスの記述統計量を表 1 に, ブランド遷移行列を表 2 に記載した。平均購買回数は1年間のうち, 購買が発生した回数を世帯で平均した値である。フェイステッシュの全ブランド購買履歴データのうち Kimberly, Irving, P & G, 他ブランドの占める割合はそれぞれ46.44%, 17.76%, 15.95%, 19.44% であった(合計 100%)。ブランド遷移行列について, 表側が遷移元を, 表頭が遷移先のブランドを表す。対角要素は各ブランドの反復購入確率を表す。Kimberly, P & G, Irving の順に反復購買確率が高く, Kimberlyへの遷移確率が高いことが分かる。これら相互関係をプロモーション活動の効果と消費者の選好の推移の時系列関係に分離し, またその関係が消費者のデモグラフィック属性から予測され得るセグメント(潜在クラス)ごとでどのように異なるかを探るのが, 本解析の主な関心である。

表1: マーケティング変数の平均値

Kimberly	Kimberly	Irving	P&G	他ブランド
平均購買回数	7.897	3.092	2.296	3.59
価格	1.435	1.152	1.455	1.013
チラシ広告	0.08084	0.08337	0.04142	0.05625
ディスプレイ	0.0326	0.04319	0.01514	0.03962

表2: ブランド遷移行列

	Kimberly	Irving	P&G	他ブランド
ブランド遷移行列	Kimberly	0.7323	0.1216	0.04417
	Irving	0.3163	0.4903	0.04947
	P&G	0.1847	0.06048	0.6968
	他ブランド	0.2198	0.1558	0.03664

表3: 解析対象世帯と非対象世帯のデモグラフィック変数の平均

	世帯合計収入($\times 10^3$ \$/月)	世帯人数
対象世帯	4.718(2.778)	2.403(1.186)
非対象世帯	4.122(2.664)	2.334(1.282)

(括弧内は推定値の標準誤差)

4. 2. 推定結果

いくつの潜在クラス数とラグ数のモデルが最も当たはまりが良いかを決定するために、クラス数1～4、ラグ数0～4まで設定し、それぞれ解析を行った。なお、今回はブランド選択には多項プロビットモデルを用いた。価格については、前述の16オンスあたりの価格の対数値を用いた。対数周辺尤度の計算結果は表4のようになった。これよりクラス数4ラグ数2のモデルの対数周辺尤度が最大となり、最適モデルと判明したので、その結果を示す(BICによるモデル選択でも同じモデルが最適モデルとして選択された)。なお、label switchingの問題は permutation sampler (Frühwirth-Schnatter, 2001; 小島, 田村, 星野, 繁樹, 2009)を用いて解決した。クラス数4ラグ数2のモデルのサンプリング回数は10,000回で初めの5,000回を Burn-in phase として解析から除外し、残りの5,000回の平均をパラメータ推定値とした。

表4: 対数周辺尤度の表

		ラグ数				
		0	1	2	3	4
ク	1	-11896.75	-10607.8	-10196.3	-9391.07	-9132.17
ラ	2	-10965.94	-10063.7	-8932.45	-7841.18	-8467.67
ス	3	-11071.56	-8667.83	-8547.38	-8353.94	-8546.71
数	4	-8637.79	-7603.93	-6945.57	-7516.54	-8278.20

4つのクラスサイズ、潜在クラスへの所属に対する各デモグラフィック変数の回帰係数、マーケティング変数に対する回帰係数、ブランド切片は表5のようになった。自己回帰係

表5: デモグラフィック変数, マーケティング変数, およびブランド切片の回帰係数の推定値

	クラス1	クラス2	クラス3	クラス4
クラスサイズ	22.9%	42.9%	22.4%	11.9%
世帯の合計収入	0.128 (0.0609)	-0.00285(0.0565)	0.0860(0.0642)	0
世帯人数	-0.270(0.135)	0.0915(0.117)	-0.446(0.146)	0
購買回数	0.0425 (0.0185)	0.0657 (0.0168)	0.0734 (0.0192)	0
ブランド切片				
Kimberly	1.52 (0.345)	0.999 (0.0764)	0.367 (0.168)	0.0837(0.135)
Irving	-0.281(0.244)	-0.0805(0.0673)	-0.148(0.163)	-0.656(0.211)
P & G	-0.499(0.272)	0.397 (0.0887)	0.362 (0.137)	-0.953(0.357)
価格	-0.276(0.0856)	-3.25(0.144)	-0.365(0.126)	-0.352(0.110)
チラシ広告	1.70 (0.328)	0.517 (0.0879)	0.543 (0.160)	1.44(0.244)
ディスプレイ	1.72 (0.302)	0.725 (0.113)	1.33 (0.296)	0.878 (0.218)

(括弧内は推定値の標準誤差。太字は95%ペイズ信頼区間に原点を含まなかつたもの)

数の結果は付録に掲載した(表8)。表側のブランドが結果変数、表頭のブランドが原因変数となっている。つまり(4)式における従属変数が行のブランド、説明変数が列のブランドである。ここでの自己回帰係数は当期と過去の期の潜在効用間の関係を表していることに注意されたい。例えば自己回帰係数が負の場合、過去に購買していれば現在の期で購買する確率は低くなり、逆に過去に購買しなければ現在の期で購買する確率が高まると解釈できるため、積極的なブランドスイッチングを表していると解釈できる。

表5を見るとクラス1は世帯人数は比較的少なく、収入およびチラシ広告やディスプレイに対する反応性が最も高い。ブランド切片を見るとKimberlyが特に高い。クラス2は世帯人数が他クラスに比べて若干多い。価格に対する反応性が他クラスに比べて非常に高く、価格重視のクラスと解釈できる。その意味では表1にあるように安価なIrvingに移行し習慣的に購買する傾向もあると考えられる。ブランド切片はKimberlyほどではないがP&Gも高い。クラス3は世帯人数が最も低いクラスである。ブランド切片を見るとKimberlyとP&Gはほぼ同じであるが、Irvingは他2ブランドよりも値が低い。クラス4はブランド切片が全体的に低い。デモグラフィック変数の推定結果を見ると購買回数が全クラス中最も低く、他のクラスに比べてフェイスティッシュを買う頻度そのものが低いという傾向がある。

次に図2のグレンジャー因果性分析の結果を見る。Wald統計量の詳細は付録の表9にまとめている。(4)式のグレンジャー因果性分析に関する自己回帰係数 $\Lambda_{k_{i,j}}$ は重回帰分析における推定値の解釈に基づけば、過去の潜在効用 $u_{i[t-1]}$ に対しプロモーション変数で説明されない残差 u_{it} を説明したときの回帰係数を表すと考えられる。すなわち各時点でのプロモーションの効果を除去した(つまりプロモーションの効果を除去した自然状態の)選好の推移を表すと考えられる。プロモーションの効果も含めた結果としての u_{it} が $u_{i[t+1]}$ に影響することを考えると、キャリーオーバー効果は自己回帰係数 $\Lambda_{k_{i,j}}$ とマーケティン

