# 最適化問題における群知能による補間探索

山本　聖也　　　富山県立大学工学部電子・情報工学科情報基盤工学講座

## 要約

Swarm Intelligence（群知能）は，鳥や魚，アリのコロニーなどのグループの行動に基づく最適化手法である．この技術の一つであるPSOが開発され，様々な研究に応用されている．しかし，Particle Swarm Optimization（PSO）の収束は根拠がない．本論文では，より良い最適解を求めるためのSwarm Intelligenceとニューラルネットワークダイナミクスの新しいハイブリッド動的システムを提案した．本論文の主な結果として，PSOとニューラルネットワークのメカニズムを理論的にどのように組み合わせるかを示し，提案システムが客観的な環境のグローバルな情報に基づいて補間探索を実現できることを確認した．キーワード：粒子群最適化，ニューラルネットワークダイナミクス

## 1 はじめに

Particle Swarm Optimization（PSO）は，群の中の固体（粒子）が持つ最良の情報（p-best）とそのグループの最適値（g-best）から過去の探索から考慮した確率的最適化手法であり，ケネディ[3]が社会的行動に基づいて開発した並列進化計算技術である． 社会的方法と計算方法の両方を扱うPSOに関する標準的な研究は，[4]である． PSOアルゴリズムは，集団の個体を粒子として概念化したランダムな候補解の集合で初期化される． 各粒子にはランダムに速度が割り当てられ，問題空間にランダムに配置される． これまでのところ，粒子そのものによって達成された最良の適応性の位置，および全人口にわたって今までに達成された最良の適合度の位置に引き付けられている.PSOは，各粒子の位置および速度を更新することによって計算される（図1）.

近年，コンピュータサイエンスの発展は，

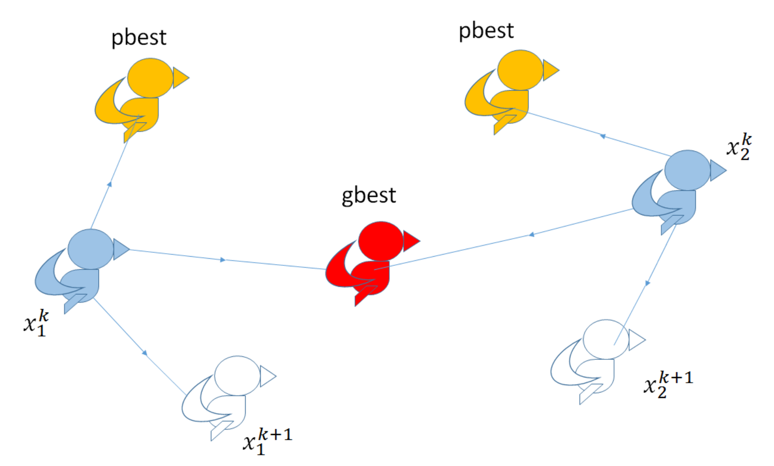


図1 Move of search point.

ハードウェアとソフトウェアの有効性が顕著に表れている.特に，進化法は盛んに行われ，シミュレーションベースを用いてアプリケーションの容易さから開発，適用されている[2]．例として，PSOとSimplexのハイブリッド法が提案されている[1]．また，PSOとGA（Genetic Algorithm）の方法が提案されている[2]．大規模問題の最適化工学の重要性はますます高まっている．ソーシャルネットワークサービス（SNS）の登場により，ログやパスの問題も大規模になっている．最新のコンピュータでこれらの問題を解決するには時間がかかってしまう.したがって，本研究では数ステップでもっとも最適な解が見つかる新しいハイブリッド動的システムを提供する．連続PSOアルゴリズムから，我々は新しい力学系Σnを得て、連続時間PSOアルゴリズムからニューラルネットワークに同等の力学を定式化することができる．そこで，グローバル最適の補間探索を実現するための補強学習機構の適用を検討する．この論文は以下のように編成されている．2章では，CPSOアルゴリズムについて簡単に説明する． 3章では，新しい力学系を提示し，最急降下法を用いてそれを導出する. 4章では，提示された力学の有効性を示す数値実験ならびに考察を行う．最後に，5章で結論を述べる．

## 2 連続PSOアルゴリズム

離散時間PSOアルゴリズム

$$
\begin{aligned}
x_d^{k+1} &= x_d^k + v_d^{k+1} \\
v_d^{k+1} &= w v_d^k + c_1 r_1 (x_{db}^{\hat{k}} - x_d^k) + c_2 r_2 (x_{gb}^{\hat{k}} - x_d^k)
\end{aligned}
$$