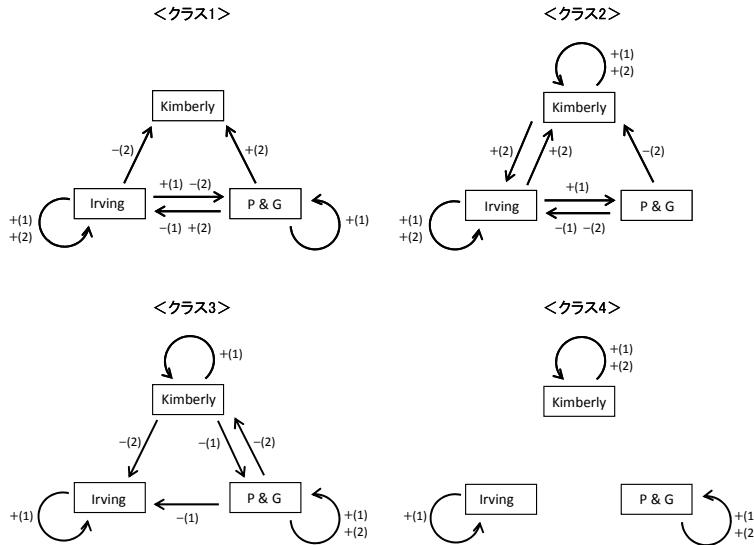


図 2: グレンジャー因果性分析の図解。

矢印方向にグレンジャー因果性があることを示す。矢印の横に書いてある表記について、カッコ内がラグ数、その前にある符号がそのラグにおける自己回帰係数の符号を表す。

グ変数の回帰係数 β_{k_i} の積和となるが、このキャリーオーバー効果は自己回帰係数 $\Lambda_{k_i \dots j}$ の解釈とは異なる。ここでの研究関心はプロモーションとブランド切片の影響を除去したグレンジャー因果性にあることに注意されたい。以上を踏まえた上で図2を見ると、クラス1では Irving と P & G の間でスイッチングが起きているが、P & G の購買後もしくは Irving の非購買の後に Kimberly へ移行する、つまり Kimberly がより好まれる傾向にあることが見て取られる。クラス2は継続して Irving を購買する傾向が見られる。また P & G に対する効用が高いと他ブランドに移りにくく、Irving に移行してもプロモーションに変化がない場合には P & G に戻る傾向が見られる。クラス3では Kimberly と P & G の間でスイッチングが起きていることが確認でき、Irving から両ブランドへ離反する傾向が見られる。全ブランドで習慣的購買行動は見られる。クラス4については自ブランドへの効果のみが有意であった。これより習慣的に同じブランドを購買する傾向があると解釈できる。

幾つかのクラスでは、表5を見るとブランド切片が最大であるが、表9を見ると自己から自己への Wald 統計量が有意でないブランドが存在する。自己回帰係数は効用間の関係の強さを表すため、正の場合は習慣的購買行動を表すと考えられる。従って自己回帰係数から算出される Wald 統計量も同様に習慣的な購買傾向を表すと考えられる。ブランド切片は習慣的な購買傾向を除いた場合の選好を表す。クラス1では Kimberly は Wald 統計量の結果より、習慣的な購買傾向は無いがマーケティング変数や習慣的購買傾向を除いた場合に選好が高いことを意味する。

表6: 各クラスターのデモグラフィック属性の平均値と標準偏差

		世帯合計収入	世帯人数	購買回数	クラスター サイズ
クラスター	1	4.62(2.74)	2.31(1.19)	17.1(2.75)	259
	2	4.69(2.86)	2.64(1.25)	30.6(8.19)	88
	3	3.82(1.84)	2.23(1.10)	11.3(1.15)	200
	4	9.32(0.628)	3.01(1.17)	11.6(1.42)	53

(括弧内は推定値の標準誤差)

表7: 各クラスターのブランド遷移行列

		Kimberly	Irving	P & G	他ブランド
クラスター 1	Kimberly	0.726(0.0277)	0.136(0.0213)	0.0363(0.0116)	0.101(0.0187)
	Irving	0.319(0.0290)	0.477(0.0310)	0.0439(0.0127)	0.161(0.0228)
	P & G	0.211(0.0254)	0.0728(0.0161)	0.634(0.0299)	0.0822(0.0171)
	他ブランド	0.227(0.0260)	0.166(0.0231)	0.0402(0.0122)	0.567(0.0308)
クラスター 2	Kimberly	0.775(0.0445)	0.112(0.0336)	0.0321(0.0188)	0.0812(0.0291)
	Irving	0.271(0.0474)	0.568(0.0528)	0.0496(0.0231)	0.112(0.0336)
	P & G	0.102(0.0322)	0.0432(0.0217)	0.840(0.0391)	0.0151(0.0130)
	他ブランド	0.150(0.0380)	0.125(0.0353)	0.0169(0.0137)	0.708(0.0485)
クラスター 3	Kimberly	0.691(0.0327)	0.113(0.0224)	0.0688(0.0179)	0.128(0.0236)
	Irving	0.385(0.0344)	0.376(0.0343)	0.0627(0.0171)	0.176(0.0269)
	P & G	0.290(0.0321)	0.0754(0.0187)	0.524(0.0353)	0.111(0.0222)
	他ブランド	0.265(0.0312)	0.167(0.0264)	0.0490(0.0153)	0.519(0.0353)
クラスター 4	Kimberly	0.755(0.0591)	0.0897(0.0392)	0.0586(0.0323)	0.0966(0.0406)
	Irving	0.289(0.0623)	0.596(0.0674)	0.0526(0.0307)	0.0614(0.0330)
	P & G	0.192(0.0541)	0.0505(0.0301)	0.737(0.0604)	0.0202(0.0193)
	他ブランド	0.407(0.0675)	0.186(0.0535)	0.0678(0.0345)	0.339(0.0650)

(括弧内は推定値の標準誤差)

4. 3. ブランド遷移行列を用いた場合との比較

提案手法の比較対象となる既存の手法にブランド遷移行列を求める方法がある。しかし世帯全体の遷移行列を求めた表2だけでは消費者属性の情報を加えた解釈はできない。そこでマーケターが最初に用いる方法として、デモグラフィック属性データに対してウォード法による階層的クラスター分析を用いて世帯を4 クラスターに分け、それぞれのクラスターでブランド遷移行列を算出する方法が考えられる。この方法で解析した結果は表6 と表7、及び図3 に掲載した。推定結果を見るとクラスター1 は購買回数がクラスター2 に次いで多い。また全ブランドの遷移確率は有意である。クラスター2 は購買回数が最も多い。クラスター3 は収入が全クラスター中最も低い。クラスター1 と同じく全ブランドの遷移確率が有意である。クラスター4 は世帯合計収入と世帯人数が最も高い。特に収入が非常に高い。P & G が他のブランドと離反する傾向にある。つまり遷移確率についてはクラスター1 と4、2 と3 が同じ特徴を持ち、デモグラフィック属性で際立って特徴的なのはクラスター2 の購買回数の多さとクラスター4 の収入の高さのみであり、各クラスターの特徴は明確ではない。またこの結果はブランドごとで程度の異なるマーケティングミックスの影響を含んでいるため、反復購買確率が高くとも直接ブランドロイヤルティと解釈することはできない(Paap & Franses, 2001)。一方提案手法は前述の結果のようにデモグラ

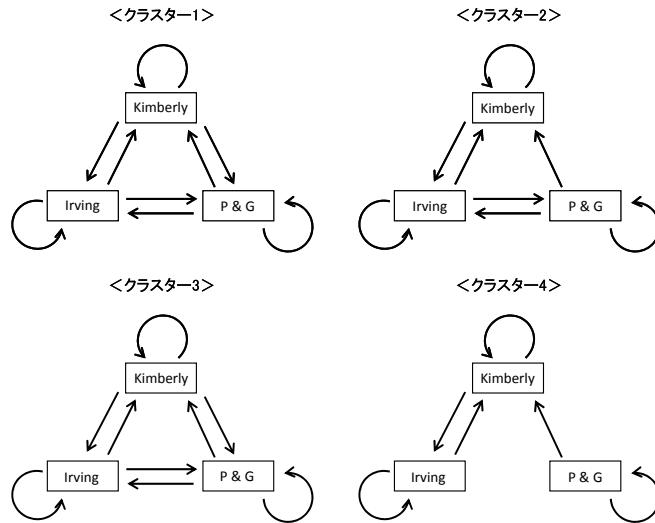


図3: クラスターごとのブランド遷移確率の有意性検定
矢印が引かれている部分は95%信頼区间に0点が含まれない部分を示す

フィック属性とマーケティング変数に対する反応性, 及び効用間の動的構造の3者に基づいてクラス分けを行い, 抽出されたクラスごとに3つの変数の相互関係を把握でき, ブランドの選好関係の方向性をプロモーション変数の影響を除去した上で明確にすることが可能である。

4.4. ホールドアウトサンプルによるモデルの検証

前節で得られたパラメータから, ホールドアウトサンプルによるモデルの検証を行った。分析に用いなかった591サンプルから検証を行った。本研究では, モデルの予測精度の検証手法としてブランド選択の予測値の的中率を算出した。対立モデルとして, クラス数4つの潜在効用間のラグ効果を仮定しない, つまりラグ0のモデルを設定し比較した。計算結果は提案モデルで0.5441, ラグ効果0のモデルで0.5351となった。今回解析に用いたモデルの方が対立モデルよりも複雑であるにもかかわらず, ホールドアウトサンプルでの的中率は優れている。

5. 考察と議論

本論文では階層ベイズモデリングの枠組みを利用し, デモグラフィック変数とマーケティング変数により抽出された消費者セグメントごとに, 複数ブランドの選択行動の因果性を検証するモデルを提案した。本提案手法の実務的な有益性は以下のようにまとめられる。

- マーケティング変数とデモグラフィック特性, 及び潜在効用間の自己回帰係数が潜在

クラスに関係するため、どのようなデモグラフィック特性を持った消費者がプロモーションに対する反応度が高く、ロイヤルティもしくはブランドスイッチングが起き易いかなど、クラスごとに3変数の相互関係を把握することができる

- もし選好の推移関係自体が(競争状態や当期のプロモーションの影響を除いた場合に)定常であるならば、どのようなスイッチングを消費者が自然と行うのかを見ることがある。従って現状のプロモーション戦略等において、クラスごとにロイヤル顧客やバラエティシーカーが多いかを把握することが可能である

本研究のフェイスティッシュ市場データの解析では、Kimberly はクラス 1 ではロイヤルティが形成され、クラス 4 では習慣的に購買している傾向がみられる。クラス 2 とクラス 3 に所属する消費者のロイヤルティを形成するためには、クラス 2 に対しては価格プロモーション、クラス 3 に対しては店頭陳列が有効であると推察される。Irving についても同様に世帯人数の多いクラス 2 については価格プロモーションを、相対的に世帯人数の少ないクラス 3 や 4 についてはディスプレイとチラシ広告のセールスプロモーションを行うのが効率的と考察される。P & G は Kimberly より優位になるためにはロイヤルティがほぼ同じであるクラス 3 に絞り、ディスプレイを継続して行うことが有効であると考えられる。

本研究の実データ解析では一部のクラスで習慣的購買行動とスイッチング行動が起こっている可能性を指摘したが、習慣的購買行動とスイッチング行動をモデル化した研究は現在までに多く見られる。Bawa (1990) は効用関数をブランドの連続選択回数の 2 次関数に設定し、ある回数までは同じブランドを選択し続け効用が漸増するが、ピークを過ぎると効用が減衰するようモデル化されているが、これらの研究はデモグラフィック特性やマーケティング変数と習慣的購買行動やスイッチング行動との相互関係の探索を目的とはしていない。また状態依存(State-Dependence) モデルを用いた研究では Guadagni and Little (1983), Gupta, Chintagunta and Wittink (1997) などがあるが、デモグラフィック特性までは考慮していない。マルコフ・モデルを用いた研究では Givon (1984), Roy, Chintagunta and Halder (1996) などがあるが、Givon (1984) はスイッチする前のブランドごとでスイッチングの効果を区別していない。つまりブランド A, B, C について、A から B への遷移のしやすさと C から B への遷移のしやすさは等しいと仮定されている。Roy et al. (1996) は習慣的購買行動の探索が主目的であり、同時にスイッチング行動が探索可能なモデルではない。本提案手法はスイッチする前のブランドごとにスイッチングの程度を探索することができ、習慣的購買行動とスイッチング行動の双方を探索できる。スイッチング行動と習慣的購買行動を考慮した研究のレビューは土田(2010)に詳しい。

5. 1. 今後の課題

実証分析ではホールドアウトサンプルを用いた予測精度が対立モデルと提案手法ともに 50%強という結果であった。複雑なモデル設定のために予測精度が落ちたという可能性が考えられる。対処法としてはクラス内で変量効果を仮定し、母集団の異質性を潜在クラスと変量効果の双方で表現し、無意味な潜在クラスが生じることを防ぐ方法が考えられる。通常の潜在クラス分析の場合、母集団の異質性が直接設定される潜在クラス数に影響する

ため、母集団の異質性が高いとそれがそのまま潜在クラス数に反映される。クラス内で変量効果を仮定すれば母集団の異質性が潜在クラスと変量効果に分散され、潜在クラスが過多になるのを防ぐことができる。このモデリングについては今後検討したい。

また別の今後の課題としてマーケティング変数の欠測の問題が挙げられる。通常スキャンパネルデータは買った商品についてのみマーケティング変数が判明し、買わなかった商品のマーケティング変数は欠測となる。プロモーションは購買行動に影響を与えることを考えると、欠測しているマーケティング変数が観測か欠測かに影響するという意味で *not missing at random* (Little & Rubin, 2002) であると考えられ、観測されたデータのみから推定を行うとバイアスが生じる。この問題に取り組んだ論文として Erdem, Keane and Sun (1999) が挙げられるが、欠測値の従う分布形を4次式で近似するというものであり、仮定に大きく依存する方法であるといえる。また複雑なモデルを設定した場合、Erdem et al. (1999) の方法では常にパラメータを推定できるとは限らない。現在マーケティング分野で活用が進む FSP (Frequent Shopper Program) データでは基本的に全顧客のデータを利用可能であり、その意味でこの問題の相対的重要性は低下しつつあるものの、階層ベイズモデルがマーケティングサイエンスにおいて頻繁に用いられている(阿部・近藤, 2008; Rossi, McCulloch and Allenby, 1996)。現在において、ベイズモデルを設定した上で上記の欠測に対処する方法は未だ確立されていない。対処法の1つとして分布形を仮定しないセミパラメトリックベイズモデル (Miyazaki and Hoshino, 2009; 星野, 2010) の構築が考えられる。