$x_d^k$:位置
$v_d^k$:速度
$r_1, r_2$:0から1の乱数
$c_1, c_2$: 調整パラメータ
$w$: 運動量
$x_{db}^k$:p-best(各個体の過去の最良個体)
$x_{gb}^k$: g-best(集団中の最良個体)

問題解決の実行可能領域を考え，行列による連続時間PSO動力学を示す

$$
\begin{aligned}
\dot{X} &= V \\
\dot{V} &= -\alpha V + \beta(X_{db} - X) + \gamma(X_{gb}T - X)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\dot{X_{db}} &= a(X - X_{db})[I_n + \mathrm{diag}[\mathrm{sgn}(F(X_{gb} - F(X))]] \\
\dot{X_{gb}} &= X_{db}Q_j \quad \text{where } j = \arg \inf_{0<i\leq n} (f(x_{db_i}))
\end{aligned}
$$

$X$と$V$は唯一のシステム状態ではない
$X_{db}$もメモリを持つ状態である

以下のベクトルおよび行列を以下のように定義する

$X \triangleq [x_1 \cdots x_n] \in \Re^{d\times n}$ :位置行列
$V \triangleq [v_1 \cdots v_n] \in \Re^{d\times n}$ :速度行列
$X_{db} \triangleq [x_{db_1} \cdots x_{db_n}] \in \Re^{d\times n}$:局所最適位置行列
$X_{gb} \in \Re^{d}$ :グローバル最適位置行列
$F \triangleq [f(x_1) \cdots f(x_n)] : \Re^{d\times n} \to \Re^{n}$ :積み重ねられた目的関数生ベクトル
$T$:1からなる行ベクトル
$Q_i \in \Re^{n}$ :1に等しい$i^{th}$を除いて,すべての要素がゼロに等しい列ベクトル
$I_n(\Re^n \in \Re^n)$　:大きさnの単位行列

$d$:問題次元
$\Omega \subseteq \Re^d$ :実行可能領域
$n$:鳥の数
$f : \Omega \to \Re$ :最小化する関数

ベクトル$y$と$\mathrm{sgn}(y)$の要素によって与えられる対角要素を持つ対角行列を$\mathrm{diag}[y]$とする．$y$の$\sigma$関数を表す．として$\mathrm{sgn}(y) = 1$ if $y > 0$の場合は,$\mathrm{sgn}(y) = -1$ if $y < 0$.

したがって，正の定数であると仮定すると，最小化のために$X$の進化を近似することが提案される． CPSOの安定性解析も議論されている[8].

状態変数$X$、$V$、$X_{db}$はベクトルではなく，以前に定義された適切な次元の行列であるため、上記の表記法は標準状態空間表記法ではありません． この説明は，明瞭さを失うことなく提供する単純さとコンパクトさに動機付けられている.

CPSOアルゴリズム

1 : $X, V, X_\mu$とパラメータ$\alpha,\beta,\gamma,\delta_1,\delta_2$と$a$の初期値を設定する
2 : $X_{db}, X_{gb}$の初期値を導出する
3 : $\dot{V}$を計算して，$V$を更新する
4 : $X$を更新して$X_{db}, X_{gb}$を評価する
5: 収束すると仮定した場合は終了し，それ以外の場合は”3”を返す

## 3 ハイブリッドPSOアルゴリズムの提案

以下は$Z$を表す式，

$$
Z = \beta(X_{db} - X) + \gamma(X_{gb}T - X)
$$

以下の条件を考慮する，

$$
X = X_0 + \int_0^t V(s)ds
$$

$X_0$は初期位置行列である.
ここでハイブリッド力学系理論を示す（図2参照）:

$$
\begin{aligned}
\dot{X} &= V \\
\dot{V} &= -\alpha V + Z \\
\dot{Z} &= \beta(\dot{X_{db}} - \dot{X}) + \gamma(\dot{X_{gb}}T - \dot{X}) + \delta(\dot{X_\mu})
\end{aligned}
$$

α,β,γ,δは0ではない正の実数
β+γ+δ=1を満たす

ここで，$X, V, X_{db}, X_{gb}, T$の次元は上記のとおり．簡略化のために時間表記が省略する.

$$
\begin{aligned}
\dot{X_{db}} &= a(X - X_{db})[I_n + \mathrm{diag}[\mathrm{sgn}(F(X_{gb} - F(X))]] \\
\dot{X_{gb}} &= X_{db}Q_j \quad where\ j = \arg \inf_{0<i\leq n} (f(x_{db_i}))
\end{aligned}
$$

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$などの実数は，PSOとニューラルネットワークを調整するために重み付けするパラメータである． $X$はニューラルネットワークのダイナミクスに由来する新しい行列である． $X$は以下のダイナミクス[7]と定義する[7].（図3参照）:

離散数式

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_{\mu i} &= -C \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f(y_i(t))}{\partial y_i} \frac{\partial \varphi(x(t))}{\partial x_i} (= \dot{z_i}(t)) \\
\dot{x}_i &= -a x_i(t) + z_i(t) \\
y_i(t) &= \varphi(x_i(t))
\end{aligned}
$$

$a, C$: パラメータ
$\varphi$ : シグモイド関数

したがって，$z_i^k$は$Z$のベクトル，
$x_i^k$はk番目の反復個体iに関する$X$のベクトル

次に，差分法を適用する．理論的な分析の観点から, PSOの$\dot{V}$　と$\dot{x}_i$は同等のものとみなす. $\beta(\dot{X_{db}} - \dot{X}) + \gamma(\dot{X_{gb}}T - \dot{X})$はPSOの速度を制御する.

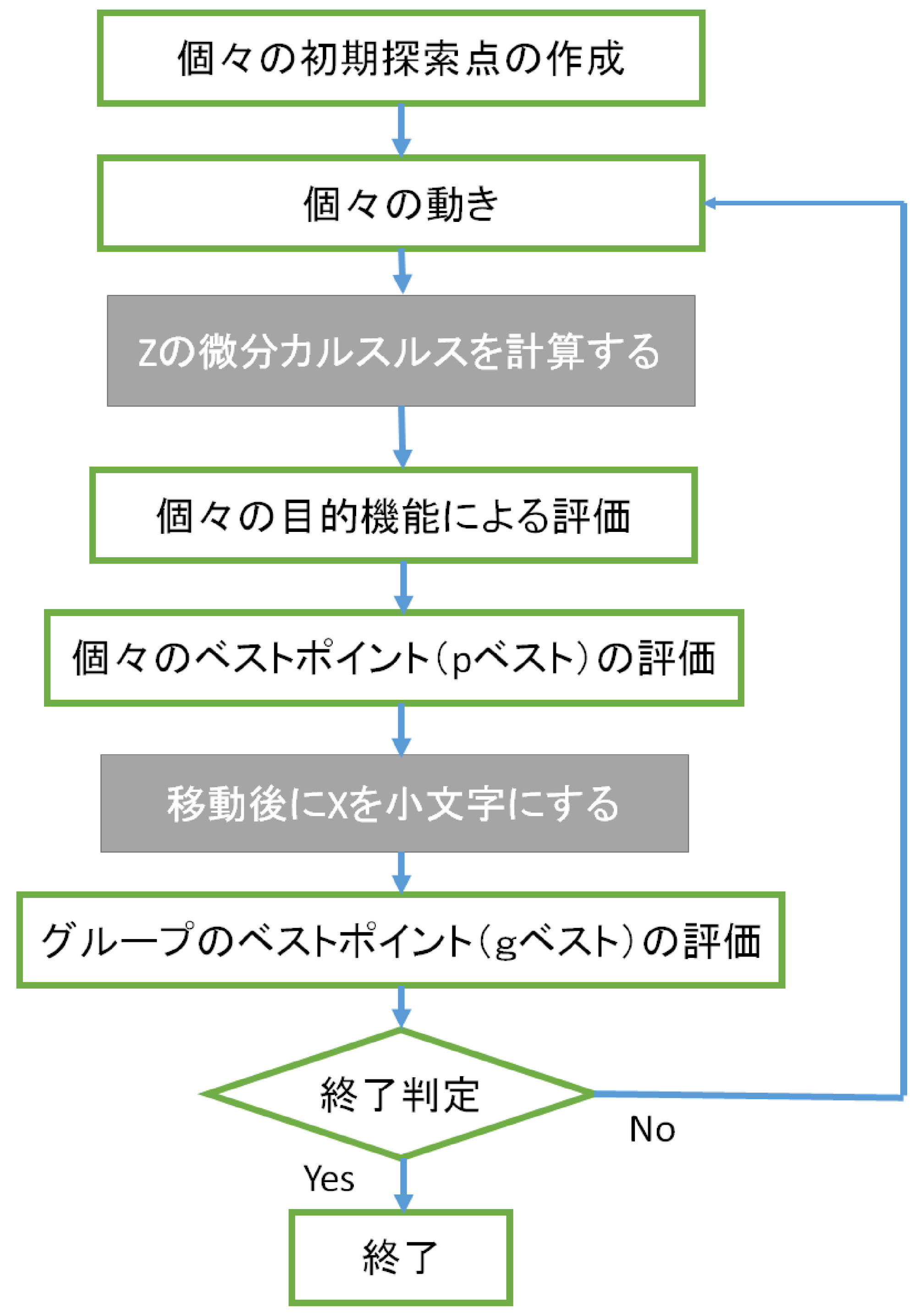


図2 Algorithm of proposed system Σ n.