本研究では単一の商品カテゴリー内の、競合関係にある複数ブランド選択のグレンジャー因果性について分析を行ったが、本モデルを補完財の購買行動分析に応用することも考えられる。その場合には前述のように、通常の VAR モデルより同時点における選択肢間の関係を見ることのできる構造型 VAR モデルが適している。構造型 VAR モデルでもグレンジャー因果性検定を行うことはできるが、通常の構造型 VAR モデルでは識別性が確保されないため制約式が必要になる。またその制約式は経済理論に裏づけられたものでなければならない(箕谷ほか, 2007)。妥当な経済理論を背景とした制約を入れることができれば補完財など同時点の関係を扱うことができる。また補完関係にある商品間でグレンジャー因果性を実証することの実務的意義についても考察が必要である。

また本研究ではチラシ広告等のプロモーション効果の時間変化や価格弾力性への影響を考慮していないが、広告には長期効果があり、広告によって価格弾力性が小さくなる一方で、長期的には価格プロモーションは価格弾力性を大きくすることが知られている (Mela, Gupta & Lehmann (1997))。従って、長期的にブランド間の推移関係が広告などのプロモーションによって変わる可能性がある。これを考へるにはプロモーションの回帰係数が時変するモデルを考へる必要があり、今後検討したい。

付録

A. パラメータ推定方法

本研究の提案モデルは離散変数(デモグラフィック変数と購買データ)と潜在変数(潜在効用と潜在クラスへの所属インディケータ)を含み、このようなモデルに対し最尤推定法を適用する場合、多数の積分を評価する必要があり、現実には推定は困難である。このような場合、階層ベイズモデルとしてモデルを記述し、ギブスサンプラー・やメトロポリスヘイスティングスアルゴリズムなどのマルコフ連鎖モンテカルロ法を用いるのが有効である。

A.1. 事前分布の設定

以下、 k_i が添え字にある場合、クラスへの所属が所与のものとする。

まずクラスへの所属確率を決定する回帰係数ベクトル $\boldsymbol{\pi}_l$ については、正規分布 $\boldsymbol{\pi}_l \sim N(\mathbf{d}_{0l}, \mathbf{D}_{0l})$ とする。効用関数中のパラメータについて、効用の分散共分散パラメータ Σ_l は一般的な線形回帰モデルに倣い、逆ウィッシュヤート分布を設定する。

$$\Sigma_l \sim IW_C(s_0, R_0^{-1}), \quad s_0 = C + 1, \quad R_0 = C \cdot I_C \quad (15)$$

ハイパーパラメータの値の設定は Lenk and DeSarbo (2000) に準拠している。マーケティング変数の回帰係数パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}_l$ についても正規分布 $\boldsymbol{\beta}_l \sim N_p(\mathbf{b}_{0l}, \mathbf{B}_{0l})$ を設定する。自己回帰係数パラメータ $\Lambda_{l...}$ は多変量回帰モデルに対する共役事前分布として、 Σ_l を条件付とした正規-逆ウィッシュヤート事前分布を利用でき(照井, 2008)、 $\gamma = \text{vec}(\Lambda_{l...}) | \Sigma_l \sim N_{C \cdot CM}(\bar{g}, (\Sigma_l \otimes A_g^{-1}))$ ($\bar{g} = \mathbf{0}, A_g = 0.01 I_{CM}$) と設定する。

A.2. 完全条件付事後分布と MCMC アルゴリズム

以上の事前分布のもとで、次の条件付分布を評価する。

$$(1) \quad \mathbf{u}_i | k_i = l, \mathbf{y}_i, \boldsymbol{\beta}_{k_i}, \Lambda_{k_i...}, \Sigma_{k_i}, X_i \quad (16)$$

$$(2) \quad k_i = l | \mathbf{u}_i, \boldsymbol{\beta}_l, X_i, \Lambda_{l...}, \Sigma_l, \mathbf{z}_i, \boldsymbol{\pi} \quad (17)$$

$$(3) \quad \boldsymbol{\beta}_l | \{\mathbf{u}_i\}_{k_i=l}, \Sigma_l, \{X_i\}_{k_i=l}, \Lambda_{l...} \quad (18)$$

$$(4) \quad \Sigma_l | \{\mathbf{u}_i\}_{k_i=l}, \boldsymbol{\beta}_l, \{X_i\}_{k_i=l}, \Lambda_{l...} \quad (19)$$

$$(5) \quad \Lambda_{l...} | \{\mathbf{u}_i\}_{k_i=l}, \{X_i\}_{k_i=l}, \boldsymbol{\beta}_l, \Sigma_l \quad (20)$$

$$(6) \quad \boldsymbol{\pi}_l | \{\mathbf{z}_i\}_{k_i=l} \quad (21)$$

一つ一つの条件付事後分布を具体的に見ていく。以下全てのパラメータが所与であることを…で表す。

$$(1) \quad \mathbf{u}_i | k_i = l, \mathbf{y}_i, \boldsymbol{\beta}_{k_i}, \Lambda_{k_i...}, \Sigma_{k_i}, X_i \quad \text{のアルゴリズム}$$

効用ベクトル $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_{T_i}$ を全てまとめてベクトル表記すると、以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \mathbf{u}_{i1} \\ \mathbf{u}_{i2} \\ \mathbf{u}_{i3} \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{it} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{iT_i} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} X_{i1} \\ X_{i2} \\ X_{i3} \\ \vdots \\ \vdots \\ X_{it} \\ \vdots \\ X_{iT_i} \end{pmatrix} \beta_{k_i} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \\ \Lambda_{k_i1} & \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \\ \Lambda_{k_i2} & \Lambda_{k_i1} & \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \Lambda_{k_iM} & \cdots & \Lambda_{k_i1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \cdots & \mathbf{0} & \Lambda_{k_iM} & \cdots & \Lambda_{k_i1} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \\
&\times \begin{pmatrix} \mathbf{u}_{i1} \\ \mathbf{u}_{i2} \\ \mathbf{u}_{i3} \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{it} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{iT_i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\epsilon}_{i1} \\ \boldsymbol{\epsilon}_{i2} \\ \boldsymbol{\epsilon}_{i3} \\ \vdots \\ \vdots \\ \boldsymbol{\epsilon}_{it} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\epsilon}_{iT_i} \end{pmatrix} \tag{22}
\end{aligned}$$

これをまとめて以下のように書く。

$$\mathbf{u}_i = X_i \beta_{k_i} + \Lambda_{k_i} \mathbf{u}_i + \boldsymbol{\epsilon}_i \tag{23}$$

\mathbf{u}_i について整理すると、以下のようになる。

$$\mathbf{u}_i = \Upsilon_{k_i}^{-1} X_i \beta_{k_i} + \Upsilon_{k_i}^{-1} \boldsymbol{\epsilon}_i \tag{24}$$

ここで、 $\Upsilon_{k_i} = I_{CT_i} - \Lambda_{k_i}$ である。これより、 $\boldsymbol{\mu}_u^{k_i} = \Upsilon_{k_i}^{-1} X_i \beta_{k_i}$ 、 $\Sigma_u^{k_i} = \Upsilon_{k_i}^{-1} (I_{T_i} \otimes \Sigma_{k_i}) \Upsilon_{k_i}^{-1}$ とおくと、 \mathbf{u}_i は以下の切断正規分布からサンプリングすればよい。

$$\mathbf{u}_i \sim N_{CT_i}(\boldsymbol{\mu}_u^{k_i}, \Sigma_u^{k_i}) I(\mathbf{u}_i \in R_{it}^C) \tag{25}$$

ここで多変量プロビットモデルを仮定した場合は

$$R_{it}^C = \left\{ \mathbf{u}_{it} : \begin{bmatrix} u_{itc} > 0 & (y_{itc} = 1) \\ u_{itc} < 0 & (y_{itc} = 0) \end{bmatrix} \right\} \tag{26}$$

多項プロビットモデルを仮定した場合は

$$R_{it}^C = \left\{ \mathbf{u}_{it} : \begin{bmatrix} u_{itc} > \max(\mathbf{u}_{it,-c}, 0) & (y_{it} = c (\neq C)) \\ \max(\mathbf{u}_{it}) < 0 & (y_{it} = C) \end{bmatrix} \right\} \tag{27}$$

である。

(2) $k_i = l | \mathbf{u}_i, \beta_l, X_i, \Lambda_{l...}, \Sigma_l, \mathbf{z}_i, \boldsymbol{\pi}$ のアルゴリズム

k_i の完全条件付分布は $\boldsymbol{\mu}_u^l = \Upsilon_l^{-1} X_i \beta_l$ 、 $\Sigma_u^l = \Upsilon_l^{-1} (I_{T_i} \otimes \Sigma_l) \Upsilon_l^{-1}$ を用いて以下のように書ける。

$$p(k_i = l | \dots) = \frac{\exp(\boldsymbol{\pi}' \mathbf{z}_i) |\Sigma_u^l|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} (\mathbf{u}_i - \boldsymbol{\mu}_u^l)' (\Sigma_u^l)^{-1} (\mathbf{u}_i - \boldsymbol{\mu}_u^l)\right\}}{\sum_{j=1}^L \left[\exp(\boldsymbol{\pi}'_j \mathbf{z}_i) |\Sigma_u^j|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} (\mathbf{u}_i - \boldsymbol{\mu}_u^j)' (\Sigma_u^j)^{-1} (\mathbf{u}_i - \boldsymbol{\mu}_u^j)\right\} \right]} \tag{28}$$

(3) $\beta_l | \{\mathbf{u}_i\}_{k_i=l}, \Sigma_l, \{X_i\}_{k_i=l}, \Lambda_{l\dots}$ のアルゴリズム

β_l の完全条件付事後分布は

$$\beta_l \sim N(\bar{\beta}_l, B_l) \quad (29)$$

ここで

$$B_l = \left\{ \sum_{i:k_i=l} X_i' (I_{T_i} \otimes \Sigma_l)^{-1} X_i + B_{0l}^{-1} \right\}^{-1} \quad (30)$$

$$\bar{\beta}_l = B_l \left\{ \sum_{i:k_i=l} X_i' (I_{T_i} \otimes \Sigma_l)^{-1} Y_l \mathbf{u}_i + B_{0l}^{-1} \mathbf{b}_{0l} \right\} \quad (31)$$

である。

(4) $\Sigma_l | \{\mathbf{u}_i\}_{k_i=l}, \beta_l, \{X_i\}_{k_i=l}, \Lambda_{l\dots}$ のアルゴリズム

Σ_l 事後分布の記述のために、(4)式を以下のように書き表す。

$$\mathbf{u}_{it} = X_{it} \beta_{k_i} + \Lambda_{k_i\dots} \mathbf{v}_{it} + \boldsymbol{\epsilon}_{it}, \quad \boldsymbol{\epsilon}_{it} \sim N(\mathbf{0}, \Sigma_{k_i}) \quad (32)$$

ここで、 $\mathbf{v}_{it} = (\mathbf{u}'_{i[t-1]}, \dots, \mathbf{u}'_{i[t-M]})'$ 、 $\Lambda_{k_i\dots} = (\Lambda_{k_i\dots 1}, \dots, \Lambda_{k_i\dots M})$ である。

識別性の問題のため Σ_l は、多変量プロビットモデルの場合は相関行列である必要があり (Chib & Greenburg, 1998)、多項プロビットモデルを用いた場合は McCulloch and Rossi (1994) に従い第(1, 1)成分の σ_{111} を 1 に固定するという制約を置く。まず以下の完全条件付事後分布から分散共分散行列 Ψ_l を発生する。

$$p(\Psi_l | \dots) = p(\Sigma_l) \prod_{i:k_i=l} \prod_{t=1}^{T_i} p(\mathbf{u}_{it} | \beta_l, X_{it}, \Lambda_{l\dots}, \Sigma_l) \quad (33)$$

$$\begin{aligned} & \propto p(\Sigma_l) |\Sigma_l|^{-\sum_{i:k_i=l} T_i / 2} \\ & \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i:k_i=l} \sum_{t=1}^{T_i} (\mathbf{u}_{it} - \Lambda_{l\dots} \mathbf{v}_{it} - X_{it} \beta_l)' \Sigma_l^{-1} (\mathbf{u}_{it} - \Lambda_{l\dots} \mathbf{v}_{it} - X_{it} \beta_l) \right\} \quad (34) \end{aligned}$$

$$= p(\Sigma_l) |\Sigma_l|^{-\sum_{i:k_i=l} T_i / 2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \text{tr} \left[\Sigma_l^{-1} \left(\sum_{i:k_i=l} \sum_{t=1}^{T_i} (\mathbf{u}_{it} - \Lambda_{l\dots} \mathbf{v}_{it} - X_{it} \beta_l) (\mathbf{u}_{it} - \Lambda_{l\dots} \mathbf{v}_{it} - X_{it} \beta_l)' \right) \right] \right\} \quad (35)$$

設定した事前分布とあわせると

$$\begin{aligned} \Psi_l | \dots & \sim IW_C(s_l, R_l^{-1}) \\ s_l & = s_0 + \sum_{i:k_i=l} T_i, \end{aligned} \quad (36)$$

$$R_l^{-1} = R_0^{-1} + \sum_{i:k_i=l} \sum_{t=1}^{T_i} (\mathbf{u}_{it} - \Lambda_{l\dots} \mathbf{v}_{it} - X_{it} \beta_l) (\mathbf{u}_{it} - \Lambda_{l\dots} \mathbf{v}_{it} - X_{it} \beta_l)' \quad (37)$$

となる。多変量プロビットモデルの場合は、その後対角行列 $D_l = \text{diag}(\psi_{l11}^{-1/2}, \dots, \psi_{lCC}^{-1/2})$ を求め、

$\Sigma_l = D_l \Psi_l D_l'$ を計算する (Rossi, Allenby and McCulloch, 2005)。多項プロビットモデルの場合はサンプリングを行った後に以下の操作を行う。

$$\Sigma_l \leftarrow \Sigma_l / \sigma_{l11}^2 \quad (38)$$

$$\boldsymbol{\beta}_l \leftarrow \boldsymbol{\beta}_l / \sigma_{l11} \quad (39)$$