$\delta(\dot{X})$はニューラルネットワークの速度を制御します. 理論的に提案されたハイブリッドの, $\dot{Z} = \beta(\dot{X_{db}} - \dot{X}) + \gamma(\dot{X})$ PSOが有するグローバル探索，ニューラルネットワークが持つ局所最急降下法などがある． 連続時間モデルでは，PSOとニューラルネットワークの組み合わせの理論的アルゴリズムが考慮されるが，分散モデルによって数値シミュレーションが行われる． サンプリング時間の設定は，係数の値によって変化する．$\beta, \gamma, \delta$.

したがって，$X$を計算して取得する.

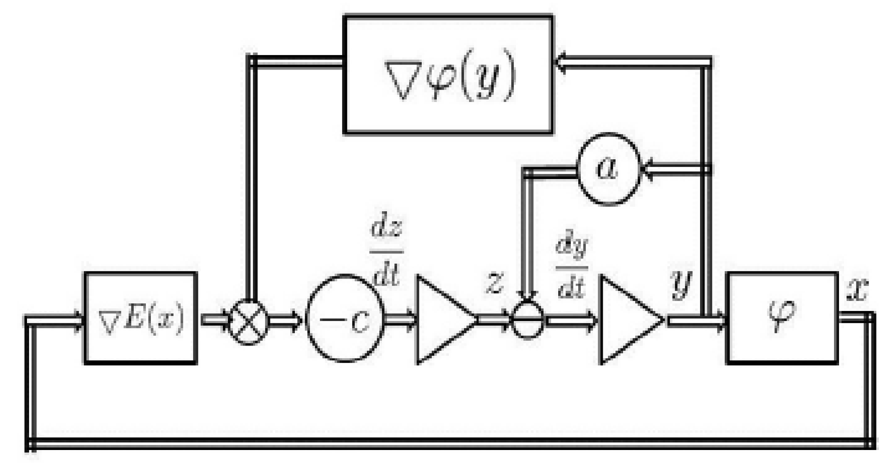


図3 Dynamics of X

ハイブリッドPSOアルゴリズム

1 : $X, V, X_\mu$とパラメータ$\alpha,\beta,\gamma,\delta$ と$a$の初期値を設定する
2 : $X_{db}, X_{gb}$と$Z$の初期値を導出する
3 : $\dot{Z}$を計算して，$Z$を更新する
4 : $\dot{V}$を計算して，$V$を更新する
5 : $X$を更新して$X_{db}, X_{gb}$と$Z$を評価する
6 : $X_\mu$を更新する
7: 収束すると仮定した場合は終了し，それ以外の場合は”3”を返す

## 4 数値実験ならびに考察

## 5 おわりに

## 参考文献

# References


[1] Y. Shimizu: Proposal of Evolutionary Simplex Method for Global Optimization Problem, *Information Systems Society of Japan.*, vol. 24, No5, pp. 119-126 (2011).

[2] S. F. Shu-Kai, Z. Erwie: A hybrid simplex search and particle swarm optimization for unconstrained optimization, *European Journal of Operational Research.*, pp. 527-548 (2007).

[3] J. Kennedy, R.C. Eberhart: Particle swarm optimization, *IEEE Conf. On Neural Networks, IV, Piscataway, NJ.*, pp. 1942-1948 (1995).

[4] J. Kennedy, R.C. Eberhart, Y. Shi: "Swarm intelligence, Morgan Kau
mann Publishers, San Fran-cisco,CA,"pp. 1942-1948, 2001.

[2] B. J. Pine II, "*Mass Customization,*"Harvad Business School Press, 1993.

[3] J. H. Gilmore and B. J. Pine: "*Markets of One Creating Customer Unique Value through Mass Customization,*"Harvad Business School Press, 2000.

[4] S. Biller, E. K. Bish and A. Muriel: "Impact of manufacturing flexibility on supply chain performance in the aotomotive industry,"*Supply Chain Structures Coordination, Information an Optimization*(I. S. Song, D. D. Yao (eds)), Kluwer's International Series, 2001.

[8] H. M. Emara and H.A. Abdel Fattah: Continuous swarm optimization technique with stability analysis, *Proceeding of the 2004 American Control Conference*, pp. 2811-2817 (2004).

[9] M. Kazuaki: A Study on Constrained Optimization with Nonlinear Dynamical Systems on Manifolds, *Keio University Science and Technology*, pp. 1-191 (2005).

[10] I. C. Trelea: The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection, *Information Processing Letters*, vol. 85, pp. 317-325 (2003).