(5) $\Lambda_{l...} | \{\mathbf{u}_i\}_{k_i=l}, \{X_i\}_{k_i=l}, \boldsymbol{\beta}_l, \Sigma_l$ のアルゴリズム

$\Lambda_{l...}$ の完全条件付事後分布の記述のために、以下のベクトルおよび行列を定義する。

$$\mathbf{w}_{it} = \mathbf{u}_{it} - X_{it} \boldsymbol{\beta}_{k_i} \quad (40)$$

$$U_i = (\mathbf{v}_{i1}, \dots, \mathbf{v}_{iT_i}) \quad (41)$$

$$W_i = (\mathbf{w}_{i1}, \dots, \mathbf{w}_{iT_i})' \quad (42)$$

$k_i = l$ をみたす、つまりクラス l に所属する消費者の番号を振りなおし、 $h = 1, \dots, n_l$ とし、以下の行列を定義する。

$$W_l = (W'_1, \dots, W'_{n_l})' \quad (43)$$

$$U_l = (U_1, \dots, U_{n_l}) \quad (44)$$

以上のベクトルおよび行列を用いて、完全条件付事後分布は以下のように書ける。

$$\gamma_l = \text{vec}(\Lambda'_{l...}) \sim N_{C, CM}(\tilde{g}, \Sigma_l \otimes (U_l U_l' + A_g)^{-1}) \quad (45)$$

ここで $\tilde{g} = \text{vec}(\tilde{G})$ 、 $\tilde{G} = (U_l U_l' + A_g)^{-1} (U_l U_l' \hat{G} + A_g \tilde{G})$ 、 $\hat{G} = (U_l U_l')^{-1} U_l W_l$ 、 $\tilde{G} = \text{vec}(\Lambda'_{l...})$ である。

(6) $\pi_l | \{z_i\}_{k_i=l}$ のアルゴリズム

ロジットモデルの回帰係数 $\boldsymbol{\pi}$ はメトロポリスヘイスティングスアルゴリズムを用いて推定できる (Chib, Greenburg & Chen, 1998; Lenk & DeSarbo, 2000)。具体的には、完全条件付事後分布の一次および二次微分を求め、ニュートンラフソン法により提案分布の平均値と分散を更新し、尤度の比から受容確率を算出し提案分布から発生された候補値を評価する。以下、表記の簡便さのために

$$p_l = \frac{\exp(\boldsymbol{\pi}'_l z_i)}{\sum_{j=1}^L \exp(\boldsymbol{\pi}'_j z_i)} \quad (46)$$

とおく。 $\boldsymbol{\pi}_l$ の事後密度は以下のようになる。

$$p(\boldsymbol{\pi}_l | k_i = l) \propto \prod_{i=1}^N \prod_{l=1}^L p_l^{k_{il}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\boldsymbol{\pi}_l - \mathbf{d}_{0l})' D_{0l}^{-1} (\boldsymbol{\pi}_l - \mathbf{d}_{0l}) \right\} \quad (47)$$

ここで、 k_{il} は以下を満たす指示変数である。

$$k_{il} = \begin{cases} 1 & (k_i = l) \\ 0 & (k_i \neq l) \end{cases} \quad (48)$$

事後密度の対数をとったものを $T(\boldsymbol{\pi}_l)$ とおく。

$$T(\boldsymbol{\pi}_l) = \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^L k_{il} \left[\boldsymbol{\pi}'_l z_i - \log \left(\sum_{j=1}^L \exp(\boldsymbol{\pi}'_j z_i) \right) \right] - \frac{1}{2} (\boldsymbol{\pi}_l - \boldsymbol{d}_{0l})' D_{0l}^{-1} (\boldsymbol{\pi}_l - \boldsymbol{d}_{0l}) \quad (49)$$

一次微分は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \nabla T(\boldsymbol{\pi}_l) &= \frac{\partial T(\boldsymbol{\pi}_l)}{\partial \boldsymbol{\pi}_l} \\ &= \sum_{i=1}^N (k_{il} - p_l) z_i - D_{0l}^{-1} (\boldsymbol{\pi}_l - \boldsymbol{d}_{0l}) \end{aligned} \quad (50)$$

二次微分は以下のようになる。

$$\frac{\partial^2 T(\boldsymbol{\pi}_l)}{\partial \boldsymbol{\pi}_l \partial \boldsymbol{\pi}'_l} = - \sum_{i=1}^N p_l (1 - p_l) z_i z'_i - D_{0l}^{-1} \quad (51)$$

$$\frac{\partial^2 T(\boldsymbol{\pi}_l)}{\partial \boldsymbol{\pi}_m \partial \boldsymbol{\pi}'_l} = - \sum_{i=1}^N p_m p_l z_i z'_i - D_{0l}^{-1} \quad (52)$$

ヘシアン行列は以下のようになる。 $\boldsymbol{\pi} \equiv (\boldsymbol{\pi}'_1, \dots, \boldsymbol{\pi}'_{L-1})'$ とする。

$$H(\boldsymbol{\pi}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 T(\boldsymbol{\pi}_1)}{\partial \boldsymbol{\pi}_1 \partial \boldsymbol{\pi}'_1} & \dots & \frac{\partial^2 T(\boldsymbol{\pi}_{L-1})}{\partial \boldsymbol{\pi}_1 \partial \boldsymbol{\pi}'_{L-1}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 T(\boldsymbol{\pi}_1)}{\partial \boldsymbol{\pi}_{L-1} \partial \boldsymbol{\pi}'_1} & \dots & \frac{\partial^2 T(\boldsymbol{\pi}_{L-1})}{\partial \boldsymbol{\pi}_{L-1} \partial \boldsymbol{\pi}'_{L-1}} \end{pmatrix} \quad (53)$$

s を MCMC アルゴリズムの現在の回とする。 $s+1$ 回目の候補値を出す提案分布の平均を $\boldsymbol{m}_{\boldsymbol{\pi}}^{(s+1)}$ 、 分散を $V_{\boldsymbol{\pi}}^{(s)}$ 、 s 回目の $\boldsymbol{\pi}$ のサンプルを $\hat{\boldsymbol{\pi}}^{(s)}$ とおくと、 提案分布の平均ベクトルの更新式は以下のようになる。

$$\boldsymbol{m}_{\boldsymbol{\pi}}^{(s+1)} = \hat{\boldsymbol{\pi}}^{(s)} - H(\hat{\boldsymbol{\pi}}^{(s)})^{-1} \nabla T(\hat{\boldsymbol{\pi}}^{(s)}) \quad (54)$$

$$V_{\boldsymbol{\pi}}^{(s)} = -H(\hat{\boldsymbol{\pi}}^{(s)})^{-1} \quad (55)$$

新たな候補値を $\boldsymbol{\pi}^c$ とする。

$$\boldsymbol{\pi}^c \sim N(\boldsymbol{m}_{\boldsymbol{\pi}}^{(s+1)}, V_{\boldsymbol{\pi}}^{(s)}) \quad (56)$$

採択確率の対数は以下のようになる：

$$\begin{aligned} \min \left\{ 0, T(\boldsymbol{\pi}^c) - T(\boldsymbol{\pi}^{(s)}) - \frac{1}{2} (\boldsymbol{\pi}^{(s)} - \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{\pi}}^{(s+1)})' (V_{\boldsymbol{\pi}}^{(s)})^{-1} (\boldsymbol{\pi}^{(s)} - \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{\pi}}^{(s+1)}) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (\boldsymbol{\pi}^c - \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{\pi}}^{(s+1)})' (V_{\boldsymbol{\pi}}^{(s)})^{-1} (\boldsymbol{\pi}^c - \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{\pi}}^{(s+1)}) \right\} \end{aligned} \quad (57)$$

ここで、 $T(\boldsymbol{\pi}) = (T'(\boldsymbol{\pi}_1), \dots, T'(\boldsymbol{\pi}_{L-1}))'$ である。 $\boldsymbol{\pi}_L$ は $\mathbf{0}$ に固定している。

B. 自己回帰係数行列と Wald 統計量の推定結果

以下に自己回帰係数行列と Wald 統計量の推定結果を参考資料として記す。

表 8: 潜在効用間の自己回帰係数

		ラグ 1			ラグ 2		
		Kimberly	Irving	P & G	Kimberly	Irving	P & G
クラス 1	Kimberly	0.138 (0.0831)	0.0168 (0.0665)	0.177 (0.0936)	0.120 (0.105)	-0.251 (0.0677)	0.0655 (0.0924)
	Irving	0.0221 (0.0809)	0.408 (0.0474)	-0.293 (0.0867)	-0.140 (0.0740)	0.392 (0.0652)	0.235 (0.0726)
	P & G	-0.114 (0.244)	0.504 (0.114)	0.697 (0.152)	0.203 (0.194)	-0.521 (0.112)	0.111 (0.134)
	Kimberly	0.108 (0.0275)	0.0607 (0.0327)	-0.0419 (0.0493)	0.148 (0.0338)	0.0992 (0.0336)	-0.148 (0.0498)
	Irving	0.0244 (0.0249)	0.189 (0.0251)	-0.159 (0.0403)	0.0835 (0.0262)	0.219 (0.0277)	-0.173 (0.0488)
	P & G	0.0355 (0.0362)	0.0844 (0.0383)	-0.0546 (0.0571)	0.0277 (0.0371)	0.0497 (0.0376)	-0.0312 (0.0556)
クラス 3	Kimberly	0.387 (0.0936)	-0.229 (0.131)	0.0757 (0.128)	0.209 (0.150)	0.0920 (0.150)	-0.405 (0.101)
	Irving	-0.00448 (0.122)	0.219 (0.0987)	-0.374 (0.115)	-0.275 (0.103)	0.155 (0.101)	-0.00122 (0.126)
	P & G	-0.405 (0.0809)	0.0622 (0.139)	0.442 (0.125)	0.0799 (0.110)	-0.146 (0.124)	0.342 (0.111)
	Kimberly	0.244 (0.0901)	0.156 (0.0989)	-0.0475 (0.0968)	0.201 (0.0829)	-0.0926 (0.0992)	0.137 (0.0984)
クラス 4	Irving	-0.0116 (0.0830)	0.212 (0.0848)	-0.00922 (0.0936)	0.156 (0.0838)	0.0672 (0.0813)	0.0173 (0.0825)
	P & G	0.0374 (0.188)	0.0398 (0.201)	0.396 (0.159)	0.211 (0.176)	-0.379 (0.208)	0.399 (0.144)

(括弧内は推定値の標準誤差。太字は95%ペイズ信頼区間に原点を含まなかつもの)

表 9: グレンジャー因果性の Wald 統計量

クラス 1		Wald 統計量	クラス 2		Wald 統計量		
Kimberly	→	Kimberly	3.752	Kimberly	→	Kimberly	47.78*
Kimberly	→	Irving	4.099	Kimberly	→	Irving	14.70*
Kimberly	→	P & G	3.883	Kimberly	→	P & G	1.729
Irving	→	Kimberly	16.12*	Irving	→	Kimberly	19.02*
Irving	→	Irving	199.0*	Irving	→	Irving	161.6*
Irving	→	P & G	21.94*	Irving	→	P & G	8.118*
P & G	→	Kimberly	12.32*	P & G	→	Kimberly	15.01*
P & G	→	Irving	11.89*	P & G	→	Irving	41.35*
P & G	→	P & G	164.3*	P & G	→	P & G	1.461

クラス3		Wald 統計量	クラス4		Wald 統計量		
Kimberly	→	Kimberly	24.02*	Kimberly	→	Kimberly	18.63*
Kimberly	→	Irving	10.40*	Kimberly	→	Irving	4.166
Kimberly	→	P & G	26.63*	Kimberly	→	P & G	3.284
Irving	→	Kimberly	3.994	Irving	→	Kimberly	2.500
Irving	→	Irving	9.548*	Irving	→	Irving	9.935*
Irving	→	P & G	1.995	Irving	→	P & G	4.183
P & G	→	Kimberly	30.93*	P & G	→	Kimberly	3.498
P & G	→	Irving	18.64*	P & G	→	Irving	0.07745
P & G	→	P & G	123.2*	P & G	→	P & G	57.29*

“*”は5%水準で有意であることを示す

謝辞

本論文の改稿において、エディタである阿部誠先生、エリアエディタである荒木長照先生及び2名の匿名の査読者から有益なコメントをいただきました。この場を借りて御礼申し上げます。

本研究は星野が独立行政法人科学技術振興機構戦略的創造研究推進事業個人型研究さきがけ「知の創生と情報社会」領域の研究代表者として行った研究の一部です。

引用文献

- 阿部誠,近藤文代(2008),『マーケティングの科学』,朝倉書店.
- Bawa, K. (1990), "Modeling Inertia and Variety Seeking Tendencies in Brand Choice Behavior," *Marketing Science*, 9(No.3), 263-278.
- Bronnenberg, B.J., M.W. Kruger and C.F. Mela (2008), "Database paper: The IRI marketing data set," *Marketing Science*, 27(No.4), 745-748.
- Chib, S. and E. Greenburg (1998), "Analysis of Multivariate Probit Models," *Biometrika*, 85(No.2), 347-361.
- Chib, S., E. Greenburg and Y. Chen (1998), "MCMC Methods for Fitting and Comparing Multinomial Response Models," Working paper, Olin School of Business, Washington University.
- Chib, S., P.B. Seetharaman and A. Strijnev (2002), "Analysis of Multi-category Purchase Incidence Decisions Using IRI Market Basket Data," *Advances in Econometrics*, 16, 57-92.
- Duvvuri, S.D., A. Ansari and S. Gupta (2007), "Consumer's Price Sensitivities across Complementary Categories," *Management Science*, 53(No.12), 1933-1945.
- Erdem, T. and M.P. Keane (1996), "Decision-making under uncertainty: capturing dynamic brand choice processes in turbulent consumer goods markets," *Marketing Science* 15(No.1), 1-21.
- Erdem, T., M.P. Keane and B. Sun (1999), "Missing Price and Coupon Availability Data in Scanner Panels Correcting for the Self-selection Bias in Choice Model Parameters," *Journal of Econometrics*, 89, 177-196.
- Frühwirth-Schnatter, S. (2001), "Markov Chain Monte Carlo Estimation of Classical and Dynamic Switching and Mixture Models," *Journal of the American Statistical Association*, 96, 194-208.
- Givon, M. (1984), "Variety Seeking through Brand Switching," *Marketing Science*, 3(No.1), 1-22.

- Granger, C.W.J. (1969), "Investigating Causal Relations by Cross-spectrum Methods," *Econometrica*, 39(No.3), 424-438.
- Guadagni, P.M. and J.D.C. Little (1983), "A Logit Model of Brand Choice Calibrated on Scanner Data," *Marketing Science*, 2(No.3), 203-238.
- Gupta, S. and P.K. Chintagunta (1994), "On Using Demographic Variables to Determine Segment Membership in Logit Mixture Models," *Journal of Marketing Research*, 31(February), 128-136.
- Gupta, S., P.K. Chintagunta and D.R. Wittink (1997), "Household Heterogeneity and State Dependence in a Model of Purchase Strings: Empirical Results and Managerial Implications," *International Journal of Research in Marketing*, 14(No.4), 189-213.
- 星野崇宏(2008),「ブランドイメージに関する広告政策を策定するための階層ベイズ的な選択モデルとその応用」,『マーケティング・サイエンス』Vol.15, No.1・2, 27-44.
- 星野崇宏(2010),「調査不能がある場合の標本調査におけるセミパラメトリック推定と感度分析：日本人の国民性調査データへの適用」,『統計数理』第58卷1号, 3-23.
- 井上哲浩(1998),「競争市場構造分析研究の類型化と今後の展開」,『マーケティング・サイエンス』Vol.7, No.1・2 62-83.
- 井上哲浩(2001),「競争市場構造分析」,岡太彬訓・木島正明・守口剛(編)『マーケティングの数理モデル』,朝倉書店.
- Kannan, P.K., B.K. Pope and S. Jain (2009), "Practice Prize Winner-Pricing Digital Content Product Lines: A Model and Application for the National Academies," *Marketing Science*, 28(No.4), 620-636.
- 小島早都子, 田村玄, 星野崇宏, 繁樹算男(2009),「潜在構造モデルによる複数カテゴリのセグメンテーション」,『マーケティング・サイエンス』Vol.17, No.1・2, 13-29.
- Kotler, P. and G. Armstrong (2010), *Principles of marketing*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Krider, R.E., T. Li, Y. Liu and C.B. Weinberg (2005), "The Lead-Lag Puzzle of Demand and Distribution: A Graphical Method Applied to Movies," *Marketing Science*, 24(No.4), 635-645.
- Leeflang, P.S.H. and D.R. Wittink (1992), "Diagnosing Competitive Reactions Using (aggregated) Scanner Data," *International Journal of Research in Marketing*, 9, 39-57.
- Lenk, P.J. and W.S. DeSarbo (2000), "Bayesian inference for Finite Mixtures of Generalized Linear Models with Random Effects," *Psychometrika*, 65(No.1), 93-119.
- Little, R.J.A. and D.B. Rubin (2002), *Statistical Analysis with Missing Data* (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Manchanda, P., A. Ansari and S. Gupta (1999), "The "Shopping Basket": A Model for Multicategory Purchase Incidence Decisions," *Marketing Science*, 18(No.2), 95-114.
- McCulloch, R. and P.E. Rossi (1994), "An Exact Likelihood Analysis of the Multinomial Probit Model," *Journal of Econometrics*, 64, 207-240.
- Mela C.F., S. Gupta and D.R. Lehmann (1997), "The Long-term Impact of Promotion and Advertising on Consumer Brand Choice," *Journal of Marketing Research*, 34(May), 248-261.
- 箕谷千鳳彦, 繩田和満, 和合肇(2007),『計量経済学ハンドブック』,朝倉書店.
- Miyazaki, K. and T. Hoshino (2009), "A Bayesian Semiparametric Item Response Model with Dirichlet Process Priors," *Psychometrika*, 74(No.3), 375-393.
- Montgomery, A.L., S. Li, K. Srinivasan and J.C. Liechty (2004), "Modeling Online Browsing and Path Analysis Using Clickstream Data," *Marketing Science*, 23(No.4), 579-595.
- Newton, M.A. and A.E. Raftery (1994), "Approximate Bayesian Inference with the Weighted Likelihood Bootstrap," *Journal of the Royal Statistical Society Series B*, 56(No.1), 3-48.
- Nijs, V.R., M.G. Dekimpe, J.B.E.M. Steenkamps and D.M. Hanssens (2001), "The Category-Demand Effects of

- Price Promotions," *Marketing Science*, 20(No.1), 1-22.
- Paap, R. and P.H. Franses (2001), "A dynamic multinomial probit model for brand choice with different long-run and short-run effects of marketing-mix variables," *Journal of Applied Econometrics*, 15(No.6), 717-744.
- Rossi, P.E., G.M. Allenby and R. McCulloch (2005), *Bayesian Statistics and Marketing*, Chichester: Wiley.
- Rossi, P.E., R. McCulloch and G.M. Allenby (1996), "The Value of Purchase History Data in Target Marketing," *Marketing Science*, 15(No.4), 321-340.
- Roy, R., P.K. Chintagunta and S. Haldar (1996), "A Framework for Investigating Habits, "The Hand of the Past," and Heterogeneity in Dynamic Brand Choice," *Marketing Science*, 15(No.3), 280-299.
- Russell, G.J., D. Bell, A. Bodapati, C.L. Brown, J. Chiang, G. Gaeth, S. Gupta and P. Manchanda (1997), "Perspectives on Multiple Category Choice," *Marketing Letters*, 8(No.3), 297-305.
- Siddarth, S. and A. Chattopadhyay (1998), "To Zap or Not to Zap: A Study of the Determinants of Channel Switching During Commercials," *Marketing Science*, 17(No.2), 124-138.
- Sims, C.A. (1972), "Money, Income and Causality," *American Economic Review*, 62(No.4), 540-552.
- Tellis, G.J., E. Yin and R. Niraj (2009), "Does Quality Win? Network Effects Versus Quality in High-Tech Markets," *Journal of Marketing Research*, 46(April), 160-162.
- 照井伸彦(2008),『ベイズモデリングによるマーケティング分析』,東京電機大学出版局.28
- 土田尚弘(2010),「マーケティング・サイエンスにおける離散選択モデルの展望」,『経営と制度』第8号, 63-91.
- 山本拓(1988),『経済の時系列分析』,創文社.
- Waggoner, D.F. and T. Zha (2003), "A Gibbs sampler for structural vector autoregressions," *Journal of Economic Dynamics & Control*, 28, 349-366.
- 和合肇(2005),『ベイズ計量経済分析—マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用』,東洋経済新報社.

(2012年8月14日 採択)

宮崎 慧 : 2010年 東京大学大学院総合文化研究科 博士課程修了 博士(学術)
 2010年より名古屋大学大学院経済学研究科 日本学術振興会特別研究員(PD)
 2012年より関西大学商学部助教

星野崇宏 : 2004年 東京大学大学院総合文化研究科 博士課程修了 博士(学術)
 2008年より名古屋大学大学院経済学研究科准教授
 2010年 博士(経済学)